Corrigé complet — Bac S 2005 Amérique du Sud (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Etude d'un dipole RL** Dipôle RL · Établissement du courant · Constante de temps · Loi d'additivité des tensions · Équation différentielle du premier ordre · Régime permanent	4 pts	52 min	7 questions	p. 2
Ex 2	**Cinétique de la saponification de l'éthanoate d'éthyle** Famille des esters · Tableau d'avancement · Conductivité et loi de Kohlrausch · Vitesse volumique de réaction · Temps de demi-réaction · Facteurs cinétiques	6,5 pts	1 h 18	16 questions	p. 5
Ex 3	**Spécialité : Emission et réception d'une onde radio** Modulation d'amplitude · Taux de modulation · Multiplieur · Circuit d'accord LC · Détecteur de crête · Démodulation	4 pts	52 min	11 questions	p. 10
Ex 4	**Les oscillateurs mécaniques** Énergie cinétique et énergie potentielle · Conservation de l'énergie mécanique · Pendule simple et isochronisme · Analyse dimensionnelle · Deuxième loi de Newton · Oscillateur masse-ressort	5,5 pts	1 h 05	12 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Etude d'un dipole RL

Bac S 2005 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Pour suivre l'évolution de l'intensité i au cours du temps, quelle tension faut-il enregistrer et quelle opération demander au logiciel ? Justifier.

Données utiles $R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$; masse du montage au point C ; voie 1 en A, voie 2 en B

Un système d'acquisition ne mesure que des tensions. Aux bornes du conducteur ohmique, avec le sens positif choisi (de B vers C dans la résistance), la loi d'Ohm donne $u_{BC} = R\,i$: cette tension est proportionnelle à l'intensité.

On enregistre donc la tension u_{BC} (voie 2), puis on demande au logiciel de la diviser par R.

Tension à enregistrer : u_{BC} ; opération : $i = \dfrac{u_{BC}}{R}$

PIÈGE
Choisir la voie 1 : u_{AC} vaut E dès la fermeture de K et ne renseigne pas sur i. La tension de la bobine, elle, dépend de $\dfrac{\text{d}i}{\text{d}t}$, pas de i.

COMPRENDRE
La bobine et les circuits RL ne figurent plus au programme actuel de spécialité. La démarche reste la même que pour le circuit RC : on visualise une intensité grâce à la tension aux bornes d'une résistance.

1.2.1 Déterminer graphiquement la valeur I de l'intensité du courant en régime permanent, en explicitant la démarche.

Données utiles graphe 1

En régime permanent, l'intensité ne varie plus : la courbe $i(t)$ se confond avec une droite horizontale, son asymptote.

On trace cette asymptote et on lit son ordonnée sur l'axe vertical.

$I = 6{,}0\ \text{mA}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la graduation de l'axe (1,0 mA par division) et comme les données E, R et L.

1.2.2 Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RL, en explicitant la démarche.

Données utiles graphe 1 (tangente à l'origine tracée) ; $I = 6{,}0$ mA (1.2.1)

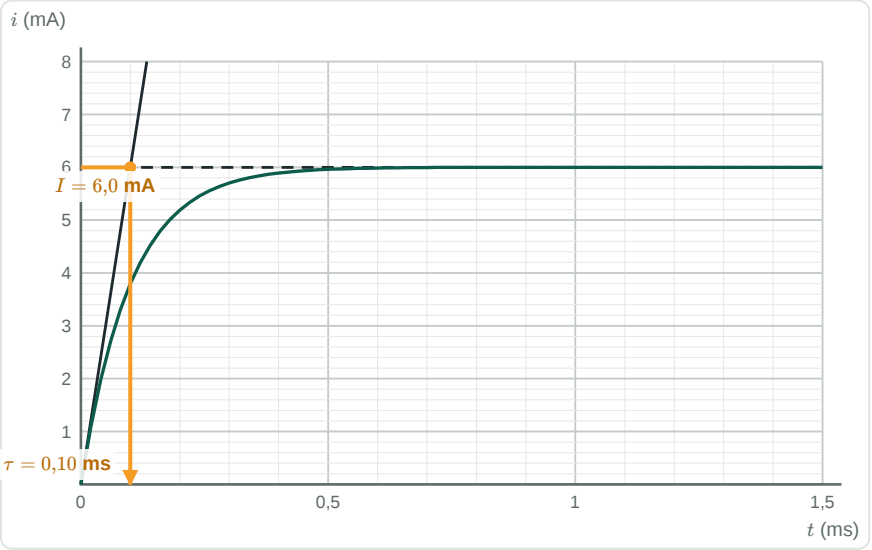
La tangente à la courbe à l'origine coupe l'asymptote horizontale $i = I$ à la date $t = \tau$.

On repère le point d'intersection de ces deux droites et on lit son abscisse : une petite graduation, soit le cinquième de 0,5 ms.

$\tau = 0{,}10\ \text{ms}$

PIÈGE
Lire l'abscisse du point où la tangente sort du cadre (8,0 mA) au lieu de son intersection avec l'asymptote à 6,0 mA.

MÉTHODE
Autre lecture possible : τ est la date à laquelle i atteint 63 % de I, soit ici $0{,}63 \times 6{,}0 \approx 3{,}8$ mA. On trouve la même abscisse.



1.2.2 · Graphe 1 : asymptote, tangente à l'origine et lecture de τ

1.2.3 Cette valeur de τ correspond-elle à celle attendue théoriquement ? Justifier.

Données utiles $L = 0{,}10$ H ; $R = 1{,}0$ kΩ ; $\tau = 0{,}10$ ms (1.2.2)

Pour un dipôle RL, la constante de temps a pour expression $\tau = \dfrac{L}{R}$.

$$\tau = \frac{0{,}10}{1{,}0 \times 10^{3}} = 1{,}0 \times 10^{-4}\ \text{s} = 0{,}10\ \text{ms}$$

$\tau_{\text{théorique}} = 0{,}10$ ms : la valeur lue sur le graphe est en accord avec la valeur attendue.

PIÈGE
Laisser R en kilohms : on obtiendrait $0{,}10$ « seconde », mille fois trop. Le calcul se fait en ohms et en henrys, et le résultat sort en secondes.

MÉTHODE
Sans calculatrice, on divise les puissances de dix à part : $0{,}10 = 1{,}0 \times 10^{-1}$, puis $10^{-1} \div 10^{3} = 10^{-4}$.

1.3.1 Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ du courant.

Données utiles résistance r de la bobine négligeable devant R

Interrupteur fermé, la loi d'additivité des tensions s'écrit : $u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$, avec $u_{AC} = E$.

Avec le sens positif choisi (convention récepteur pour les deux dipôles) :

- bobine de résistance négligeable : $u_{AB} = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$;
- conducteur ohmique : $u_{BC} = R\,i$.

D'où $E = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R\,i$, puis, en divisant par L :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}\,i = \frac{E}{L}$$

PIÈGE
Oublier que $u_{AB} = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ n'est valable qu'en convention récepteur et pour une bobine sans résistance ; sinon il faudrait ajouter le terme $r\,i$.

COMPRENDRE
L'équation a la même forme que celle de la charge d'un condensateur dans un circuit RC : premier ordre, coefficients constants. Le coefficient de i est $\dfrac{R}{L} = \dfrac{1}{\tau}$.

1.3.2 En déduire l'expression de l'intensité I du courant en régime permanent, puis calculer sa valeur.

Données utiles $E = 6{,}0$ V ; $R = 1{,}0$ kΩ ; équation différentielle (1.3.1)

En régime permanent, l'intensité est constante, $i = I$, donc $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation différentielle se réduit à $\dfrac{R}{L}\,I = \dfrac{E}{L}$, soit $I = \dfrac{E}{R}$.

$$I = \frac{6{,}0}{1{,}0 \times 10^{3}} = 6{,}0 \times 10^{-3}\ \text{A}$$

$I = \dfrac{E}{R} = 6{,}0$ mA, valeur identique à celle lue sur le graphe 1.

COMPRENDRE
En régime permanent, la bobine sans résistance se comporte comme un simple fil : sa tension est nulle et toute la tension E se retrouve aux bornes de la résistance. I ne dépend donc pas de L.

2 Associer chacun des graphes (2), (3) et (4) à l'une des expériences B, C et D, en justifiant précisément chaque choix.

Données utiles B : $E = 12{,}0$ V, $R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$, $L = 0{,}10$ H ; C : $E = 6{,}0$ V, $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$, $L = 0{,}10$ H ; D : $E = 6{,}0$ V, $R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$, $L = 0{,}20$ H

Chaque expérience est caractérisée par deux grandeurs : $I = \dfrac{E}{R}$ et $\tau = \dfrac{L}{R}$.

Valeurs théoriques :

- B : $I = \dfrac{12{,}0}{1{,}0 \times 10^3} = 12\ \text{mA}$; $\tau = \dfrac{0{,}10}{1{,}0 \times 10^3} = 0{,}10\ \text{ms}$;
- C : $I = \dfrac{6{,}0}{0{,}50 \times 10^3} = 12\ \text{mA}$; $\tau = \dfrac{0{,}10}{0{,}50 \times 10^3} = 0{,}20\ \text{ms}$;
- D : $I = \dfrac{6{,}0}{1{,}0 \times 10^3} = 6{,}0\ \text{mA}$; $\tau = \dfrac{0{,}20}{1{,}0 \times 10^3} = 0{,}20\ \text{ms}$.

Lectures graphiques (asymptote, puis abscisse de son intersection avec la tangente à l'origine) :

- graphe 2 : $I = 6{,}0$ mA et $\tau \approx 0{,}2$ ms ;
- graphe 3 : $I = 12$ mA et $\tau \approx 0{,}2$ ms ;
- graphe 4 : $I = 12$ mA et $\tau \approx 0{,}1$ ms.

Le graphe 2 est le seul dont l'asymptote est à 6,0 mA : c'est l'expérience D. Les graphes 3 et 4 ont la même asymptote ; ils se distinguent par τ, deux fois plus grande sur le graphe 3.

Graphe 2 : expérience D ; graphe 3 : expérience C ; graphe 4 : expérience B.

PIÈGE
Se fier à l'allure sans regarder les échelles : l'axe vertical va jusqu'à 14,0 mA sur les graphes 3 et 4, contre 8,0 mA sur le graphe 2.

COMPRENDRE
Doubler E double I sans changer τ. Diviser R par deux double à la fois I et τ. Doubler L double τ sans changer I : la bobine retarde l'établissement du courant.

MÉTHODE
Deux critères, deux lectures. On commence par celui qui isole un graphe (I), puis on départage les graphes restants avec le second (τ).

Cinétique de la saponification de l'éthanoate d'éthyle

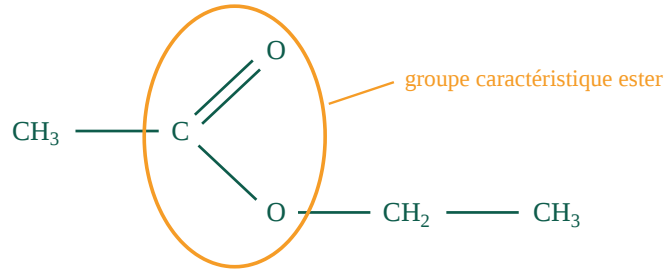
Bac S 2005 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Recopier la formule semi-développée de l'éthanoate d'éthyle et entourer le groupement fonctionnel.

Le groupe caractéristique est formé de l'atome de carbone, de l'oxygène doublement lié et de l'oxygène lié à la chaîne éthyle.

Groupe entouré : $-COO-$ (groupe ester), voir la formule ci-dessous.

PIÈGE
N'entourer que $C{=}O$ désigne un groupe carbonyle, pas le groupe ester : il faut aussi l'atome d'oxygène lié au groupe éthyle.



1.1 · Formule semi-développée de l'éthanoate d'éthyle ; en orange, le groupe entouré

1.2 À quelle famille de composés organiques l'éthanoate d'éthyle appartient-il ?

La molécule porte le groupe $-COO-$ lié à deux chaînes carbonées.

C'est un **ester** (famille des esters).

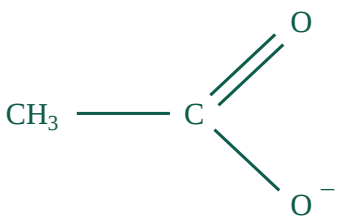
COMPRENDRE
Le nom le confirme : terminaison « -oate » pour la partie issue de l'acide (éthanoate), suivie du nom du groupe alkyle porté par l'oxygène (éthyle).

2.1 Écrire la formule semi-développée de l'espèce chimique A^- et donner son nom.

L'ion hydroxyde coupe la liaison $C{-}O$ de l'ester : la partie « éthanoate » donne un ion carboxylate, la partie « éthyle » donne l'alcool B.

A^- est l'**ion éthanoate** $CH_3{-}COO^-$.

COMPRENDRE
B est donc l'éthanol $CH_3{-}CH_2{-}OH$. On vérifie la conservation des éléments et de la charge : $C_4H_8O_2 + HO^- \longrightarrow C_2H_3O_2{}^- + C_2H_6O$.



2.1 · Ion éthanoate A^-

2.2 La réaction de saponification est-elle limitée ou totale ?

La saponification est l'hydrolyse d'un ester en milieu basique.

La réaction est **totale** (et lente).

PIÈGE
Ne pas confondre avec l'hydrolyse d'un ester par l'eau seule, qui est limitée. Ne pas confondre non plus totale et rapide : la transformation étudiée ici dure plusieurs dizaines de minutes.

3.1 Compléter le tableau d'avancement fourni en annexe.

Données utiles quantités initiales : c_0V pour l'ester, $\mathrm{Na^+}$ et $\mathrm{HO^-}$

Tous les nombres stœchiométriques valent 1 : à l'instant t, il a disparu $x(t)$ mol d'ester et d'ions hydroxyde, et il s'est formé $x(t)$ mol de $\mathrm{A^-}$ et de B. Les ions sodium sont spectateurs.

Les deux réactifs sont introduits en même quantité c_0V et la réaction est totale : ils sont entièrement consommés ensemble, $c_0V - x_{max} = 0$.

$x_{max} = c_0V$; tableau complété ci-dessous.

PIÈGE
Faire varier la quantité d'ions $\mathrm{Na^+}$: ils figurent des deux côtés de l'équation, leur quantité reste c_0V à tout instant.

Réaction		$C_4H_8O_2$	+ $Na^+(aq)$	+ $HO^-(aq)$	= $Na^+(aq)$	+ $A^-(aq)$	+ B
instant	avancement						
0	0	c_0V	c_0V	c_0V	c_0V	0	0
t	x(t)	$c_0V - x(t)$	c_0V	$c_0V - x(t)$	c_0V	x(t)	x(t)
∞	x_{max}	0	c_0V	0	c_0V	$x_{max} = c_0V$	$x_{max} = c_0V$

3.1 · Tableau d'avancement de l'annexe complété (quantités de matière en mol ; ajouts en orange)

3.2.1 Quelles sont les espèces chimiques responsables du caractère conducteur de la solution ?

Le courant est transporté dans une solution par les ions.

Les ions $\mathrm{Na^+}$(aq), $\mathrm{HO^-}$(aq) et $\mathrm{A^-}$(aq).

COMPRENDRE
L'ester et l'éthanol sont des molécules, électriquement neutres : ils ne participent pas à la conduction.

3.2.2 Pourquoi la conductivité de la solution diminue-t-elle ?

Données utiles $\lambda_{\mathrm{HO^-}} = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}}$; $\lambda_{\mathrm{A^-}} = 4{,}1 \times 10^{-3}\ \mathrm{S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}}$

Chaque fois qu'un ion $\mathrm{HO^-}$ est consommé, un ion $\mathrm{A^-}$ apparaît ; la concentration en ions $\mathrm{Na^+}$ ne change pas.

Or $\lambda_{\mathrm{A^-}} < \lambda_{\mathrm{HO^-}}$: un ion très conducteur est remplacé par un ion qui l'est environ cinq fois moins.

La conductivité σ diminue au cours de la transformation.

PIÈGE
Dire « le nombre d'ions diminue » est faux : la quantité totale d'ions reste constante. C'est la nature des ions qui change.

3.2.3 Exprimer la conductivité σ_t de la solution à un instant t en fonction de c_0, V, $x(t)$ et des conductivités molaires ioniques.

Données utiles quantités de matière à l'instant t (tableau du 3.1)

Loi de Kohlrausch : $\sigma_t = \lambda_{\mathrm{Na^+}}[\mathrm{Na^+}]_t + \lambda_{\mathrm{HO^-}}[\mathrm{HO^-}]_t + \lambda_{\mathrm{A^-}}[\mathrm{A^-}]_t$.

D'après le tableau : $[\mathrm{Na^+}]_t = \dfrac{c_0V}{V} = c_0$; $[\mathrm{HO^-}]_t = \dfrac{c_0V - x(t)}{V}$; $[\mathrm{A^-}]_t = \dfrac{x(t)}{V}$.

$$\sigma_t = \lambda_{\mathrm{Na^+}}\, c_0 + \lambda_{\mathrm{HO^-}} \left(c_0 - \frac{x(t)}{V} \right) + \lambda_{\mathrm{A^-}} \frac{x(t)}{V}$$

$$\sigma_t = (\lambda_{\mathrm{Na^+}} + \lambda_{\mathrm{HO^-}})\, c_0 + (\lambda_{\mathrm{A^-}} - \lambda_{\mathrm{HO^-}}) \frac{x(t)}{V}$$

PIÈGE
Unités : avec λ en $\mathrm{S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}}$, les concentrations sont en $\mathrm{mol \cdot m^{-3}}$ et V en $\mathrm{m^3}$. C'est pourquoi l'énoncé donne $c_0 = 10\ \mathrm{mol \cdot m^{-3}}$.

COMPRENDRE
σ_t est une fonction affine de $x(t)$, de coefficient négatif : mesurer σ revient à suivre l'avancement sans rien prélever.

3.2.4 Justifier les expressions $\sigma_0 = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})\, c_0$ et $\sigma_\infty = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{A^-})\, c_0$.

Données utiles expression de σ_t (3.2.3) ; $x_{max} = c_0 V$ (3.1)

À $t = 0$: $x(0) = 0$, le second terme de σ_t est nul, d'où $\sigma_0 = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})\, c_0$.

À $t = \infty$: $x = x_{max} = c_0 V$, donc $\dfrac{x}{V} = c_0$:

$\sigma_\infty = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})\, c_0 + (\lambda_{A^-} - \lambda_{HO^-})\, c_0$

$\boxed{\sigma_0 = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})\, c_0 \text{ et } \sigma_\infty = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{A^-})\, c_0}$

COMPRENDRE
Vérification : $(5{,}0 \times 10^{-3} + 2{,}0 \times 10^{-2}) \times 10 = 0{,}250\ \mathrm{S \cdot m^{-1}}$ et $(5{,}0 \times 10^{-3} + 4{,}1 \times 10^{-3}) \times 10 = 0{,}091\ \mathrm{S \cdot m^{-1}}$: ce sont les valeurs du tableau, ce qui confirme que la réaction est totale.

MÉTHODE
Lecture directe possible : au départ la solution ne contient que Na^+ et HO^- à la concentration c_0 ; à la fin, que Na^+ et A^- à la concentration c_0.

3.2.5 Montrer que l'avancement peut être calculé par $x(t) = c_0 V \dfrac{\sigma_0 - \sigma_t}{\sigma_0 - \sigma_\infty}$.

Données utiles expressions de σ_t (3.2.3), σ_0 et σ_∞ (3.2.4)

D'après 3.2.3 et 3.2.4 : $\sigma_t = \sigma_0 + (\lambda_{A^-} - \lambda_{HO^-}) \dfrac{x(t)}{V}$, donc

$\sigma_0 - \sigma_t = (\lambda_{HO^-} - \lambda_{A^-}) \dfrac{x(t)}{V}$

De même : $\sigma_0 - \sigma_\infty = (\lambda_{HO^-} - \lambda_{A^-})\, c_0$

En divisant membre à membre, le facteur $(\lambda_{HO^-} - \lambda_{A^-})$ se simplifie :

$\dfrac{\sigma_0 - \sigma_t}{\sigma_0 - \sigma_\infty} = \dfrac{x(t)}{c_0 V}$

$\boxed{x(t) = c_0 V \dfrac{\sigma_0 - \sigma_t}{\sigma_0 - \sigma_\infty} \text{ : c'est l'expression attendue.}}$

COMPRENDRE
Le rapport des conductivités est sans unité : il représente la fraction de la transformation déjà accomplie. Il vaut 0 à $t = 0$ et 1 à la fin.

MÉTHODE
Pour éliminer des constantes inconnues ou encombrantes (ici les λ), former deux différences qui les contiennent en facteur, puis en faire le rapport.

3.3.1 Donner l'expression de la vitesse volumique de réaction en précisant les unités.

La vitesse volumique de réaction est la dérivée de l'avancement par rapport au temps, divisée par le volume V du mélange réactionnel.

Avec x en mol, V en L et t en s, v s'exprime en $\mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}}$.

$\boxed{v(t) = \dfrac{1}{V}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \text{ en } \mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}}}$

COMPRENDRE
Ici $[HO^-] = c_0 - \dfrac{x}{V}$: v est aussi la vitesse volumique de disparition de HO^-, $-\dfrac{\mathrm{d}[HO^-]}{\mathrm{d}t}$, forme utilisée dans le programme actuel. Avec t en minutes, l'unité devient $\mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}}$.

3.3.2 Expliquer la méthode permettant d'évaluer graphiquement cette vitesse à un instant donné.

- À la date t choisie, on trace la tangente à la courbe représentant $x(t)$.
- On calcule son coefficient directeur à partir de deux points éloignés de cette droite : il est égal à $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ à cet instant.
- On divise ce coefficient directeur par le volume V.

$\boxed{v(t) = \dfrac{1}{V} \times \text{(coefficient directeur de la tangente à la courbe à la date } t\text{)}}$

PIÈGE
Les deux points servant au calcul se lisent sur la tangente, pas sur la courbe. Attention aussi à l'axe gradué en mmol.

3.3.3 Comment évolue cette vitesse au cours de la transformation ? Quel est le facteur cinétique mis en jeu ?

Les tangentes à la courbe $x = f(t)$ sont de moins en moins inclinées quand t augmente : leur coefficient directeur diminue.

Les réactifs sont consommés, leur concentration baisse au cours du temps, à température constante.

La vitesse volumique diminue au cours du temps ; facteur cinétique : la **concentration des réactifs**.

PIÈGE
La température est bien un facteur cinétique, mais elle est maintenue à 30 °C : elle ne peut pas expliquer une variation de la vitesse pendant l'expérience.

3.3.4 Calculer l'avancement maximal.

Données utiles $c_0 = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V = 100{,}0\ \text{mL} = 0{,}1000\ \text{L}$; $x_{max} = c_0 V$ (3.1)

$$x_{max} = c_0 V = 1{,}0 \times 10^{-2} \times 0{,}1000$$

$$x_{max} = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} = 1{,}0\ \text{mmol}$$

PIÈGE
Laisser V en mL avec c_0 en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, ou utiliser $c_0 = 10\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ avec V en litres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c_0, la donnée la moins précise. Le calcul se fait de tête : l'épreuve est sans calculatrice.

3.3.5 Définir le temps de demi-réaction et trouver sa valeur à partir du graphe de l'annexe.

Données utiles $x_{max} = 1{,}0$ mmol (3.3.4)

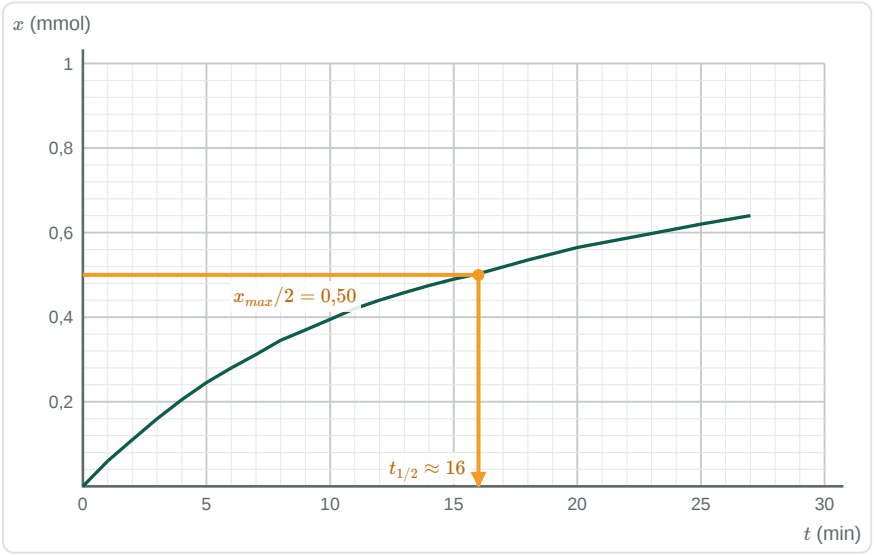
Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

La réaction est totale : $x_f = x_{max}$, donc $\dfrac{x_f}{2} = 0{,}50$ mmol.

Sur le graphe, le point de la courbe d'ordonnée $0{,}50$ mmol a pour abscisse environ 16 min.

$$t_{1/2} \approx 16\ \text{min}$$

PIÈGE
La courbe du graphe s'arrête vers $0{,}64$ mmol à 27 min : ce n'est pas l'avancement final. Prendre la moitié de cette valeur donnerait un temps faux d'environ 7 min.



3.3.5 · Graphe de l'annexe : lecture du temps de demi-réaction

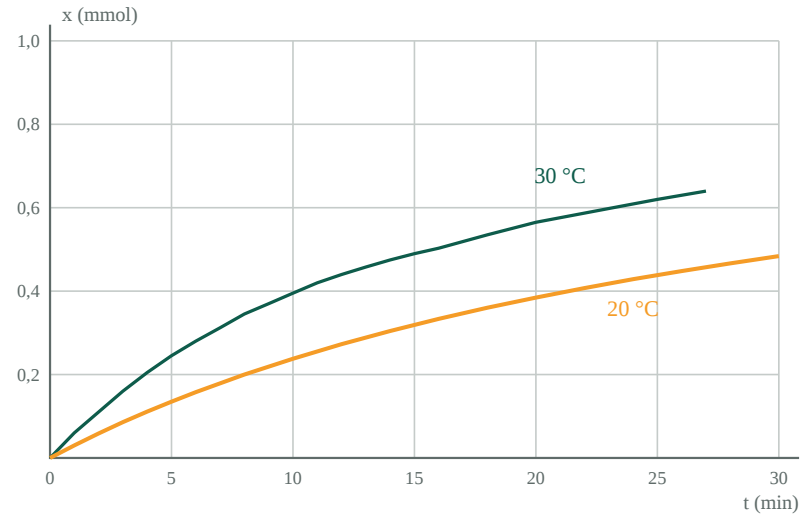
3.3.6 On reproduit la même expérience à 20 °C. Tracer sur le graphe de l'annexe l'allure de la courbe obtenue et justifier le tracé.

La température est un facteur cinétique : à 20 °C au lieu de 30 °C, la vitesse volumique de réaction est plus faible à chaque instant.

- La courbe part de la même origine, avec une tangente moins inclinée.
- Elle reste en dessous de la courbe à 30 °C.
- Les quantités initiales sont inchangées et la réaction reste totale : elle tend vers le même avancement final $x_{max} = 1{,}0$ mmol, atteint plus tard.

Courbe à 20 °C située sous la courbe à 30 °C, de même origine et de même limite x_{max} ; $t_{1/2}$ est plus grand.

PIÈGE
Tracer une courbe qui plafonne plus bas : la température modifie la vitesse, pas l'état final d'une transformation totale.



3.3.6 · Graphe de l'annexe complété : en orange, allure de la courbe à 20 °C

Spécialité : Emission et réception d'une onde radio

Bac S 2005 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Pourquoi faut-il ajouter une tension de décalage au signal à transmettre ?

Le signal $u_1(t)$ est alternatif : il change de signe. Avec la tension continue U_0 (choisie supérieure à U_m), la tension $u(t) = U_0 + U_m\cos(2\pi ft)$ garde toujours le même signe, positif.

L'amplitude de la tension modulée ne s'annule alors jamais.

Le décalage rend $u(t)$ toujours positive : l'enveloppe de $s(t)$ a alors la même forme que le signal à transmettre.

COMPRENDRE
La modulation d'amplitude ne figure plus au programme actuel de la spécialité de Terminale : elle appartenait à l'enseignement de spécialité de l'ancien bac S. Tout l'exercice se traite dans ce cadre.

1.1.2 Quelle condition doit vérifier le taux de modulation $m = \dfrac{U_m}{U_0}$ pour que la modulation soit bonne ?

Il faut $u(t) > 0$ à chaque instant. La plus petite valeur de $u(t)$ est $U_0 - U_m$: il faut donc $U_0 - U_m > 0$, soit $U_m < U_0$.

$$m = \frac{U_m}{U_0} < 1$$

PIÈGE
Si $m > 1$, il y a surmodulation : l'enveloppe de $s(t)$ ne ressemble plus au signal à transmettre et le récepteur restitue un signal déformé.

COMPRENDRE
Sur la figure 2, l'amplitude de $s(t)$ varie entre environ $0{,}75$ V et $2{,}2$ V sans jamais s'annuler : la condition est respectée.

1.2.1 Montrer que $s(t)$ peut se mettre sous la forme $s(t) = A\,[1 + m\cos(2\pi ft)]\cos(2\pi Ft)$, où A est une constante.

Données utiles $s(t) = k\,u(t)\,v(t)$; $u(t) = U_0 + U_m\cos(2\pi ft)$; $v(t) = V_m\cos(2\pi Ft)$

On remplace $u(t)$ et $v(t)$ par leurs expressions :

$$s(t) = k\,[U_0 + U_m\cos(2\pi ft)]\,V_m\cos(2\pi Ft)$$

On met U_0 en facteur dans le crochet :

$$s(t) = k\,V_m\,U_0\left[1 + \frac{U_m}{U_0}\cos(2\pi ft)\right]\cos(2\pi Ft)$$

Comme $m = \dfrac{U_m}{U_0}$ et que k, V_m et U_0 sont des constantes :

$s(t) = A\,[1 + m\cos(2\pi ft)]\cos(2\pi Ft)$ avec $A = k\,V_m\,U_0$ constante.

MÉTHODE
Pour faire apparaître m, on factorise par U_0 : c'est le seul moyen d'obtenir le rapport $\dfrac{U_m}{U_0}$ devant le cosinus de basse fréquence.

1.2.2 Donner l'expression de A en fonction de k, V_m et U_0.

Par identification avec l'expression obtenue à la question 1.2.1 :

$$A = k\,V_m\,U_0$$

COMPRENDRE
A est une tension : k s'exprime donc en V^{-1}. L'amplitude de $s(t)$ oscille entre $A(1-m)$ et $A(1+m)$.

1.3 En utilisant la courbe de la figure 2, déterminer f et F. Justifier la méthode utilisée.

Données utiles figure 2 (axe des temps gradué en ms)

L'enveloppe de $s(t)$ varie comme le signal à transmettre : elle a la même période $T = \dfrac{1}{f}$. Deux maximums successifs de l'enveloppe sont en $t = 1{,}25$ ms et $t = 2{,}50$ ms, donc $T = 1{,}25$ ms.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}25 \times 10^{-3}} = 800 \text{ Hz}$$

Les oscillations rapides sont celles de la porteuse. On en compte 25 pendant la durée T : la période de la porteuse est 25 fois plus petite que T, sa fréquence 25 fois plus grande.

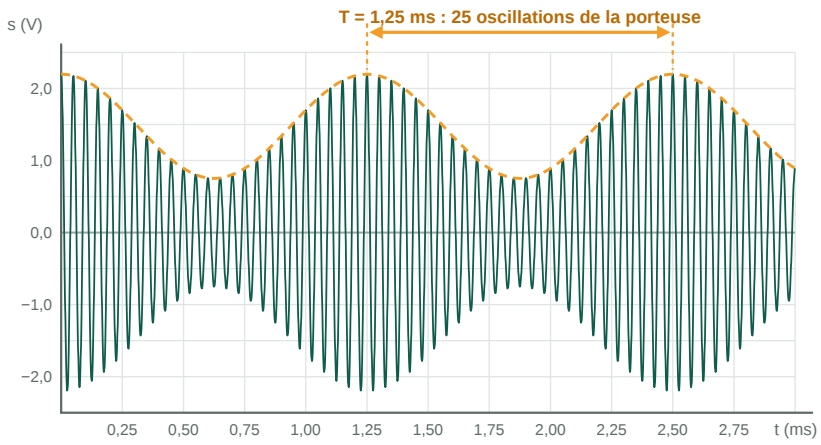
$$F = 25\,f = 25 \times 800 = 2{,}0 \times 10^4 \text{ Hz}$$

$f = 800$ Hz et $F = 2{,}0 \times 10^4$ Hz $= 20$ kHz

PIÈGE
Confondre les deux périodes : l'enveloppe donne f (signal modulant), les oscillations rapides donnent F (porteuse). L'axe est en millisecondes.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : le comptage des oscillations se fait à une unité près, on garde donc deux chiffres pour F.

MÉTHODE
Sans calculatrice : $\dfrac{1}{1{,}25 \times 10^{-3}} = \dfrac{1000}{1{,}25} = 800$.
Compter beaucoup d'oscillations sur une durée connue est bien plus précis que mesurer une seule période de la porteuse.



1.3 · Figure 2 du sujet : l'enveloppe (tirets orange) a la période T du signal modulant

2.1.1 Quel est le rôle du circuit d'accord, module a) de la figure 4 ?

L'antenne reçoit en même temps les ondes de tous les émetteurs voisins. Le circuit formé de la bobine L et du condensateur C en parallèle ne laisse subsister que la tension dont la fréquence est voisine de sa fréquence propre.

Le circuit d'accord sélectionne, parmi tous les signaux captés, celui de l'émetteur choisi.

2.1.2 Comment procède-t-on pour « capter » une station radio ?

La bobine a une inductance réglable. On modifie L jusqu'à ce que la fréquence propre du circuit, $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, soit égale à la fréquence F de la porteuse de la station.

On règle L pour obtenir $f_0 = F$ (porteuse de la station voulue).

COMPRENDRE
Chaque station émet avec sa propre fréquence de porteuse : c'est ce qui permet de les séparer à la réception.

2.1.3 Vérifier que, lorsque $L = 62$ mH, le circuit est accordé sur l'émetteur réalisé dans la partie 1.

Données utiles $L = 62$ mH ; $C = 1{,}0$ nF ; $\pi\sqrt{62} \approx 25$; $F = 2{,}0 \times 10^4$ Hz (1.3)

Fréquence propre du circuit : $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

$LC = 62 \times 10^{-3} \times 1{,}0 \times 10^{-9} = 62 \times 10^{-12}$ s^2, donc $\sqrt{LC} = \sqrt{62} \times 10^{-6}$ s.

$$f_0 = \frac{1}{2 \times \pi\sqrt{62} \times 10^{-6}} = \frac{1}{2 \times 25 \times 10^{-6}} = \frac{10^6}{50} = 2{,}0 \times 10^4 \text{ Hz}$$

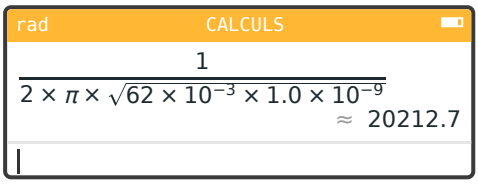
$f_0 = 2{,}0 \times 10^4$ Hz $= F$: le circuit est bien accordé sur l'émetteur.

PIÈGE
Oublier les conversions : 62 mH $= 62 \times 10^{-3}$ H et $1{,}0$ nF $= 1{,}0 \times 10^{-9}$ F. Sans elles, la puissance de dix est fausse.

COMPRENDRE
L'épreuve est sans calculatrice : l'aide $\pi\sqrt{62} \approx 25$ la remplace. Le calcul exact donne $20{,}2$ kHz, soit 20 kHz avec deux chiffres significatifs.

COMPRENDRE
La bobine et le circuit LC (oscillations électriques) ne sont plus au programme actuel de spécialité ; la relation $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ était à connaître.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Que signifie démoduler le signal reçu ?

Le signal reçu est la porteuse de haute fréquence dont l'amplitude varie au rythme de l'information. Démoduler, c'est supprimer la porteuse pour ne garder que l'enveloppe.

Démoduler, c'est extraire du signal modulé le signal de basse fréquence (l'information transmise).

COMPRENDRE
À la sortie du détecteur de crête, l'enveloppe récupérée est encore décalée de la composante continue : elle n'est pas centrée sur zéro.

2.2.2 Le signal tracé en trait gras par l'élève sur la figure 5, à la sortie du détecteur de crête, est-il correct ? Justifier.

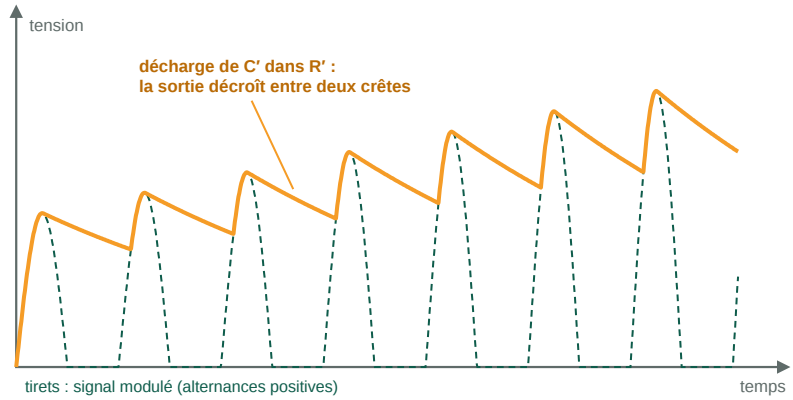
Quand la tension modulée dépasse la tension aux bornes de C', la diode est passante : C' se charge et la sortie suit la montée jusqu'à la crête.

Dès que la tension modulée redescend, la diode est bloquée : C' se décharge dans R' et la tension de sortie diminue lentement, jusqu'à l'alternance suivante.

Or l'élève a tracé une tension qui continue d'augmenter entre deux crêtes.

Le schéma est incorrect : entre deux crêtes la tension doit décroître légèrement (décharge de C'), ce qui donne un tracé en dents de scie.

COMPRENDRE
La décharge doit être lente devant la période de la porteuse, mais assez rapide pour suivre l'enveloppe : la constante de temps $R'C'$ se choisit entre ces deux périodes.



2.2.2 · Tracé correct (en orange) : la sortie du détecteur de crête est en dents de scie

2.3 Quel est le rôle du troisième module c) ?

Le condensateur C'', placé en série, bloque la partie constante de la tension démodulée et transmet sa partie variable à R''.

Le module c) élimine la composante continue (le décalage) : la tension obtenue, centrée sur zéro, a la forme du signal $u_1(t)$ émis.

COMPRENDRE

Ce décalage est la trace de la tension U_0 ajoutée à l'émission (1.1.1) : utile pour moduler, il ne fait pas partie de l'information.

Les oscillateurs mécaniques

Bac S 2005 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Partie A (pendule simple). Donner l'expression de l'énergie cinétique en G.

Système : la masse ponctuelle m, étudiée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. En G, elle possède la vitesse v.

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

COMPRENDRE
m s'exprime en kg et v en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour obtenir E_C en joules. La vitesse v est celle du point G à l'instant considéré : elle change tout au long de l'oscillation.

1.2 Partie A. Avec $E_P = m\,g\,L\,(1-\cos\beta)$, donner l'expression de l'énergie mécanique en fonction de m, g, L, v et β. Pourquoi l'énergie mécanique se conserve-t-elle ?

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur : $E_m = E_C + E_P$.

La masse est soumise à son poids et à la tension du fil. La tension reste perpendiculaire à la trajectoire : son travail est nul. Les frottements sont négligés. Seul le poids, force conservative, travaille : l'énergie mécanique se conserve.

$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + m\,g\,L\,(1-\cos\beta)$, constante au cours du mouvement.

PIÈGE
Répondre seulement « parce que le sujet le dit ». La justification attendue est physique : pas de frottements, et la tension du fil ne travaille pas.

COMPRENDRE
L'altitude de G au-dessus de G_0 vaut $z = L - L\cos\beta$, d'où l'expression de $E_P = m\,g\,z$ donnée par le sujet.

1.3 Partie A. Exprimer la vitesse au passage par la position d'équilibre en fonction de g, L et β_m. Calculer sa valeur.

Données utiles $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $L = 1{,}0\ \mathrm{m}$; $\cos\beta_m = 0{,}95$

L'énergie mécanique a la même valeur en G_i et en G_0.

En G_i : vitesse nulle et $\beta = \beta_m$, donc $E_m(G_i) = m\,g\,L\,(1-\cos\beta_m)$.

En G_0 : $\beta = 0$ donc $E_P = 0$, et la vitesse vaut v_0 : $E_m(G_0) = \frac{1}{2} m v_0^2$.

L'égalité $\frac{1}{2} m v_0^2 = m\,g\,L\,(1-\cos\beta_m)$ donne, après simplification par m :

$$v_0 = \sqrt{2\,g\,L\,(1-\cos\beta_m)}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \times 10 \times 1{,}0 \times (1-0{,}95)} = \sqrt{20 \times 0{,}050} = \sqrt{1{,}0}$$

$$v_0 = \sqrt{2\,g\,L\,(1-\cos\beta_m)} = 1{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les données. La masse disparaît du résultat : deux pendules de même longueur lâchés du même angle passent à la verticale avec la même vitesse.

MÉTHODE
Sans calculatrice, regrouper les facteurs avant la racine : $2 \times 10 = 20$, puis $20 \times 0{,}050 = 1{,}0$. Les valeurs d'un sujet sans calculatrice sont choisies pour que la racine tombe juste.

2.1 Partie A. Énoncer la loi d'isochronisme des petites oscillations.

Pour des oscillations de faible amplitude, la période du pendule simple ne dépend pas de l'amplitude β_m.

COMPRENDRE
« Isochrone » signifie « de même durée ». Lâché de 5° ou de 10°, le pendule met le même temps pour un aller-retour. Aux grandes amplitudes, la période augmente avec β_m.

2.2 Partie A. Choisir l'expression correcte de la période parmi les quatre proposées, en justifiant par une analyse dimensionnelle.

Dimensions : $[T_0] = \mathrm{T}$; $[L] = \mathrm{L}$; $[m] = \mathrm{M}$; $[g] = \mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}$ (accélération). Le facteur 2π et l'angle β_m sont sans dimension.

- $\sqrt{g/L}$: $\left(\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}\cdot\mathrm{L}^{-1}\right)^{1/2} = \mathrm{T}^{-1}$, l'inverse d'une durée : ne convient pas.
- $\sqrt{\beta_m/L}$: $\mathrm{L}^{-1/2}$: ne convient pas.
- $\sqrt{L/g}$: $\left(\mathrm{L}\cdot\mathrm{L}^{-1}\cdot\mathrm{T}^{2}\right)^{1/2} = \mathrm{T}$, une durée : convient.
- $\sqrt{m/L}$: $\mathrm{M}^{1/2}\cdot\mathrm{L}^{-1/2}$: ne convient pas.

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ est la seule expression homogène à une durée.

PIÈGE
Ne pas confondre la longueur L du fil et le symbole L de la dimension « longueur ». L'analyse dimensionnelle ne dit rien du facteur 2π, qui est un nombre pur.

MÉTHODE
On peut raisonner avec les unités : g en $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ et L en m donnent L/g en s^2, donc une racine en secondes. Tester les quatre expressions, pas seulement la bonne.

1.1 Partie B (oscillateur élastique). Reproduire le schéma du dispositif. Représenter et nommer les forces s'exerçant sur le solide (S), en G, sans souci d'échelle.

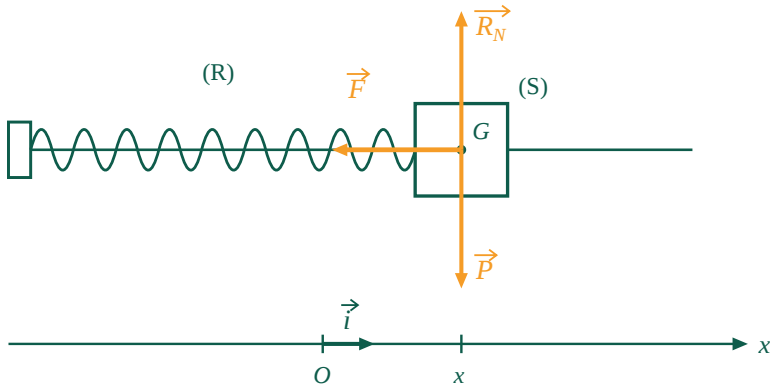
Système : le solide (S), dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il est soumis à trois forces :

- son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$, vertical, vers le bas ;
- la réaction de la tige $\vec{R}_N$, verticale et vers le haut, puisqu'il n'y a pas de frottements ;
- la force de rappel du ressort $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$, horizontale, dirigée vers O.

Trois forces : $\vec{P}$, $\vec{R}_N$ et $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$ (schéma ci-contre).

PIÈGE
Dessiner $\vec{F}$ dans le sens de l'étirement. C'est une force de rappel : elle ramène toujours le solide vers O, donc vers la gauche quand $x > 0$.

COMPRENDRE
L'oscillateur masse-ressort ne figure plus au programme actuel de spécialité. Cette partie reste un bon entraînement à la deuxième loi de Newton et à la conservation de l'énergie.



1.1 · Solide (S) écarté vers les x positifs : les trois forces appliquées en G

1.2 Partie B. En appliquant la deuxième loi de Newton au solide (S), établir l'équation différentielle régissant le mouvement de son centre d'inertie G.

Deuxième loi de Newton, la masse m étant constante : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$.

Projection sur l'axe (Ox) : $\vec{P}$ et $\vec{R}_N$ sont verticaux, leur projection est nulle. Il reste :

$$-k\,x = m\,a_x = m\,\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}\,x = 0$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » de la force de rappel. Avec $+k\,x$, l'équation obtenue décrit un solide qui s'éloigne indéfiniment de O, et non des oscillations.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, loi vectorielle, puis projection sur l'axe du mouvement. Sur la verticale, la projection donne $R_N = P$.

1.3 Partie B. À partir de la solution $x(t) = X_m \cos\left(\dfrac{2\pi\, t}{T_0} + \varphi\right)$, retrouver l'expression de la période T_0 en fonction de m et de k.

On dérive deux fois la solution proposée :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -X_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi\, t}{T_0} + \varphi\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -X_m \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi\, t}{T_0} + \varphi\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x$$

On reporte dans l'équation différentielle : $\left[\dfrac{k}{m} - \left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2\right] x = 0$ à chaque instant, ce qui impose $\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \dfrac{k}{m}$.

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

PIÈGE
En dérivant $\cos(a\, t + \varphi)$, le facteur $a = 2\pi/T_0$ sort à chaque dérivation : il apparaît donc au carré dans la dérivée seconde.

COMPRENDRE
L'enregistrement donne $T_0 = 1{,}0$ s (deux périodes en 2,0 s), et la condition initiale $x(0) = X_m$ donne $\varphi = 0$. La période ne dépend ni de l'amplitude ni de g.

2.1 Partie B. Donner l'expression littérale de l'énergie mécanique du système {ressort + solide} en fonction de k, m, x et de sa dérivée première.

L'énergie potentielle de pesanteur est nulle par choix de l'origine. Il reste l'énergie potentielle élastique $E_{pe} = \dfrac{1}{2}\, k\, x^2$ et l'énergie cinétique $E_C = \dfrac{1}{2}\, m\, v^2$.

Le mouvement se fait le long de l'axe (Ox), donc $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$.

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}\, m \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{1}{2}\, k\, x^2}$$

COMPRENDRE
L'énergie E_{pe} est nulle quand le ressort n'est ni étiré ni comprimé ($x = 0$). Elle dépend de x^2 : elle est la même pour un étirement et pour une compression de même valeur.

2.2 Partie B. À partir de l'enregistrement, trouver pour quelles dates l'énergie potentielle élastique du système est maximale. Que vaut alors l'énergie cinétique ?

Données utiles enregistrement de $x(t)$: $X_m = 0{,}10$ m ; $T_0 = 1{,}0$ s

$E_{pe} = \dfrac{1}{2}\, k\, x^2$ est maximale quand $|x|$ est maximale, c'est-à-dire quand $x = +X_m$ ou $x = -X_m$.

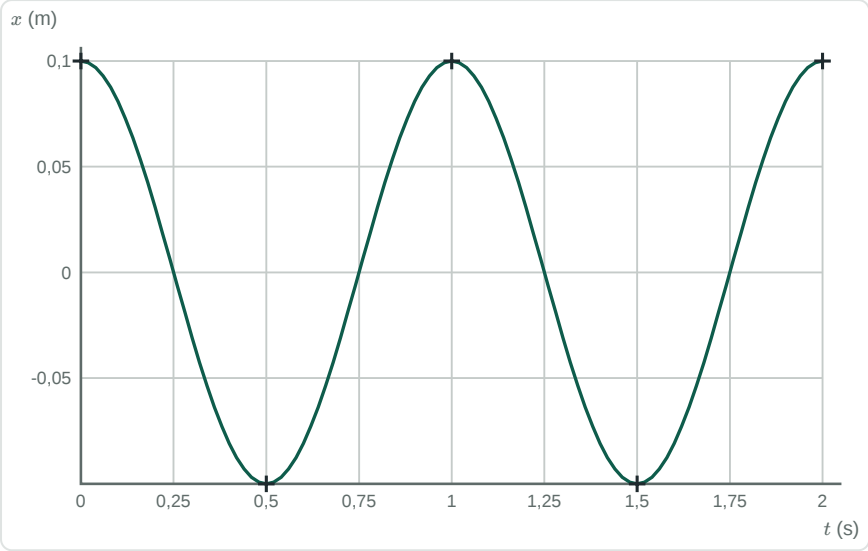
Sur la courbe, cela se produit aux dates $t = 0$; 0,50 ; 1,0 ; 1,5 et 2,0 s, soit toutes les demi-périodes.

À ces dates, la tangente à la courbe est horizontale : $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 0$, la vitesse est nulle.

E_{pe} est maximale à $t = 0$; 0,50 ; 1,0 ; 1,5 ; 2,0 s, et l'énergie cinétique est alors nulle : $E_C = 0$ J.

PIÈGE
Ne retenir que les maximums de x ($t = 0$; 1,0 ; 2,0 s). Les minimums $x = -X_m$ comptent aussi, car l'énergie élastique dépend de x^2.

COMPRENDRE
Sans frottements, E_m est constante : quand E_{pe} est maximale, E_C est minimale. Le solide s'arrête un instant avant de repartir dans l'autre sens.



2.2 · Enregistrement du sujet : les croix repèrent les dates où $|x| = X_m$

2.3 Partie B. Calculer la valeur de l'énergie mécanique du système.

Données utiles $k = 4{,}0\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $X_m = 10\ \text{cm} = 0{,}10\ \text{m}$; $E_C = 0$ quand $x = X_m$ (Q2.2)

L'énergie mécanique se conserve (pas de frottements) : on la calcule à $t = 0$, où $x = X_m$ et $E_C = 0$.

$$E_m = \frac{1}{2}\,k\,X_m^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} \times 4{,}0 \times (0{,}10)^2 = 2{,}0 \times 1{,}0 \times 10^{-2}$$

$E_m = 2{,}0 \times 10^{-2}$ J, soit 20 mJ.

PIÈGE
Laisser l'amplitude en centimètres : $\frac{1}{2} \times 4{,}0 \times 10^2$ donnerait 200 « J ». Avec k en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$, X_m doit être en mètres.

MÉTHODE
Pour calculer une énergie qui se conserve, choisir l'instant où un seul terme est non nul et connu. La masse m, non donnée, n'est alors pas nécessaire.

C Partie C. Les deux pendules sont envisagés sur la Lune. Pour chacun, choisir l'hypothèse correcte : T_0 ne varie pas, T_0 augmente ou T_0 diminue. Justifier.

Données utiles $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ (partie A, Q2.2) ; $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (partie B, Q1.3)

Sur la Lune, l'intensité de la pesanteur g est plus faible que sur la Terre (environ six fois).

Pendule simple : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. La longueur L est inchangée et g diminue, donc T_0 augmente.

Oscillateur élastique : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Cette période ne dépend pas de g ; la masse m et la raideur k sont les mêmes sur la Lune, donc T_0 ne change pas.

Pendule simple : hypothèse 2 (T_0 augmente). Oscillateur élastique : hypothèse 1 (T_0 ne varie pas).

PIÈGE
Affirmer que « tout est plus lent sur la Lune ». Seul l'oscillateur dont la période contient g est modifié : il faut revenir aux deux expressions de T_0.

COMPRENDRE
La masse ne dépend pas du lieu, contrairement au poids. Avec g six fois plus faible, la période du pendule simple est multipliée par $\sqrt{6} \approx 2{,}4$.