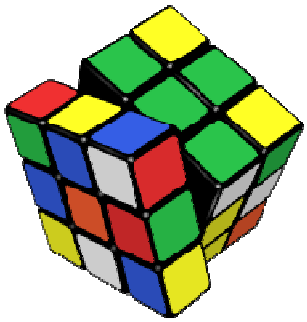
Exercice I : Un Rubik's Cube résolu à près de 4300 m d'altitude (6,5 points)
Bac S 2011 Amérique du sud

*Le **Rubik's Cube** a été inventé en 1974 par le Hongrois Ernö Rubik, et s'est rapidement répandu sur toute la planète au cours des années 1980.*



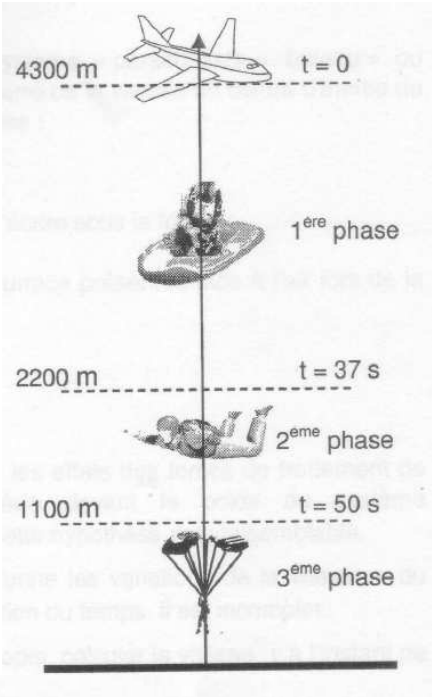
UN PARACHUTISTE A RESOLU LE RUBIK'S CUBE ALORS QU'IL SE TROUVAIT À UNE ALTITUDE DE 4300 MÈTRES.
Le 3 août 2010, Ludwig Fichte, 29 ans, s'est assis dans un bateau gonflable après avoir sauté d'un avion. Il a résolu le Rubik's Cube en 31,5 secondes et son altimètre indiquait alors 2500 mètres. Le parachutiste dit avoir utilisé le bateau gonflable pour avoir plus de stabilité et pouvoir mieux se concentrer sur le casse-tête.

Source : http://fr.news.yahoo.com

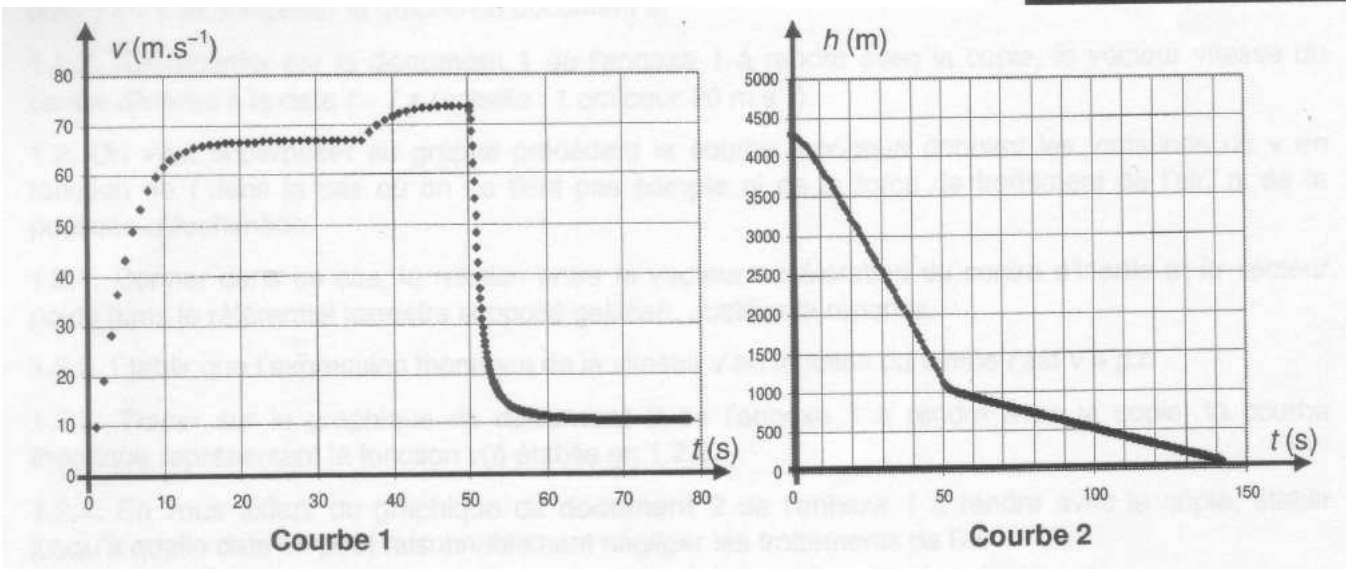
À la fin du film qui accompagne l'article, on apprend que M. Fichte a quitté son bateau à l'altitude 2200 m et a ouvert son parachute à l'altitude de 1100 m.

La chute de M. Fichte a été modélisée à partir des éléments fournis dans l'article. Elle a été pour cela décomposée en trois phases :

- 1ère phase : Chute de M. Fichte assis sur le bateau gonflable pendant qu'il résout le Rubik's Cube.
- 2ème phase : Chute de M. Fichte sans bateau, dans la position classique de descente.
- 3ème phase : Chute de M. Fichte avec son parachute ouvert.



On obtient les deux courbes suivantes donnant les variations d'altitude *h* et de vitesse *v* du parachutiste en fonction de la durée de chute notée *t*.



On a pu également reproduire les différentes positions du parachutiste dans la phase 1, à intervalles de temps réguliers espacés d'une durée Δt = 1,0 s. Ce relevé est reproduit sur le **document 1 de l'annexe 1** à rendre avec la copie.

Pour établir la modélisation, on a supposé vraies les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'accélération de la pesanteur est considérée comme constante et égale à g = 9,8 m.s^{-2} sur la hauteur de chute du parachutiste.
- La masse du parachutiste seul avec son équipement est m = 75 kg et la masse du bateau pneumatique est négligeable devant celle du parachutiste.
- On néglige la poussée d'Archimède.
- La masse volumique de l'air est supposée constante et égale à ρ = 1,3 kg.m^{-3}.
- L'origine des dates a été choisie à l'instant où le parachutiste et le bateau quittent l'avion. La composante verticale de la vitesse est alors nulle. On néglige la composante horizontale de la vitesse, le parachutiste étant très vite freiné par l'air dès la sortie de l'avion. La chute est donc supposée sans vitesse initiale.
- La force de frottement $\vec{F}$ exercée par l'air sur le système « parachutiste + bateau » ou « parachutiste seul » a une valeur proportionnelle au carré de la vitesse du centre d'inertie du système et est dirigée en sens opposé du vecteur vitesse :
  $\vec{F} = -k.v.\vec{v}$ et $F = k.v^2$.
  Le coefficient de proportionnalité k entre F et v^2 peut s'écrire sous la forme :
  $k = \frac{1}{2}\rho.S$; ρ est la masse volumique de l'air, S la surface présentée face à l'air lors de la chute.

1. Étude des premières secondes de la chute

On a supposé dans cette première partie du mouvement, que les effets des forces de frottement de l'air sont négligeables ainsi que la poussée d'Archimède devant le poids du système « parachutiste + bateau ». On veut vérifier jusqu'à quelle date cette hypothèse est vraisemblable.

1.1 Le **document 2** de l'annexe 1 à rendre avec la copie donne les variations de la vitesse v du centre d'inertie G du système « parachutiste + bateau » en fonction du temps. Il est incomplet.

1.1.1 D'après le **document 1** de l'annexe 1 à rendre avec la copie, calculer la vitesse v à l'instant de date t = 7 s et compléter le graphe du document 2.

1.1.2 Représenter sur le **document 1** de l'annexe 1 à rendre avec la copie, le vecteur vitesse du centre d'inertie à la date t = 7 s (échelle : 1 cm pour 20 m.s^{-1}).

1.2 On veut superposer au graphe précédent la courbe théorique donnant les variations de v en fonction de t dans le cas où on ne tient pas compte ni de la force de frottement de l'air, ni de la poussée d'Archimède.

1.2.1 Donner dans ce cas, la relation entre le vecteur accélération du centre d'inertie et le vecteur poids dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Justifier la réponse.

1.2.2 Établir que l'expression théorique de la vitesse v en fonction du temps t est $v = g.t$.

1.2.3 Tracer sur le graphique du **document 2** de l'annexe 1 à rendre avec la copie, la courbe théorique représentant la fonction $v(t)$ établie au 1.2.2.

1.2.4 En vous aidant du graphique du **document 2** de l'annexe 1 à rendre avec la copie, établir jusqu'à quelle date on peut raisonnablement négliger les frottements de l'air.

2. Effet des forces de frottement

M. Fichte a résolu le Rubik's cube en 31,5 s après sa sortie de l'avion. D'après les résultats du 1., on ne peut plus négliger les frottements de l'air.

Sur cette partie du trajet l'expression de la force de frottement est :

$$\vec{F}_1 = -k_1.v.\vec{v} \text{ et } F_1 = k_1.v^2 \qquad k_1 = 0{,}165 \text{ kg.m}^{-1}$$

2.1. Écrire la deuxième loi de Newton appliquée au système « parachutiste + bateau » dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

2.2. La courbe 1 donnée en début d'exercice montre que la vitesse se stabilise à la valeur v_1 après une certaine durée de chute.

2.2.1. Que peut-on dire du vecteur accélération lorsque $\vec{v}$ devient constant ?

2.2.2. Donner alors la relation entre les forces $\vec{P}$ et $\vec{F_1}$. Justifier la réponse.

2.2.3. Calculer v_1 et vérifier le résultat sur la courbe 1.

2.2.4. Justifier, par un raisonnement qualitatif, l'augmentation de la valeur de la vitesse, constatée sur la courbe 1 au moment du largage du bateau.

3. Étude énergétique

L'altitude z du centre d'inertie du parachutiste est repérée sur un axe vertical orienté vers le haut, dont l'origine est prise au sol.

3.1. Calculer l'énergie mécanique E_1 du système « parachutiste + Terre » au moment de la sortie de l'avion. (On rappelle que la vitesse est supposée nulle à cet instant malgré le déplacement de l'avion).

3.2. Calculer l'énergie mécanique E_2 du système, juste avant le largage du bateau, à l'altitude de h = 2200 m. On rappelle qu'à cet instant, la vitesse du centre d'inertie G est v = 66,7 m.s^{-1}.

3.3. Pourquoi l'énergie mécanique a-t-elle diminué ?

3.4. Si la tentative de M. Fichte s'était déroulée en absence d'atmosphère,

3.4.1. Le parachutiste pourrait-il être freiné ? Pourquoi ?

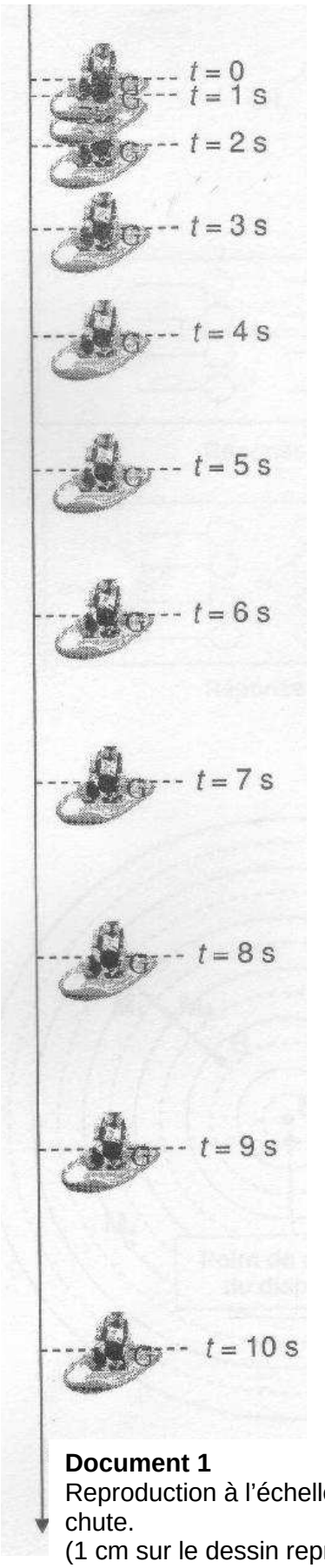
3.4.2. Que pourrait-on dire de l'énergie mécanique du système ?

3.4.3. Quelle aurait été la vitesse du parachutiste dans ces conditions à l'altitude 2200 m ?

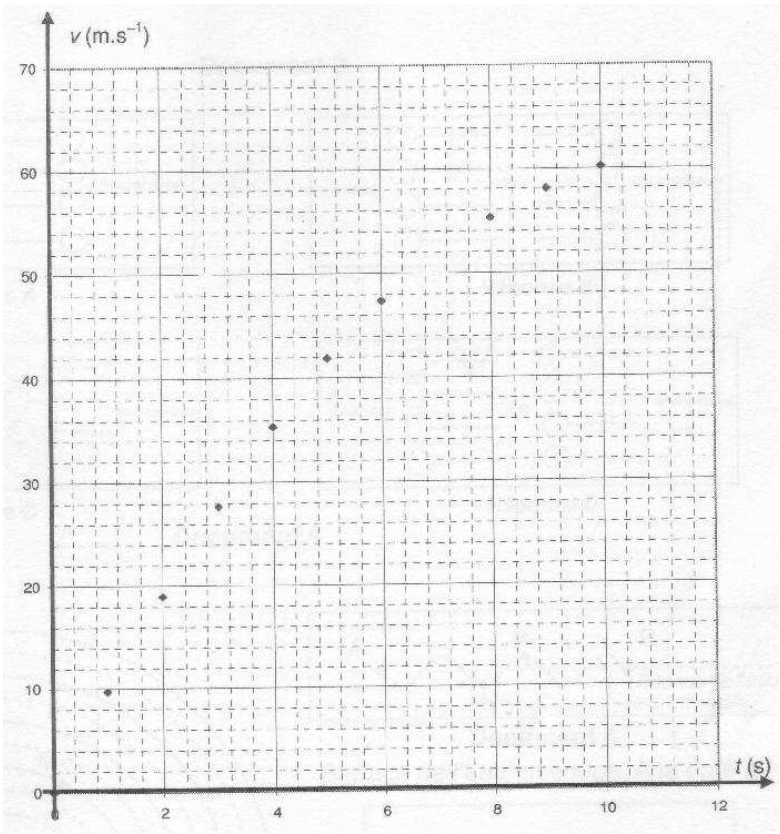
3.5 Le sport pratiqué par M. Fichte est communément appelé « chute libre ». Ce terme vous semble-t-il conforme à la situation étudiée ? Justifier la réponse.

Annexe à rendre avec la copie

NOM : ……..



Document 1
Reproduction à l'échelle 1/2000 des positions du centre d'inertie au cours des premières secondes de chute.
(1 cm sur le dessin représente 20 m de déplacement réel)



Document 2

Variation de la vitesse du centre d'inertie en fonction du temps pendant les premières secondes de chute.