Spécialité : Modélisation du principe du microscope

Bac S 2003 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 (Partie I) Compléter le schéma n°1 en plaçant les foyers de la lentille L_1 et en traçant l'image A_1B_1 de l'objet AB.

Données utiles $f'_1 = 5$ cm ; objet à 6 cm devant L_1 ; $AB = 0{,}5$ cm ; échelle 1/2 sur l'axe, échelle 1 en hauteur

Avec l'échelle 1/2 sur l'axe, les foyers F_1 et F'_1 sont placés à 2,5 cm de O_1 sur le schéma, de part et d'autre de la lentille ($f'_1 = 5$ cm en réalité).

Trois rayons issus de B :

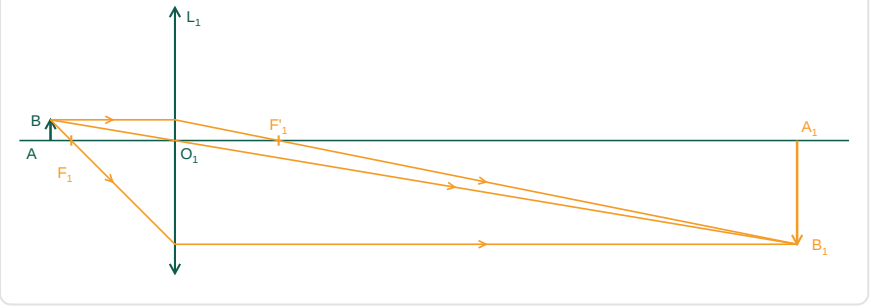
- le rayon passant par O_1 n'est pas dévié ;
- le rayon parallèle à l'axe optique émerge en passant par F'_1 ;
- le rayon passant par F_1 émerge parallèlement à l'axe.

Les rayons émergents se coupent en B_1 ; A_1 est le projeté de B_1 sur l'axe.

L'image A_1B_1 est réelle, renversée, à 15 cm de O_1 sur le schéma (30 cm en réalité) et haute de 2,5 cm.

PIÈGE
Les deux échelles sont différentes. Sur l'axe, 1 cm du schéma représente 2 cm ; en hauteur, les longueurs sont en vraie grandeur. Placer les foyers à 5 cm de O_1 sur le papier fausse toute la construction.

MÉTHODE
Deux rayons suffisent pour trouver B_1 ; le troisième sert de contrôle. S'il ne passe pas par le même point, un foyer est mal placé.



1 · Schéma n°1 complété : foyers F_1, F'_1 et image A_1B_1 (tracés de l'élève en orange)

2 (Partie I) Avec la relation de conjugaison et celle du grandissement, calculer la position et la taille de l'image, ainsi que le grandissement γ_1 de l'objectif.

Données utiles $\overline{O_1A} = -6$ cm ; $f'_1 = \overline{O_1F'_1} = 5$ cm ; $\overline{AB} = 0{,}5$ cm

Relation de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f'_1}$, donc

$$\overline{O_1A_1} = \frac{f'_1 \times \overline{O_1A}}{f'_1 + \overline{O_1A}} = \frac{5 \times (-6)}{5 - 6} = 30 \text{ cm}$$

L'image se forme 30 cm après la lentille.

Grandissement : $\gamma_1 = \dfrac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \dfrac{30}{-6} = -5$

Taille : $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$, donc $\overline{A_1B_1} = \gamma_1 \times \overline{AB} = -5 \times 0{,}5 = -2{,}5$ cm

$\overline{O_1A_1} = 30$ cm ; $\gamma_1 = -5$; $\overline{A_1B_1} = -2{,}5$ cm (image renversée, haute de 2,5 cm)

PIÈGE
Les grandeurs sont algébriques : l'objet est devant la lentille, donc $\overline{O_1A} = -6$ cm et non $+6$ cm. Avec $+6$ cm on trouve une image à 2,7 cm, contredite par le schéma.

COMPRENDRE
Les données du sujet (5 cm, 6 cm, 0,5 cm) n'ont qu'un chiffre significatif ; ce sont des valeurs de réglage, on garde les résultats tels quels. Le signe négatif de γ_1 traduit une image renversée.

COMPRENDRE
Les unités restent en centimètres : la relation de conjugaison n'impose le mètre que si l'on calcule une vergence en dioptries.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{5 \times (-6)}{5 - 6}$ ≈ 30

$\frac{30}{-6} \times 0.5$ ≈ −2.5

3 (Partie I) Un élève mesure une image haute de 2,7 cm, située à 31 cm derrière la lentille. Ces mesures sont-elles compatibles avec les valeurs calculées ? Commenter.

Données utiles valeurs calculées (question 2 de la partie I) : 30 cm et 2,5 cm

Écart relatif sur la position : $\frac{31 - 30}{30} = 0{,}03$, soit environ 3 %.

Écart relatif sur la taille : $\frac{2{,}7 - 2{,}5}{2{,}5} = 0{,}08$, soit 8 %.

Ces écarts sont faibles. Ils s'expliquent par les incertitudes de l'expérience : l'image paraît nette sur une petite plage de positions de l'écran, la taille est lue à la règle au millimètre près, et l'objet lui-même est placé à 6 cm à un ou deux millimètres près.

Les mesures (31 cm ; 2,7 cm) sont compatibles avec les valeurs calculées (30 cm ; 2,5 cm), aux incertitudes expérimentales près.

COMPRENDRE
L'objet est tout près du foyer F_1 : un objet placé à 5,9 cm au lieu de 6 cm donnerait une image à 33 cm. Une erreur d'un millimètre sur l'objet déplace l'image de plusieurs centimètres.

MÉTHODE
Pour juger une mesure face à une valeur attendue, calculer l'écart relatif $\frac{|\text{mesure} - \text{attendu}|}{\text{attendu}}$, puis citer au moins une source d'incertitude précise.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{31 - 30}{30}$ ≈ 0.03333333

$\frac{2.7 - 2.5}{2.5}$ ≈ 0.08

4 (Partie I) Un élève a placé l'objet à 4 cm devant la lentille. Pourquoi ne peut-il pas obtenir d'image sur un écran ?

Données utiles $f'_1 = 5$ cm ; $\overline{O_1A} = -4$ cm

L'objet est à 4 cm de la lentille, distance inférieure à $f'_1 = 5$ cm : il se trouve entre le foyer objet F_1 et le centre optique O_1.

Dans ce cas, les rayons issus d'un point de l'objet divergent encore après la lentille : ils ne se coupent pas derrière elle. Seuls leurs prolongements se coupent, du côté de l'objet.

Vérification : $\overline{O_1A_1} = \frac{5 \times (-4)}{5 - 4} = -20$ cm, valeur négative.

L'image est virtuelle, située devant la lentille (à 20 cm, du côté de l'objet) : elle ne peut pas être recueillie sur un écran.

COMPRENDRE
La lentille fonctionne alors en loupe : l'image virtuelle est droite et agrandie, visible seulement en regardant à travers la lentille. Un écran ne reçoit une image que si les rayons convergent réellement en un point.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{5 \times (-4)}{5 - 4}$ ≈ −20

1 (Partie II) Où doit-on placer la lentille L_2 pour que l'image A_2B_2 soit à l'infini ? Justifier.

Données utiles $f'_2 = 20$ cm ; $\overline{O_1A_1} = 30$ cm (question 2 de la partie I)

Une lentille convergente donne une image à l'infini lorsque l'objet est dans son plan focal objet. L'image intermédiaire A_1B_1 doit donc se trouver dans le plan focal objet de L_2 : A_1 est confondu avec F_2.

Justification par la relation de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{O_2A_2}} = \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} + \dfrac{1}{f'_2}$. Si $\overline{O_2A_1} = -f'_2$, alors $\dfrac{1}{\overline{O_2A_2}} = 0$: A_2 est rejeté à l'infini.

La lentille L_2 est donc à $f'_2 = 20$ cm après A_1B_1, soit à $30 + 20 = 50$ cm de L_1.

L_2 est placée 20 cm après l'image A_1B_1 (A_1 en F_2), c'est-à-dire à 50 cm de l'objectif.

PIÈGE
Confondre foyer objet et foyer image. C'est en F_2, devant l'oculaire, que doit se trouver A_1 ; placé en F'_2, l'objet serait derrière la lentille.

COMPRENDRE
Une image à l'infini s'observe sans accommoder : l'œil normal reste au repos. Le même réglage (image intermédiaire dans le plan focal objet de l'oculaire) sert pour la lunette astronomique afocale.

2 (Partie II) Compléter le schéma n°2 en plaçant la lentille L_2, ses foyers, et en traçant la marche de deux rayons lumineux.

Données utiles $f'_2 = 20$ cm ; A_1 en F_2 (question 1 de la partie II) ; échelle 1/2 sur l'axe, échelle 1 en hauteur

Avec l'échelle 1/2 sur l'axe, L_2 est tracée à 10 cm de A_1 sur le schéma ; F_2 est confondu avec A_1 et F'_2 est à 10 cm après O_2.

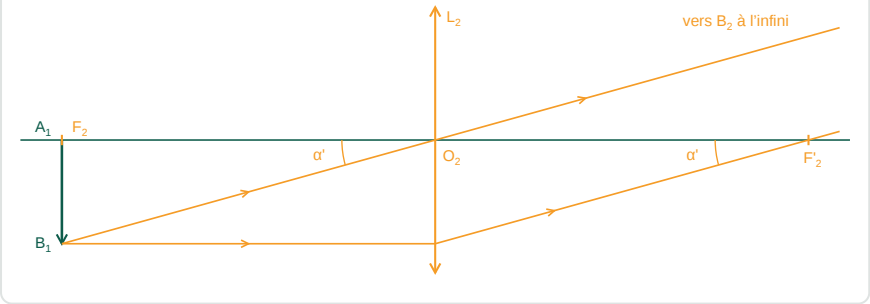
Deux rayons issus de B_1 :

- le rayon passant par O_2 n'est pas dévié ;
- le rayon parallèle à l'axe optique émerge en passant par F'_2.

Les deux rayons émergents sont parallèles entre eux : l'image A_2B_2 est à l'infini. Ils font avec l'axe l'angle α'.

PIÈGE
Faire converger les rayons émergents vers un point derrière l'oculaire. Vérifier à la règle qu'ils sont bien parallèles ; sinon L_2 ou F'_2 est mal placé.

COMPRENDRE
B_1 est dans le plan focal objet : tous les rayons qui en partent ressortent parallèles au rayon passant par O_2. Ce rayon donne la direction dans laquelle l'œil voit B_2.



2 · Schéma n°2 complété : lentille L_2, foyers et deux rayons issus de B_1 (tracés de l'élève en orange)

1 (Partie III) Calculer, en radians, l'angle α' sous lequel l'œil voit l'image A_2B_2 lorsque $A_1B_1 = 2{,}5$ cm.

Données utiles $A_1B_1 = 2{,}5$ cm ; $O_2F_2 = f'_2 = 20$ cm

α' est l'angle entre l'axe optique et le rayon issu de B_1 passant par O_2. Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 :

$$\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_2}$$

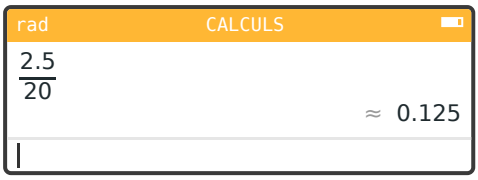
L'angle étant petit, $\tan\alpha' \approx \alpha'$:

$$\alpha' = \frac{2{,}5}{20} = 0{,}125 \text{ rad}$$

$\alpha' = 0{,}125$ rad

PIÈGE
Les deux longueurs doivent être dans la même unité (ici le centimètre). Le quotient donne directement des radians : ne pas convertir en degrés, et ne pas appliquer $\tan^{-1}$ en mode degré.

À LA CALCULATRICE



2 (Partie III) Calculer l'angle α sous lequel l'objet est vu à l'œil nu, à une distance $d = 25$ cm.

Données utiles $AB = 0{,}5$ cm ; $d = 25$ cm

L'objet AB, perpendiculaire à la direction d'observation, est vu depuis l'œil placé à la distance d de A :

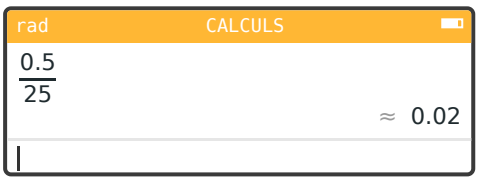
$$\tan\alpha = \frac{AB}{d} \approx \alpha$$

$$\alpha = \frac{0{,}5}{25} = 0{,}020 \text{ rad}$$

$\alpha = 0{,}020$ rad

COMPRENDRE
La distance $d = 25$ cm est la distance minimale de vision distincte d'un œil normal : c'est à cette distance qu'un petit objet est vu sous le plus grand angle sans instrument.

À LA CALCULATRICE



3 (Partie III) En déduire la valeur du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ dans ces conditions.

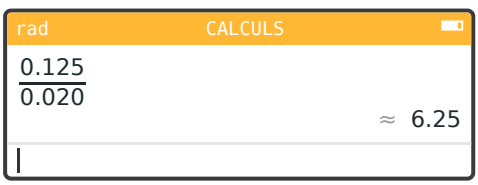
Données utiles $\alpha' = 0{,}125$ rad (question 1 de la partie III) ; $\alpha = 0{,}020$ rad (question 2 de la partie III)

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{0{,}125}{0{,}020} = 6{,}25$$

$G = 6{,}25$, soit environ 6 : l'objet est vu sous un angle six fois plus grand qu'à l'œil nu.

PIÈGE
Ne pas confondre grossissement et grandissement. Le grossissement compare deux angles et n'a pas d'unité ; le grandissement compare deux longueurs et ne peut pas se définir pour une image à l'infini.

À LA CALCULATRICE



4 (Partie III) Le grossissement commercial est $G_C = C_2 \cdot |\gamma_1| \cdot d$, où C_2 est la vergence de l'oculaire. Montrer que le grossissement G calculé à la question 3 correspond au grossissement commercial.

Données utiles $f'_2 = 0{,}20$ m ; $|\gamma_1| = 5$ (question 2 de la partie I) ; $d = 0{,}25$ m ; $G = 6{,}25$ (question 3 de la partie III)

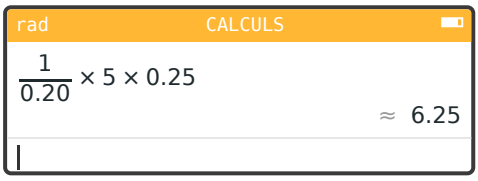
Calcul littéral : $C_2 = \dfrac{1}{f'_2}$ et $|\gamma_1| = \dfrac{A_1B_1}{AB}$, donc

$$G_C = \frac{1}{f'_2} \times \frac{A_1B_1}{AB} \times d = \frac{A_1B_1/f'_2}{AB/d} = \frac{\alpha'}{\alpha} = G$$

Vérification numérique : $C_2 = \dfrac{1}{0{,}20} = 5{,}0\ \delta$, d'où $G_C = 5{,}0 \times 5 \times 0{,}25 = 6{,}25$.

$G_C = 6{,}25 = G$: le grossissement calculé est bien le grossissement commercial.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

La vergence est en dioptries (m^{-1}) : pour calculer $C_2 = 5{,}0\ \delta$, f'_2 doit être en mètres, et d aussi. Convertir une seule des deux longueurs fausse G_C d'un facteur 100.

COMPRENDRE

L'égalité tient parce que l'image finale est à l'infini et que l'angle de référence α est pris à $d = 25$ cm : ce sont les deux conditions qui définissent le grossissement commercial.