Etude d'un dipole RL

Bac S 2005 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Pour suivre l'évolution de l'intensité i au cours du temps, quelle tension faut-il enregistrer et quelle opération demander au logiciel ? Justifier.

Données utiles $R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$; masse du montage au point C ; voie 1 en A, voie 2 en B

Un système d'acquisition ne mesure que des tensions. Aux bornes du conducteur ohmique, avec le sens positif choisi (de B vers C dans la résistance), la loi d'Ohm donne $u_{BC} = R\,i$: cette tension est proportionnelle à l'intensité.

On enregistre donc la tension u_{BC} (voie 2), puis on demande au logiciel de la diviser par R.

Tension à enregistrer : u_{BC} ; opération : $i = \dfrac{u_{BC}}{R}$

PIÈGE
Choisir la voie 1 : u_{AC} vaut E dès la fermeture de K et ne renseigne pas sur i. La tension de la bobine, elle, dépend de $\dfrac{\text{d}i}{\text{d}t}$, pas de i.

COMPRENDRE
La bobine et les circuits RL ne figurent plus au programme actuel de spécialité. La démarche reste la même que pour le circuit RC : on visualise une intensité grâce à la tension aux bornes d'une résistance.

1.2.1 Déterminer graphiquement la valeur I de l'intensité du courant en régime permanent, en explicitant la démarche.

Données utiles graphe 1

En régime permanent, l'intensité ne varie plus : la courbe $i(t)$ se confond avec une droite horizontale, son asymptote.

On trace cette asymptote et on lit son ordonnée sur l'axe vertical.

$I = 6{,}0\ \text{mA}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la graduation de l'axe (1,0 mA par division) et comme les données E, R et L.

1.2.2 Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RL, en explicitant la démarche.

Données utiles graphe 1 (tangente à l'origine tracée) ; $I = 6{,}0$ mA (1.2.1)

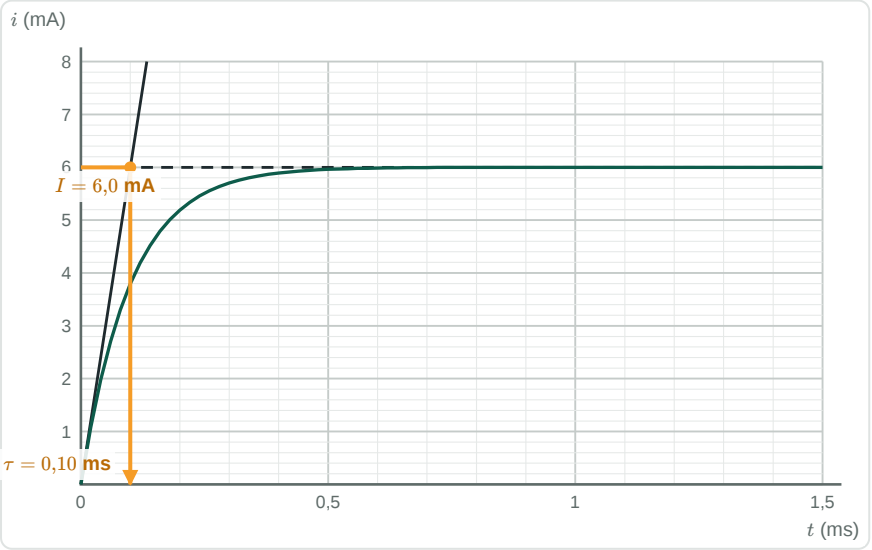
La tangente à la courbe à l'origine coupe l'asymptote horizontale $i = I$ à la date $t = \tau$.

On repère le point d'intersection de ces deux droites et on lit son abscisse : une petite graduation, soit le cinquième de 0,5 ms.

$\tau = 0{,}10\ \text{ms}$

PIÈGE
Lire l'abscisse du point où la tangente sort du cadre (8,0 mA) au lieu de son intersection avec l'asymptote à 6,0 mA.

MÉTHODE
Autre lecture possible : τ est la date à laquelle i atteint 63 % de I, soit ici $0{,}63 \times 6{,}0 \approx 3{,}8$ mA. On trouve la même abscisse.



1.2.2 · Graphe 1 : asymptote, tangente à l'origine et lecture de τ

1.2.3 Cette valeur de τ correspond-elle à celle attendue théoriquement ? Justifier.

Données utiles $L = 0{,}10$ H ; $R = 1{,}0$ kΩ ; $\tau = 0{,}10$ ms (1.2.2)

Pour un dipôle RL, la constante de temps a pour expression $\tau = \dfrac{L}{R}$.

$$\tau = \frac{0{,}10}{1{,}0 \times 10^{3}} = 1{,}0 \times 10^{-4}\ \text{s} = 0{,}10\ \text{ms}$$

$\tau_{\text{théorique}} = 0{,}10$ ms : la valeur lue sur le graphe est en accord avec la valeur attendue.

PIÈGE
Laisser R en kilohms : on obtiendrait $0{,}10$ « seconde », mille fois trop. Le calcul se fait en ohms et en henrys, et le résultat sort en secondes.

MÉTHODE
Sans calculatrice, on divise les puissances de dix à part : $0{,}10 = 1{,}0 \times 10^{-1}$, puis $10^{-1} \div 10^{3} = 10^{-4}$.

1.3.1 Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ du courant.

Données utiles résistance r de la bobine négligeable devant R

Interrupteur fermé, la loi d'additivité des tensions s'écrit : $u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$, avec $u_{AC} = E$.

Avec le sens positif choisi (convention récepteur pour les deux dipôles) :

- bobine de résistance négligeable : $u_{AB} = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$;
- conducteur ohmique : $u_{BC} = R\,i$.

D'où $E = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R\,i$, puis, en divisant par L :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}\,i = \frac{E}{L}$$

PIÈGE
Oublier que $u_{AB} = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ n'est valable qu'en convention récepteur et pour une bobine sans résistance ; sinon il faudrait ajouter le terme $r\,i$.

COMPRENDRE
L'équation a la même forme que celle de la charge d'un condensateur dans un circuit RC : premier ordre, coefficients constants. Le coefficient de i est $\dfrac{R}{L} = \dfrac{1}{\tau}$.

1.3.2 En déduire l'expression de l'intensité I du courant en régime permanent, puis calculer sa valeur.

Données utiles $E = 6{,}0$ V ; $R = 1{,}0$ kΩ ; équation différentielle (1.3.1)

En régime permanent, l'intensité est constante, $i = I$, donc $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation différentielle se réduit à $\dfrac{R}{L}\,I = \dfrac{E}{L}$, soit $I = \dfrac{E}{R}$.

$$I = \frac{6{,}0}{1{,}0 \times 10^{3}} = 6{,}0 \times 10^{-3}\ \text{A}$$

$I = \dfrac{E}{R} = 6{,}0$ mA, valeur identique à celle lue sur le graphe 1.

COMPRENDRE
En régime permanent, la bobine sans résistance se comporte comme un simple fil : sa tension est nulle et toute la tension E se retrouve aux bornes de la résistance. I ne dépend donc pas de L.

2 Associer chacun des graphes (2), (3) et (4) à l'une des expériences B, C et D, en justifiant précisément chaque choix.

Données utiles B : $E = 12{,}0$ V, $R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$, $L = 0{,}10$ H ; C : $E = 6{,}0$ V, $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$, $L = 0{,}10$ H ; D : $E = 6{,}0$ V, $R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$, $L = 0{,}20$ H

Chaque expérience est caractérisée par deux grandeurs : $I = \dfrac{E}{R}$ et $\tau = \dfrac{L}{R}$.

Valeurs théoriques :

- B : $I = \dfrac{12{,}0}{1{,}0 \times 10^3} = 12\ \text{mA}$; $\tau = \dfrac{0{,}10}{1{,}0 \times 10^3} = 0{,}10\ \text{ms}$;
- C : $I = \dfrac{6{,}0}{0{,}50 \times 10^3} = 12\ \text{mA}$; $\tau = \dfrac{0{,}10}{0{,}50 \times 10^3} = 0{,}20\ \text{ms}$;
- D : $I = \dfrac{6{,}0}{1{,}0 \times 10^3} = 6{,}0\ \text{mA}$; $\tau = \dfrac{0{,}20}{1{,}0 \times 10^3} = 0{,}20\ \text{ms}$.

Lectures graphiques (asymptote, puis abscisse de son intersection avec la tangente à l'origine) :

- graphe 2 : $I = 6{,}0$ mA et $\tau \approx 0{,}2$ ms ;
- graphe 3 : $I = 12$ mA et $\tau \approx 0{,}2$ ms ;
- graphe 4 : $I = 12$ mA et $\tau \approx 0{,}1$ ms.

Le graphe 2 est le seul dont l'asymptote est à 6,0 mA : c'est l'expérience D. Les graphes 3 et 4 ont la même asymptote ; ils se distinguent par τ, deux fois plus grande sur le graphe 3.

Graphe 2 : expérience D ; graphe 3 : expérience C ; graphe 4 : expérience B.

PIÈGE
Se fier à l'allure sans regarder les échelles : l'axe vertical va jusqu'à 14,0 mA sur les graphes 3 et 4, contre 8,0 mA sur le graphe 2.

COMPRENDRE
Doubler E double I sans changer τ. Diviser R par deux double à la fois I et τ. Doubler L double τ sans changer I : la bobine retarde l'établissement du courant.

MÉTHODE
Deux critères, deux lectures. On commence par celui qui isole un graphe (I), puis on départage les graphes restants avec le second (τ).