Quelques usages des condensateurs

Bac S 2004 La Réunion (ancien programme) · Exercice 2 **9 points** **Durée conseillée 1 h 57**

I.1 a. Expliquer pourquoi la charge est quasi instantanée. b. Placer sur le schéma 1 la masse M et la voie Y_A pour enregistrer u_C. c. Repérer sur la courbe 1 les portions de charge, en justifiant. d. Donner l'intensité du courant quand le condensateur est chargé, puis lire E.

Données utiles $C = 470$ nF ; r très faible ; courbe 1 de l'annexe

a. En position (1), le condensateur se charge à travers la seule résistance r de la pile. La constante de temps de la charge est $\tau' = r\,C$. Comme r est très faible et que $C = 4{,}70 \times 10^{-7}$ F est petite, τ' est quasi nulle : la charge, terminée au bout d'environ $5\,\tau'$, paraît instantanée.

b. La flèche de u_C pointe vers A : $u_C = V_A - V_B$. On relie donc la voie Y_A au point A et la masse M au point B (voir le schéma).

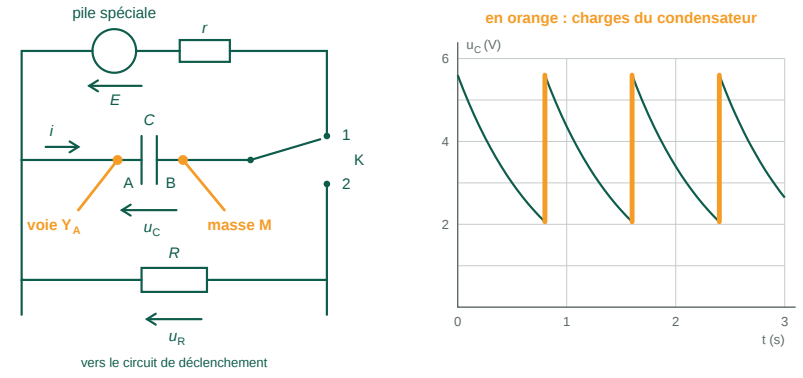
c. Pendant la charge, u_C augmente très vite. Ce sont les segments verticaux de la courbe, aux dates $0{,}8$ s, $1{,}6$ s et $2{,}4$ s, où u_C remonte de $2{,}1$ V à sa valeur maximale. Les portions décroissantes sont les décharges.

d. Condensateur chargé, u_C ne varie plus : aucun courant ne circule, $i = 0$. La pile ne débite pas, la tension à ses bornes vaut E, et $u_C = E$. On lit la valeur maximale de u_C sur la courbe 1.

$i = 0$ A et $E \approx 5{,}6$ V

PIÈGE
Inverser Y_A et M : l'interface afficherait $V_B - V_A = -u_C$. La voie se branche du côté de la pointe de la flèche tension, la masse du côté de l'origine.

COMPRENDRE
Les sommets de la courbe sont juste au-dessus de la ligne $5{,}5$ V : une lecture de $5{,}6$ V ou $5{,}7$ V est acceptable. La lecture graphique limite la précision à deux chiffres significatifs.



I.1 · Schéma 1 avec les branchements de l'interface (I.1.b) et courbe 1 coloriée (I.1.c)

I.2 a. Avec les orientations du schéma, donner le signe de i à la décharge et les relations entre i et u_R, q et u_C, i et q, u_R et u_C. b. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C. c. Exprimer τ et montrer qu'elle s'exprime comme une durée. d. Déterminer τ graphiquement. e. En déduire R.

Données utiles $C = 470\ \text{nF}$; $E = 5{,}6\ \text{V}$ (I.1)

a. Pendant la décharge, la charge q de l'armature A diminue.

- Signe de i : la flèche de i arrive sur A, or le courant réel sort de A, donc $i < 0$.
- Dans le conducteur ohmique, les flèches de i et de u_R ont le même sens : $u_R = -R\,i$.
- $q = C\,u_C$.
- $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.
- En position (2), le condensateur et le conducteur ohmique sont branchés entre les mêmes points : $u_R = u_C$.

b. C étant constante, $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. Alors $u_C = u_R = -R\,i = -R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, soit, en divisant par $R\,C$:

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{R\,C}\,u_C = 0$$

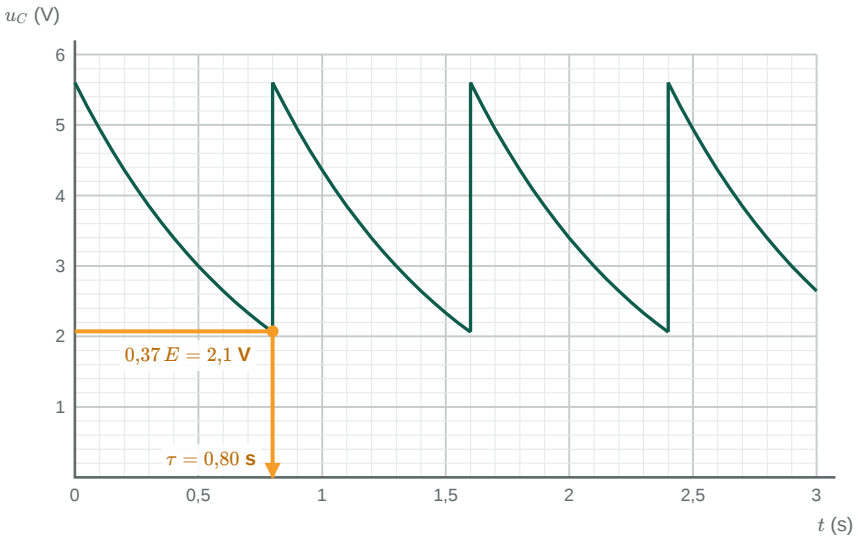
C'est la forme demandée, avec $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{R\,C}$.

c. $\tau = R\,C$. D'après la loi d'Ohm, $R = \dfrac{u}{i}$ s'exprime en $\text{V}\cdot\text{A}^{-1}$. D'après $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, C s'exprime en $\text{A}\cdot\text{s}\cdot\text{V}^{-1}$. Le produit $R\,C$ est en $\text{V}\cdot\text{A}^{-1} \times \text{A}\cdot\text{s}\cdot\text{V}^{-1} = \text{s}$: τ a bien l'unité d'une durée.

d. À la date $t = \tau$ d'une décharge, $u_C = E\,\text{e}^{-1} = 0{,}37\,E = 0{,}37 \times 5{,}6 = 2{,}1\ \text{V}$. L'horizontale d'ordonnée $2{,}1$ V coupe la première décharge à l'abscisse $0{,}80$ s : $\tau = 0{,}80\ \text{s}$.

e. $R = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{0{,}80}{470 \times 10^{-9}} = 1{,}7 \times 10^{6}\ \Omega$

$$\tau = R\,C = 0{,}80\ \text{s} \text{ et } R = 1{,}7 \times 10^{6}\ \Omega = 1{,}7\ \text{M}\Omega$$



I.2 · Annexe 1 complétée : lecture de τ à $0{,}37\,E$

PIÈGE

Écrire $u_R = R\,i$ par habitude. Cette forme suppose des flèches de i et de u_R de sens opposés, ce qui n'est pas le cas ici ; l'équation obtenue aurait alors un signe moins.

COMPRENDRE

τ est lue à deux chiffres : R est donnée avec deux chiffres significatifs, bien que C en ait trois. On pense à convertir les nanofarads en farads.

MÉTHODE

Autre tracé possible pour τ : la tangente à la courbe au début d'une décharge coupe l'axe des abscisses une durée τ plus tard. Il est moins précis qu'une lecture à $0{,}37\,E$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

0.37×5.6 ≈ 2.072

$\dfrac{0.80}{470 \times 10^{-9}}$ ≈ 1702128

I.3 a. Exprimer u_C à l'instant t_1 de l'impulsion ; la valeur lue, 2,1 V, est-elle en accord avec E ? b. Montrer que $t_1 = \tau$. c. En déduire la durée Δt entre deux impulsions. d. Calculer le nombre de battements par minute.

Données utiles $u_C(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$; $u_{\text{limite}} = \dfrac{E}{\mathrm{e}}$; $E = 5{,}6$ V (I.1) ; $\tau = 0{,}80$ s (I.2)

a. L'impulsion est déclenchée quand u_C atteint la valeur limite : $u_C(t_1) = u_{\text{limite}} = \dfrac{E}{\mathrm{e}}$.

Avec $E = 5{,}6$ V : $\dfrac{E}{\mathrm{e}} = \dfrac{5{,}6}{2{,}72} = 2{,}1$ V. La valeur lue est en accord avec celle de E.

b. À l'instant t_1 : $E\,\mathrm{e}^{-t_1/\tau} = \dfrac{E}{\mathrm{e}} = E\,\mathrm{e}^{-1}$, donc $\mathrm{e}^{-t_1/\tau} = \mathrm{e}^{-1}$. En prenant le logarithme népérien : $-\dfrac{t_1}{\tau} = -1$, soit $t_1 = \tau$.

c. Une décharge dure $t_1 = \tau$ et la recharge est quasi instantanée. Deux impulsions consécutives sont donc séparées de $\Delta t = \tau = 0{,}80$ s , ce que confirme la période de la courbe 1.

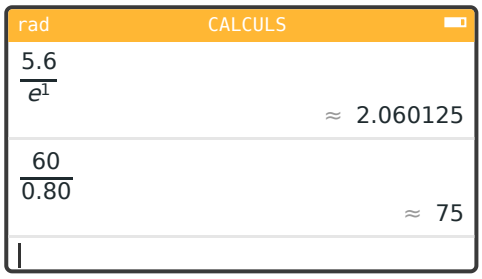
d. Un battement toutes les 0,80 s : $N = \dfrac{60}{\Delta t} = \dfrac{60}{0{,}80} = 75$ battements par minute. Cette valeur est bien comprise entre 60 et 80, comme pour un cœur sain.

$t_1 = \tau$; $\Delta t = 0{,}80$ s ; $N = 75$ battements par minute

COMPRENDRE
Le rythme cardiaque est fixé par $\tau = RC$ seul : le seuil E/e est proportionnel à E, donc une pile qui s'use un peu ne modifie pas la cadence.

MÉTHODE
Pour comparer une lecture à une valeur calculée, on arrondit le calcul à la précision de la lecture : 2,06 V et 2,1 V sont alors identiques à deux chiffres significatifs.

À LA CALCULATRICE



1 Partie II. Calculer l'énergie libérée par un éclair d'intensité lumineuse et de durée maximales.

Données utiles énergie des piles neuves : 18 kJ, dont la moitié est transférable ; autonomie minimale : 100 éclairs

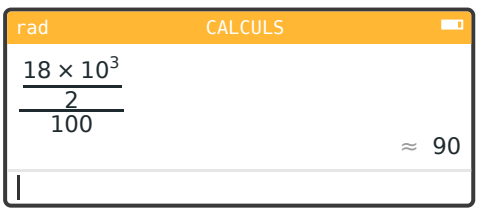
Les éclairs les plus puissants correspondent à l'autonomie la plus faible : 100 éclairs. Ils se partagent la moitié de l'énergie des piles, soit $\dfrac{18}{2} = 9{,}0$ kJ.

$E_1 = \dfrac{9{,}0 \times 10^3}{100} = 90$ J

$E_1 = 90$ J

PIÈGE
Diviser par 3500 : cette autonomie correspond aux éclairs les plus brefs, pas aux éclairs de durée maximale. Ne pas oublier non plus que seule la moitié des 18 kJ est utilisable.

À LA CALCULATRICE



2 Partie II. En déduire la capacité C du condensateur chargé sous la tension constante U.

Données utiles $U = 6$ V ; $E_1 = 90$ J (Q1, partie II)

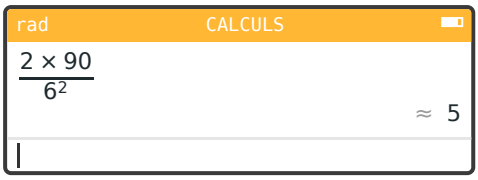
L'éclair résulte de la décharge complète du condensateur : il libère toute l'énergie stockée, $E_1 = \dfrac{1}{2} C U^2$.

$C = \dfrac{2\,E_1}{U^2} = \dfrac{2 \times 90}{6^2} = 5$ F

$C = 5$ F

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif, comme $U = 6$ V. Cette capacité est énorme devant celles des condensateurs usuels (du nanofarad au millifarad) : le stimulateur de la partie I utilise 470 nF.

À LA CALCULATRICE



3 Partie II. Donner un ordre de grandeur de la constante de temps du circuit de charge.

Données utiles temps de recharge après un éclair maximal : 11 s

Après un éclair maximal, le condensateur est vide et sa recharge complète dure 11 s. Or une charge est pratiquement terminée au bout de $5\,\tau$:

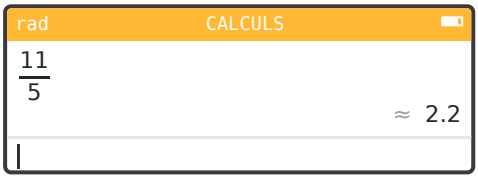
$\tau \approx \dfrac{11}{5} = 2{,}2$ s

$\tau \approx 2$ s : la constante de temps est de l'ordre de la seconde.

COMPRENDRE

Au bout de $5\,\tau$, la tension atteint 99 % de sa valeur finale : c'est le critère habituel de charge complète. Avec $3\,\tau$ (95 %), on trouverait encore quelques secondes : l'ordre de grandeur ne change pas.

À LA CALCULATRICE



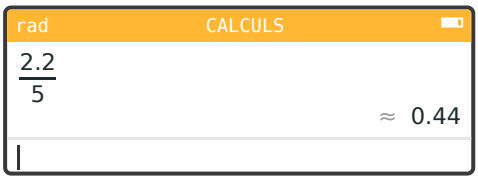
4 Partie II. En déduire l'ordre de grandeur de la résistance à travers laquelle s'est chargé le condensateur.

Données utiles $\tau \approx 2{,}2$ s (Q3, partie II) ; $C = 5$ F (Q2, partie II)

$\tau = RC$, donc $R = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{2{,}2}{5} = 0{,}4\ \Omega$

$R \approx 0{,}4\ \Omega$, soit un ordre de grandeur de $10^{-1}\ \Omega$

À LA CALCULATRICE



1 Partie III (question unique). L'inductance de la bobine vaut $L = 0{,}5\ \mu\text{H}$. En déduire la capacité C du condensateur de l'oscillateur.

Données utiles $T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}$; fréquence propre $N = 10\ \text{MHz}$; $L = 0{,}5\ \mu\text{H}$

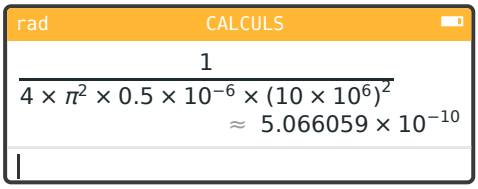
La fréquence propre est l'inverse de la période propre : $N = \dfrac{1}{T_0} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}}$.

En élevant au carré : $N^2 = \dfrac{1}{4\pi^2\,L\,C}$, d'où $C = \dfrac{1}{4\pi^2\,L\,N^2}$.

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \times 0{,}5 \times 10^{-6} \times (10 \times 10^6)^2} = 5 \times 10^{-10}\ \text{F}$$

$$\boxed{C = 5 \times 10^{-10}\ \text{F} = 0{,}5\ \text{nF}}$$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Laisser L en microhenrys ou N en mégahertz : il faut $L = 0{,}5 \times 10^{-6}$ H et $N = 1{,}0 \times 10^7$ Hz. Oublier le carré sur N est l'autre erreur fréquente.

COMPRENDRE

La bobine et les oscillations électriques d'un circuit LC ne sont plus au programme actuel de spécialité. La formule de T_0 étant fournie, la question se réduit à isoler C et à convertir les unités.