Corrigé complet — Bac S 2003 Nouvelle-Calédonie (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Injections alcalinisantes** Groupes caractéristiques · Couples acide-base · Titrage pH-métrique · Équivalence · pH et concentration en ions oxonium · Transformation totale	4 pts	52 min	10 questions	p. 2
Ex 2	**De l'influence des conditions initiales sur le comportement d'un système** Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Coordonnées du vecteur vitesse initiale · Portée et flèche d'un tir · Quotient de réaction · Sens d'évolution spontanée · Polarité d'une pile	5,5 pts	1 h 05	10 questions	p. 5
Ex 3	**Circuits RL et RLC** Établissement du courant dans une bobine · Équation différentielle du circuit RL · Constante de temps et analyse dimensionnelle · Méthode d'Euler · Oscillations amorties d'un circuit RLC · Période propre	6,5 pts	1 h 18	13 questions	p. 9
Ex 4	**Spécialité : Dosage de la caféine** Chauffage à reflux · Extraction liquide-liquide · Dilution · Spectre d'absorption UV-visible · Loi de Beer-Lambert · Droite d'étalonnage	4 pts	52 min	11 questions	p. 13

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

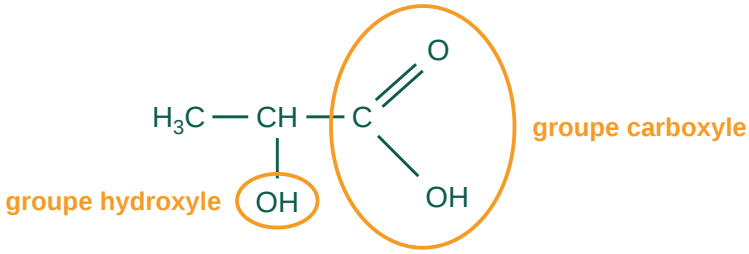
Injections alcalinisantes

Bac S 2003 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Recopier la formule de l'acide lactique, puis entourer et nommer les groupes caractéristiques présents dans la molécule.

La molécule porte deux groupes caractéristiques (voir la figure) : le groupe $-\mathrm{OH}$ lié au carbone central et le groupe $-\mathrm{COOH}$ en bout de chaîne.

Groupe **hydroxyle** $-\mathrm{OH}$ (fonction alcool) et groupe **carboxyle** $-\mathrm{COOH}$ (fonction acide carboxylique).



1 · Acide lactique : les deux groupes caractéristiques entourés

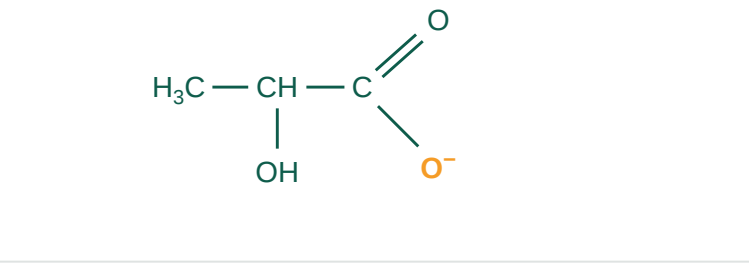
PIÈGE
Entourer seulement $\mathrm{C{=}O}$ ou seulement le second OH : le groupe carboxyle comprend le carbone, l'oxygène doublement lié et le OH. Ce OH n'est donc pas un second groupe hydroxyle.

COMPRENDRE
Le nom « acide 2-hydroxypropanoïque » annonce déjà les deux groupes : « hydroxy » pour l'alcool porté par le carbone 2, « acide … oïque » pour le groupe carboxyle.

2 Écrire la formule semi-développée de l'ion lactate.

L'ion lactate est la base conjuguée de l'acide lactique : il s'obtient en retirant un ion $\mathrm{H^+}$ au groupe carboxyle, qui devient un groupe carboxylate $-\mathrm{COO^-}$.

Ion lactate : $\mathrm{CH_3{-}CH(OH){-}COO^-}$ (formule semi-développée sur la figure).



2 · Ion lactate : le groupe carboxyle a perdu un ion $\mathrm{H^+}$

PIÈGE
Retirer le H du groupe hydroxyle. C'est l'hydrogène du groupe carboxyle qui est acide ; le groupe $-\mathrm{OH}$ de l'alcool reste intact dans l'ion lactate.

3.1 Écrire l'équation de la réaction du titrage, la transformation étant considérée comme totale.

La base $\mathrm{A^-}$ du couple $\mathrm{AH/A^-}$ réagit avec l'acide $\mathrm{H_3O^+}$ du couple $\mathrm{H_3O^+/H_2O}$: un ion $\mathrm{H^+}$ passe de $\mathrm{H_3O^+}$ à $\mathrm{A^-}$.

$$\mathrm{A^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq) \longrightarrow AH\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

COMPRENDRE
Les ions $\mathrm{Na^+}$ et $\mathrm{Cl^-}$ sont spectateurs : ils ne figurent pas dans l'équation. La flèche simple traduit le caractère total de la transformation, vérifié à la question 3.4.3.

3.2 Déterminer graphiquement le volume d'acide versé à l'équivalence V_{2E}, en indiquant la méthode choisie.

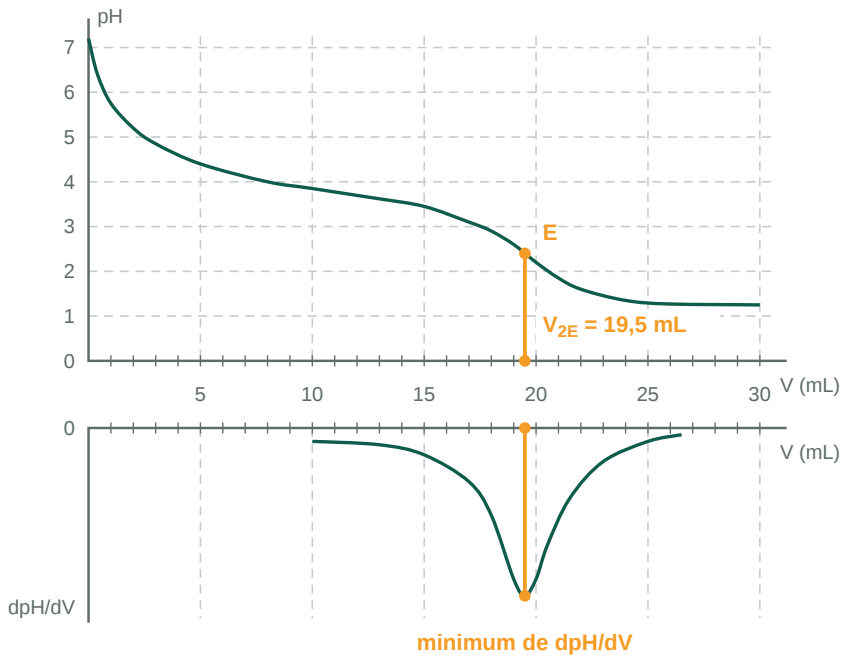
Méthode de la courbe dérivée : à l'équivalence, la pente de la courbe $\mathrm{pH} = f(V)$ est la plus forte. Le pH diminuant, $\dfrac{\mathrm{d\,pH}}{\mathrm{d}V}$ est négative et passe par un **minimum** à l'équivalence.

L'abscisse de ce minimum se lit sur l'axe des volumes, gradué tous les millilitres.

$V_{2E} \approx 19{,}5\ \mathrm{mL}$

PIÈGE
Chercher un maximum de la dérivée. Quand on verse un acide dans une base, le pH diminue : l'extremum à repérer est un creux, pas un pic.

COMPRENDRE
Le saut de pH est ici peu marqué, car le pH varie déjà beaucoup avant l'équivalence : la méthode des tangentes parallèles serait imprécise. La courbe dérivée, fournie en annexe, donne une lecture plus sûre.



3.2 · Annexe : le minimum de la courbe dérivée donne le volume à l'équivalence

3.3 En déduire la concentration molaire en soluté apporté C_1 de la solution de lactate de sodium.

Données utiles $V_1 = 20{,}0\ \mathrm{mL}$; $C_2 = 1{,}0\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V_{2E} = 19{,}5\ \mathrm{mL}$ (3.2)

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation (une mole de $\mathrm{H_3O^+}$ pour une mole de $\mathrm{A^-}$) : les deux sont entièrement consommés.

$$n(\mathrm{A^-})_{\text{initial}} = n(\mathrm{H_3O^+})_{\text{versé}} \quad \text{soit} \quad C_1\,V_1 = C_2\,V_{2E}$$

$$C_1 = \frac{C_2\,V_{2E}}{V_1} = \frac{1{,}0 \times 19{,}5}{20{,}0} = 0{,}975\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

$C_1 \approx 0{,}98\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme C_2, la donnée la moins précise. Les deux volumes peuvent rester en mL : leurs unités se simplifient dans le rapport.

MÉTHODE
Avec un tableau d'avancement : à l'équivalence, $C_1V_1 - x_{\max} = 0$ et $C_2V_{2E} - x_{\max} = 0$. On retrouve $C_1V_1 = C_2V_{2E}$.

3.4.1 Calculer la quantité d'ions oxonium $\mathrm{H_3O^+}$ introduite lorsque l'on a versé 9,0 mL d'acide.

Données utiles $C_2 = 1{,}0\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V_2 = 9{,}0\ \mathrm{mL} = 9{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{L}$

$$n(\mathrm{H_3O^+})_{\text{introduit}} = C_2\,V_2 = 1{,}0 \times 9{,}0 \times 10^{-3}$$

$n(\mathrm{H_3O^+})_{\text{introduit}} = 9{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}$

PIÈGE
Laisser le volume en millilitres : avec C_2 en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, il faut V_2 en litres, sinon le résultat est mille fois trop grand.

3.4.2 Le pH de la solution est alors égal à 4,0. Calculer la quantité d'ions oxonium H_3O^+ alors présente dans la solution.

Données utiles $\text{pH} = 4{,}0$; $V_1 = 20{,}0\ \text{mL}$; $V_2 = 9{,}0\ \text{mL}$

Concentration en ions oxonium : $[H_3O^+] = 10^{-\text{pH}} = 1{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Volume du mélange : $V_1 + V_2 = 20{,}0 + 9{,}0 = 29{,}0\ \text{mL} = 29{,}0 \times 10^{-3}\ \text{L}$.

$$n(H_3O^+)_{\text{présent}} = [H_3O^+] \times (V_1 + V_2) = 1{,}0 \times 10^{-4} \times 29{,}0 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{n(H_3O^+)_{\text{présent}} = 2{,}9 \times 10^{-6}\ \text{mol}}$$

PIÈGE
Multiplier par le seul volume d'acide versé (9,0 mL). Les ions oxonium restants sont dissous dans tout le mélange : 29,0 mL.

3.4.3 En déduire que la transformation pouvait être considérée comme totale.

Données utiles $n_{\text{introduit}} = 9{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol}$ (3.4.1) ; $n_{\text{présent}} = 2{,}9 \times 10^{-6}\ \text{mol}$ (3.4.2)

Avant l'équivalence, H_3O^+ est le réactif limitant : si la transformation est totale, $x_{\max} = C_2V_2 = 9{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol}$.

L'avancement réellement atteint est la quantité de H_3O^+ consommée :

$$x_f = n_{\text{introduit}} - n_{\text{présent}} = 9{,}0 \times 10^{-3} - 2{,}9 \times 10^{-6} \approx 9{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol}$$

La quantité restante est environ 3000 fois plus petite que la quantité introduite : elle est négligeable.

$\boxed{x_f \approx x_{\max}}$ (taux d'avancement $\tau = \dfrac{x_f}{x_{\max}} \approx 1$) : la transformation est **totale**.

COMPRENDRE
Il reste toujours un peu de H_3O^+ en solution, sinon le pH ne serait pas défini. « Totale » signifie que ce reste est négligeable devant la quantité apportée : ici environ 0,03 %.

MÉTHODE
Pour tester le caractère total sans calculatrice, comparer les ordres de grandeur : 10^{-6} mol restant contre 10^{-3} à 10^{-2} mol introduit.

4.1 Écrire l'équation de la réaction des ions hydrogénocarbonate HCO_3^- avec les ions oxonium H_3O^+ d'une solution acide.

Face à l'acide H_3O^+, l'ion HCO_3^- joue le rôle de base : le couple à utiliser est $(CO_2, H_2O)/HCO_3^-$, avec le couple H_3O^+/H_2O.

$$\boxed{HCO_3^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq) \longrightarrow (CO_2, H_2O)\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

PIÈGE
Choisir le couple HCO_3^-/CO_3^{2-}. L'ion HCO_3^- y est l'acide : il ne peut pas réagir ainsi avec H_3O^+, lui-même acide.

COMPRENDRE
L'ion hydrogénocarbonate est une espèce amphotère : base dans un couple, acide dans l'autre. C'est l'autre réactif qui décide du rôle qu'il joue.

4.2 Quelle est la conséquence d'une injection de lactate ou d'hydrogénocarbonate de sodium sur le pH des liquides physiologiques en cas d'excès d'acidité ?

Les ions lactate A^- et les ions hydrogénocarbonate HCO_3^- sont des bases : ils consomment les ions H_3O^+ en excès selon les réactions des questions 3.1 et 4.1, qui sont totales.

La concentration $[H_3O^+]$ diminue dans les liquides physiologiques ; comme $\text{pH} = -\log[H_3O^+]$, le pH augmente.

L'injection fait **remonter le pH** : elle corrige l'excès d'acidité, d'où le nom de solution alcalinisante.

COMPRENDRE
Le lactate agit deux fois : directement comme base, puis par les ions hydrogénocarbonate qu'il libère dans le foie.

De l'influence des conditions initiales sur le comportement d'un système

Bac S 2003 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1 Partie 1 (système physique). Exprimer les coordonnées v_{0x} et v_{0y} du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ dans le repère (O, x, y).

Données utiles $\vec{v}_0$ fait l'angle α avec l'axe horizontal (Ox) (figure 1)

On projette $\vec{v}_0$ sur les deux axes : (Ox) est le côté adjacent à l'angle α, (Oy) le côté opposé.

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \text{ et } v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

PIÈGE
Inverser sinus et cosinus. L'angle α est mesuré à partir de l'horizontale : la coordonnée horizontale porte le cosinus.

2 Partie 1. Exprimer la portée D et la flèche H en fonction de l'une ou des coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$.

Données utiles $D = \dfrac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g}$; $H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$; v_{0x} et v_{0y} (question 1)

On regroupe les facteurs pour faire apparaître les coordonnées :

$$D = \frac{2\,(v_0\cos\alpha)(v_0\sin\alpha)}{g} \qquad H = \frac{(v_0\sin\alpha)^2}{2g}$$

$$D = \frac{2\,v_{0x}\,v_{0y}}{g} \text{ et } H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

COMPRENDRE
La flèche ne dépend que de la vitesse verticale initiale. La portée dépend des deux coordonnées : v_{0y} fixe la durée du vol, v_{0x} la distance parcourue pendant ce temps.

MÉTHODE
D'autres écritures sont justes, par exemple $D = \dfrac{2v_{0x}^2 \tan\alpha}{g}$, mais elles gardent l'angle α. Celles-ci, sans angle, rendent les questions 3 et 4 immédiates.

3 Partie 1. Le coup est rejoué avec la vitesse initiale $\vec{v}_1$ (figure 2 de l'annexe). Exprimer la portée D_1 et la flèche H_1 en fonction de D et H, puis dessiner l'allure de la nouvelle trajectoire.

Données utiles figure 2 : $\vec{v}_1$ a la même coordonnée horizontale que $\vec{v}_0$ et une coordonnée verticale double ; expressions de D et H (question 2)

Lecture de la figure 2 : $v_{1x} = v_{0x}$ et $v_{1y} = 2\,v_{0y}$.

$$D_1 = \frac{2\,v_{1x}\,v_{1y}}{g} = \frac{2\,v_{0x} \times 2\,v_{0y}}{g} = 2D$$

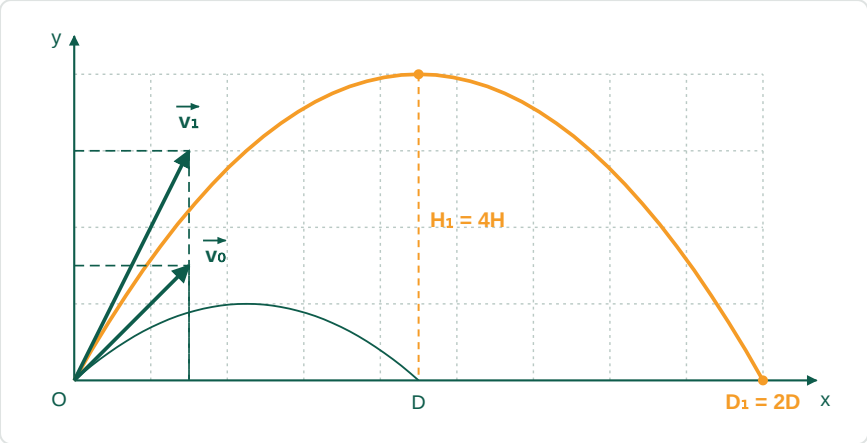
$$H_1 = \frac{v_{1y}^2}{2g} = \frac{(2\,v_{0y})^2}{2g} = \frac{4\,v_{0y}^2}{2g} = 4H$$

Tracé : une parabole qui part de O tangente à $\vec{v}_1$, dont le sommet est à la hauteur $4H$ pour l'abscisse $\dfrac{D_1}{2} = D$, et qui retombe sur l'axe en $x = 2D$.

$$D_1 = 2D \text{ et } H_1 = 4H$$

PIÈGE
Oublier le carré : doubler v_{0y} multiplie la flèche par 4, pas par 2. Sur le tracé, le sommet doit se trouver à la verticale du point de chute de la première balle.

MÉTHODE
Pour tracer l'allure d'une parabole, placer trois repères : la tangente au départ (direction de la vitesse initiale), le sommet (abscisse égale à la moitié de la portée) et le point de chute, puis tracer une courbe symétrique.



3 · Figure 2 de l'annexe complétée : nouvelle trajectoire en orange

4 Partie 1. Le coup est rejoué avec la vitesse initiale $\vec{v}_2$ (figure 3 de l'annexe). Exprimer la portée D_2 et la flèche H_2 en fonction de D et H, puis dessiner l'allure de la nouvelle trajectoire.

Données utiles figure 3 : $\vec{v}_2$ a la même coordonnée verticale que $\vec{v}_0$ et une coordonnée horizontale double ; expressions de D et H (question 2)

Lecture de la figure 3 : $v_{2x} = 2\,v_{0x}$ et $v_{2y} = v_{0y}$.

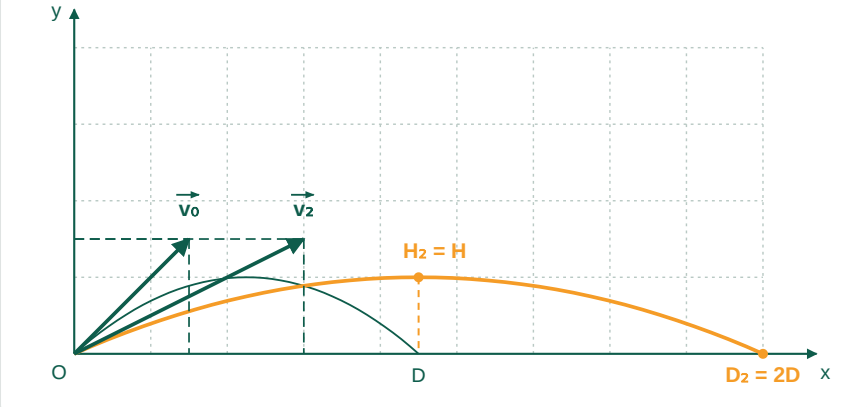
$$D_2 = \frac{2\,v_{2x}\,v_{2y}}{g} = \frac{2 \times 2\,v_{0x}\,v_{0y}}{g} = 2D$$

$$H_2 = \frac{v_{2y}^2}{2g} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = H$$

Tracé : une parabole qui part de O tangente à $\vec{v}_2$, de même hauteur maximale H que la première, atteinte pour $x = D$, et qui retombe sur l'axe en $x = 2D$.

$D_2 = 2D$ et $H_2 = H$

COMPRENDRE
Même vitesse verticale, donc même hauteur et même durée de vol. La balle avance deux fois plus vite horizontalement : elle va deux fois plus loin. La parabole est simplement étirée horizontalement.



4 · Figure 3 de l'annexe complétée : nouvelle trajectoire en orange

5 Partie 1. Le golfeur garde le même angle de tir α mais frappe plus fort. Prévoir qualitativement les conséquences sur la portée et la flèche.

Frapper plus fort augmente la valeur v_0 de la vitesse initiale, l'angle α restant le même. Dans les expressions de l'énoncé, D et H sont toutes deux proportionnelles à v_0^2, les autres facteurs ne changeant pas.

La portée et la flèche augmentent toutes les deux : la balle monte plus haut et retombe plus loin.

COMPRENDRE
Avec les coordonnées : v_{0x} et v_{0y} sont multipliées par le même nombre k, donc D et H sont multipliées par k^2. La parabole est agrandie sans être déformée.

1 Partie 2 (système chimique). Donner l'expression du quotient de réaction.

Données utiles $\mathrm{Ag^+\,(aq) + Fe^{2+}\,(aq) = Ag\,(s) + Fe^{3+}\,(aq)}$

$$Q_r = \frac{[\mathrm{Fe^{3+}}]}{[\mathrm{Ag^+}]\,[\mathrm{Fe^{2+}}]}$$

PIÈGE
Faire figurer l'argent dans le quotient. Ag est un solide : il n'apparaît pas dans l'expression de Q_r, seules les espèces dissoutes y figurent.

2 Partie 2. Calculer le quotient de réaction à l'état initial.

Données utiles $[\mathrm{Ag^+}]_i = [\mathrm{Fe^{2+}}]_i = [\mathrm{Fe^{3+}}]_i = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

$$Q_{r,i} = \frac{[\mathrm{Fe^{3+}}]_i}{[\mathrm{Ag^+}]_i\,[\mathrm{Fe^{2+}}]_i} = \frac{1{,}0 \times 10^{-1}}{1{,}0 \times 10^{-1} \times 1{,}0 \times 10^{-1}} = \frac{1}{1{,}0 \times 10^{-1}}$$

$$Q_{r,i} = 10$$

COMPRENDRE
Q_r est sans unité : chaque concentration y est en réalité divisée par $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Les données ont deux chiffres significatifs, le résultat aussi.

MÉTHODE
Sans calculatrice, simplifier avant de calculer : le numérateur s'élimine avec un facteur du dénominateur, il reste l'inverse de 10^{-1}.

3 Partie 2. En déduire le sens d'évolution spontané de la réaction quand la pile fonctionne.

Données utiles $K = 3{,}2$; $Q_{r,i} = 10$ (question 2)

$Q_{r,i} = 10 > K = 3{,}2$: le système évolue spontanément dans le sens qui fait diminuer Q_r jusqu'à K, c'est-à-dire le sens inverse de l'équation écrite.

Sens inverse : $\mathrm{Ag\,(s) + Fe^{3+}\,(aq) \longrightarrow Ag^+\,(aq) + Fe^{2+}\,(aq)}$

MÉTHODE
Critère d'évolution : $Q_{r,i} < K$, sens direct ; $Q_{r,i} > K$, sens inverse ; $Q_{r,i} = K$, équilibre. Toujours rappeler l'équation dans le sens où elle est écrite avant de conclure.

4 Partie 2. Quelle est la polarité de chaque électrode ? Justifier à partir des demi-équations.

Données utiles sens inverse (question 3) ; couples $\mathrm{Ag^+/Ag}$ et $\mathrm{Fe^{3+}/Fe^{2+}}$

La réaction qui a lieu est $\mathrm{Ag + Fe^{3+} \longrightarrow Ag^+ + Fe^{2+}}$.

Électrode d'argent : $\mathrm{Ag\,(s) = Ag^+\,(aq) + e^-}$. C'est une oxydation, qui libère des électrons vers le circuit extérieur.

Électrode de platine : $\mathrm{Fe^{3+}\,(aq) + e^- = Fe^{2+}\,(aq)}$. C'est une réduction, qui consomme les électrons arrivant par le circuit.

Les électrons sortent de la pile par la borne négative et y rentrent par la borne positive.

L'électrode d'argent est le pôle **négatif**, l'électrode de platine le pôle **positif**.

PIÈGE
Confondre le sens des électrons et celui du courant. Dans le circuit extérieur, les électrons vont de l'argent vers le platine ; le courant circule en sens opposé, du pôle positif vers le pôle négatif.

COMPRENDRE
Le platine ne réagit pas : il sert seulement à conduire les électrons échangés entre $\mathrm{Fe^{3+}}$ et $\mathrm{Fe^{2+}}$, tous deux en solution.

5 Partie 2. Dans une deuxième pile, les concentrations initiales sont modifiées. La polarité de chaque électrode reste-t-elle la même ? Justifier.

Données utiles $[Ag^+]_i = [Fe^{2+}]_i = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $[Fe^{3+}]_i = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $K = 3{,}2$

Nouveau quotient initial :

$$Q'_{r,i} = \frac{1{,}0 \times 10^{-2}}{1{,}0 \times 10^{-1} \times 1{,}0 \times 10^{-1}} = \frac{1{,}0 \times 10^{-2}}{1{,}0 \times 10^{-2}} = 1{,}0$$

$Q'_{r,i} = 1{,}0 < K = 3{,}2$: le système évolue cette fois dans le sens direct, $Ag^+ + Fe^{2+} \longrightarrow Ag + Fe^{3+}$.

Électrode d'argent : $Ag^+(aq) + e^- = Ag(s)$, réduction, les électrons y sont consommés : pôle positif.

Électrode de platine : $Fe^{2+}(aq) = Fe^{3+}(aq) + e^-$, oxydation, les électrons y sont libérés : pôle négatif.

Non : la polarité est inversée. L'argent devient le pôle positif, le platine le pôle négatif.

COMPRENDRE

C'est le lien entre les deux parties : mêmes couples, même constante K, mais un état initial différent place $Q_{r,i}$ de l'autre côté de K et la pile fonctionne à l'envers.

Circuits RL et RLC

Bac S 2003 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 3 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Préciser à quels points du circuit relier les bornes COM et V de l'adaptateur pour obtenir la courbe de la figure 2.

La courbe de la figure 2 représente u_R, qui est positive. Sur le schéma, la flèche de u_R pointe vers A : $u_R = u_{AB} = V_A - V_B$.

L'adaptateur mesure $V_\text{V} - V_\text{COM}$.

Borne V au point A, borne COM au point B.

PIÈGE
Inverser les deux bornes : on enregistrerait $u_{BA} = -u_R$, une courbe négative, symétrique de celle de la figure 2 par rapport à l'axe des temps.

1.2 Parmi les courbes a, b, c et d, choisir celle qui représente l'intensité du courant après la fermeture de l'interrupteur, en justifiant à partir de la figure 2.

Loi d'Ohm pour le conducteur ohmique : $u_R = R\,i$, donc $i = \dfrac{u_R}{R}$.

Comme R est constante, i est proportionnelle à u_R : les deux grandeurs ont la même allure. Or u_R part de zéro, croît de moins en moins vite, puis se stabilise.

C'est la courbe c.

MÉTHODE
Un système d'acquisition ne mesure que des tensions. Pour suivre une intensité, on enregistre la tension aux bornes d'un conducteur ohmique, puis on divise par R.

1.3 Quelle est l'influence de la bobine sur l'établissement du courant à la fermeture du circuit ?

Une bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant qui la traverse. À la fermeture, l'intensité ne passe donc pas brutalement de zéro à sa valeur finale : elle augmente progressivement.

La bobine retarde l'établissement du courant (régime transitoire d'environ 5 ms ici).

COMPRENDRE
La bobine et les circuits RL ne figurent plus au programme actuel de spécialité. Le raisonnement reste proche de celui du circuit RC : régime transitoire, constante de temps, équation différentielle du premier ordre.

2.1 En négligeant la résistance r de la bobine devant R, établir l'équation différentielle vérifiée par $u_R(t)$, interrupteur fermé.

Loi d'additivité des tensions, interrupteur fermé : $E = u_R + u_L$.

Bobine de résistance négligeable, en convention récepteur : $u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

Or $i = \dfrac{u_R}{R}$ avec R constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{R}\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}$ et $u_L = \dfrac{L}{R}\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}$.

$$E = u_R(t) + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}u_R(t)}{\mathrm{d}t}$$

COMPRENDRE
Sans approximation, $u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + r\,i$. Ici $r = 10\ \Omega$ représente 1 % de $R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$: le terme $r\,i$ est négligeable devant $R\,i$.

2.2 Montrer par une analyse dimensionnelle que $\tau = \dfrac{L}{R}$ a la dimension d'un temps.

Loi d'Ohm $u = Ri$: $[U] = [R] \cdot [I]$, soit $[R] = [U] \cdot [I]^{-1}$.

Tension aux bornes d'une bobine $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$: $[U] = [L] \cdot [I] \cdot [T]^{-1}$, soit $[L] = [U] \cdot [T] \cdot [I]^{-1}$.

$$\left[\frac{L}{R}\right] = \frac{[U] \cdot [T] \cdot [I]^{-1}}{[U] \cdot [I]^{-1}} = [T]$$

$\dfrac{L}{R}$ a la dimension d'un temps : τ s'exprime en secondes.

MÉTHODE
Pour une analyse dimensionnelle, partir de deux relations du cours contenant chacune une des grandeurs, les écrire en dimensions, puis former le rapport demandé : les dimensions communes se simplifient.

2.3 Sachant que $u_R(\tau) = 0{,}63\,(u_R)_{max}$, déterminer graphiquement la constante de temps τ du circuit.

Données utiles figure 2

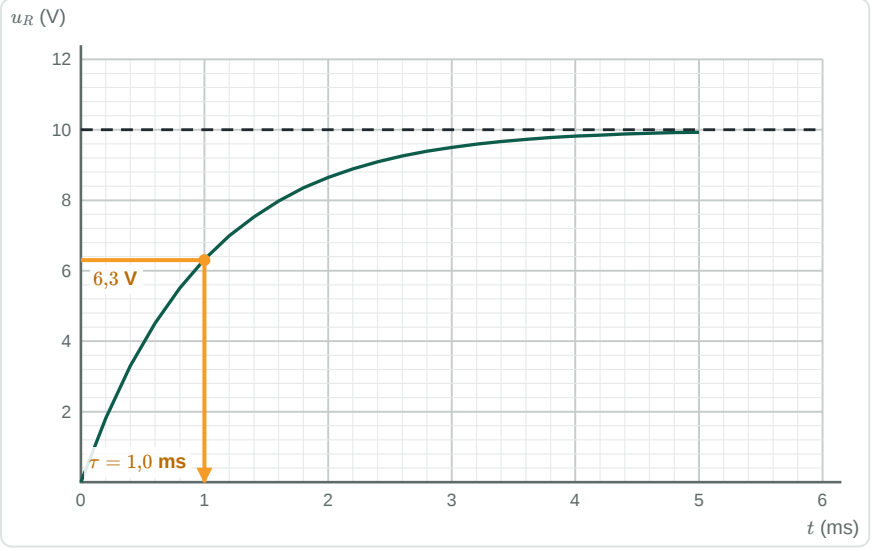
Sur la figure 2, la tension se stabilise à $(u_R)_{max} = 10$ V.

$u_R(\tau) = 0{,}63 \times 10 = 6{,}3$ V.

Le point de la courbe d'ordonnée 6,3 V a pour abscisse 1,0 ms.

$\tau = 1{,}0\ \text{ms} = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s}$

COMPRENDRE
Épreuve sans calculatrice : les valeurs sont choisies pour des calculs simples. Deux chiffres significatifs, comme les données ($R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$) et la précision de la lecture graphique.



2.3 · Figure 2 du sujet (allure), avec la lecture de τ

2.4 En déduire la valeur de L et la comparer avec l'indication du fabricant.

Données utiles $\tau = 1{,}0 \times 10^{-3}$ s (2.3) ; $R = 1{,}0\ \text{k}\Omega$; fabricant : $L = 1{,}0$ H

$\tau = \dfrac{L}{R}$, donc $L = \tau\, R$.

$$L = 1{,}0 \times 10^{-3} \times 1{,}0 \times 10^{3} = 1{,}0\ \text{H}$$

$L = 1{,}0$ H : valeur en accord avec celle du fabricant (1,0 H).

PIÈGE
Laisser τ en millisecondes ou R en kilohms. Avec les deux à la fois, les puissances de dix se compensent par hasard : mieux vaut convertir en secondes et en ohms.

3.1 À partir de l'équation différentielle du 2.1, exprimer $\frac{du_R}{dt}$ en fonction de u_R et des données.

Données utiles $E = 10$ V ; $R = 1{,}0 \times 10^3\ \Omega$; $L = 1{,}0$ H

$E = u_R + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}$, donc $\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} = E - u_R$.

$\frac{du_R}{dt} = \frac{R}{L}(E - u_R) = 1{,}0 \times 10^3 \times (10 - u_R)$, en $\text{V} \cdot \text{s}^{-1}$ avec u_R en volts.

3.2 Avec un pas $\Delta t = 1{,}0 \times 10^{-4}$ s, calculer littéralement puis numériquement $\frac{du_R}{dt}$ aux dates 0 et Δt, ainsi que u_R aux dates Δt et $2\Delta t$. Compléter le tableau de l'annexe.

Données utiles $(u_R)_0 = 0$ V ; $\frac{R}{L} = 1{,}0 \times 10^3\ \text{s}^{-1}$ et $E = 10$ V (3.1)

Formules littérales : $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_n = \frac{R}{L}\left(E - (u_R)_n\right)$ et $(u_R)_{n+1} = (u_R)_n + \left(\frac{du_R}{dt}\right)_n \Delta t$.

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0 = 1{,}0 \times 10^3 \times (10 - 0) = 1{,}0 \times 10^4\ \text{V} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(u_R)_{\Delta t} = 0 + 1{,}0 \times 10^4 \times 1{,}0 \times 10^{-4} = 1{,}0\ \text{V}$$

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{\Delta t} = 1{,}0 \times 10^3 \times (10 - 1{,}0) = 9{,}0 \times 10^3\ \text{V} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(u_R)_{2\Delta t} = 1{,}0 + 9{,}0 \times 10^3 \times 1{,}0 \times 10^{-4} = 1{,}9\ \text{V}$$

$(u_R)_{\Delta t} = 1{,}0$ V ; $(u_R)_{2\Delta t} = 1{,}9$ V ; dérivées (en $\text{V} \cdot \text{s}^{-1}$) : $1{,}0 \times 10^4$ puis $9{,}0 \times 10^3$

PIÈGE
Calculer $(u_R)_{2\Delta t}$ avec la dérivée initiale donnerait 2,0 V. La dérivée doit être recalculée à chaque pas : elle diminue quand u_R augmente.

MÉTHODE
Chaque ligne du tableau se remplit en deux temps : la nouvelle valeur de u_R avec la dérivée de la ligne précédente, puis la nouvelle dérivée avec cette valeur de u_R.

date	Valeur de u_R en V	Valeur de du_R/dt en $V \cdot s^{-1}$
$t_0 = 0$ s	$(u_R)_0 = 0{,}000$	$(du_R/dt)_0 =$ **$1{,}0 \times 10^4$**
$t = \Delta t$	$(u_R)_{\Delta t} =$ **1,0**	$(du_R/dt)_{\Delta t} =$ **$9{,}0 \times 10^3$**
$t = 2\Delta t$	$(u_R)_{2\Delta t} =$ **1,9**	

3.2 · Annexe A3 complétée (valeurs calculées en orange)

3.3 Quelle serait qualitativement l'influence d'une augmentation du pas Δt sur l'écart entre les points obtenus par la méthode d'Euler et la courbe expérimentale ?

La méthode d'Euler suppose la dérivée constante pendant toute la durée Δt, alors qu'elle varie en réalité. Plus le pas est grand, plus cette approximation est grossière.

Augmenter Δt augmente l'écart entre les points calculés et la courbe expérimentale.

COMPRENDRE
Un pas plus petit améliore la précision mais multiplie les calculs. Un pas adapté reste nettement inférieur à τ : ici $\Delta t = \frac{\tau}{10}$, et les deux séries de points se superposent presque.

4.1 Comment expliquer la diminution de l'amplitude des oscillations au cours du temps ?

Le circuit contient une résistance : celle de la bobine, $r = 10\ \Omega$. À chaque passage du courant, une partie de l'énergie échangée entre le condensateur et la bobine est dissipée par effet Joule, sous forme de transfert thermique.

L'énergie électrique du circuit diminue, donc l'amplitude de u_C décroît : le régime est pseudo-périodique.

COMPRENDRE
Les oscillations électriques d'un circuit RLC ne sont plus au programme actuel de spécialité. L'idée générale demeure : un oscillateur qui perd de l'énergie voit son amplitude diminuer.

4.2 Déterminer la valeur de la pseudo-période du signal.

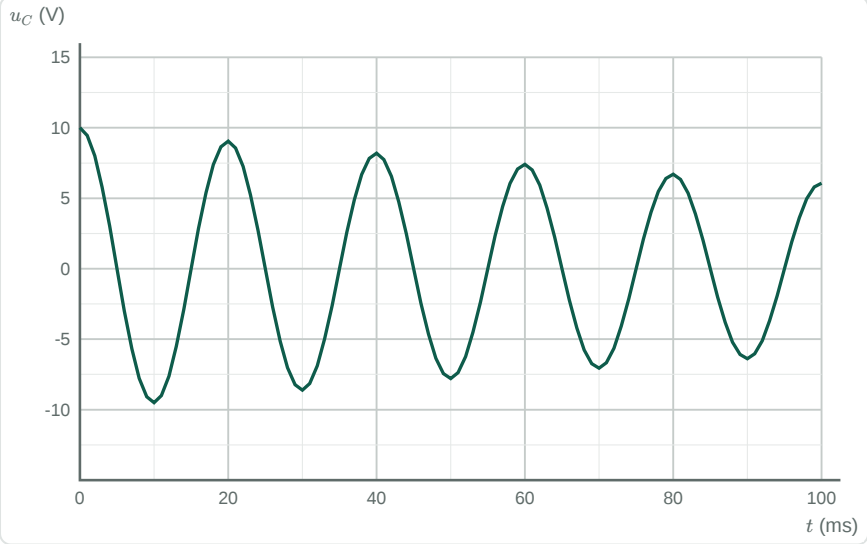
Données utiles figure 5

Sur la figure 5, on compte 5 pseudo-périodes entre $t = 0$ et $t = 100$ ms (un maximum à chaque graduation de 20 ms) : $5\,T = 100$ ms.

$$T = \frac{100}{5} = 20\ \text{ms}$$

$T = 20\ \text{ms} = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{s}$

MÉTHODE
Mesurer la durée de plusieurs pseudo-périodes puis diviser par leur nombre : l'incertitude de lecture est répartie sur toutes les oscillations.



4.2 · Figure 5 du sujet (allure) : cinq pseudo-périodes en 100 ms

4.3 En admettant que la pseudo-période et la période propre ont la même expression, en déduire la capacité C du condensateur et la comparer avec l'indication du fabricant.

Données utiles $T = 2{,}0 \times 10^{-2}$ s (4.2) ; $L = 1{,}0$ H ; $\pi^2 \approx 10$; fabricant : $C = 10\ \mu\text{F}$

Période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}$, et $T = T_0$.

En élevant au carré : $T^2 = 4\pi^2\,L\,C$, donc $C = \dfrac{T^2}{4\pi^2\,L}$.

$$C = \frac{(2{,}0 \times 10^{-2})^2}{4 \times 10 \times 1{,}0} = \frac{4{,}0 \times 10^{-4}}{40} = 1{,}0 \times 10^{-5}\ \text{F}$$

$C = 1{,}0 \times 10^{-5}\ \text{F} = 10\ \mu\text{F}$: valeur en accord avec celle du fabricant.

PIÈGE
Oublier d'élever 2π au carré, ou garder T en millisecondes : le résultat serait faux d'un facteur 10^6.

COMPRENDRE
Assimiler pseudo-période et période propre suppose un amortissement faible, ce qui est le cas ici : la résistance du circuit se réduit aux $10\ \Omega$ de la bobine.

Spécialité : Dosage de la caféine

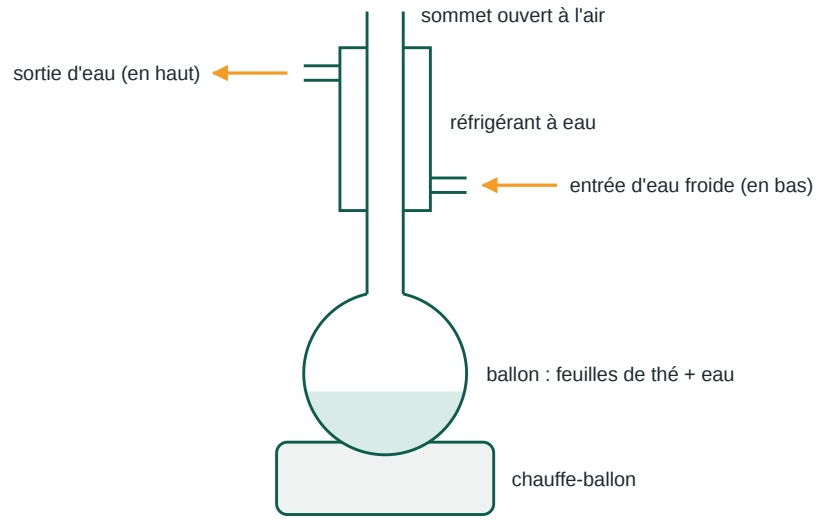
Bac S 2003 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Dans l'étape 1, quel est le rôle du réfrigérant ? Le schématiser surmontant le ballon, sans oublier la circulation d'eau.

Le montage est un chauffage à reflux. Les vapeurs qui montent du mélange chauffé se liquéfient au contact de la paroi froide du réfrigérant, puis retombent dans le ballon.

Le réfrigérant condense les vapeurs : on chauffe pendant 2 heures sans perte de matière.

PIÈGE
L'eau entre par le bas du réfrigérant et sort par le haut, sinon le manchon se remplit mal. Le sommet reste ouvert : un bouchon ferait monter la pression.



1 · Montage de chauffage à reflux

1.2 En utilisant les données, justifier le chauffage dans cette première étape.

Données utiles solubilité de la caféine dans l'eau : faible à 25 °C, très importante à 65 °C

La caféine est peu soluble dans l'eau froide et très soluble dans l'eau chaude.

Chauffer permet de dissoudre un maximum de caféine des feuilles dans l'eau.

COMPRENDRE
Une température élevée accélère aussi le passage de la caféine des feuilles vers l'eau, mais la justification attendue ici s'appuie sur le tableau de solubilité.

1.3 Pour l'étape 2, dessiner le dispositif permettant de recueillir la phase organique et indiquer la position des phases. Dans quelle phase se trouve la quasi-totalité de la caféine extraite ? Justifier.

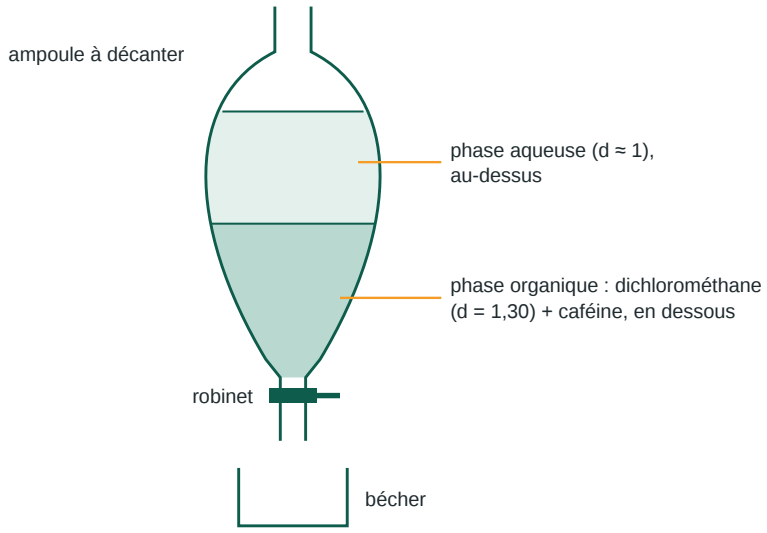
Données utiles densité du dichlorométhane : 1,30 ; dichlorométhane non miscible à l'eau ; solubilité de la caféine : importante dans le dichlorométhane, faible dans l'eau à 25 °C

On utilise une ampoule à décanter. Les deux liquides ne sont pas miscibles : ils se séparent en deux phases. Le dichlorométhane ($d = 1{,}30$) est plus dense que la phase aqueuse ($d \approx 1$) : la phase organique est en dessous, la phase aqueuse au-dessus.

La phase aqueuse a été refroidie : la caféine y est devenue peu soluble, alors qu'elle est très soluble dans le dichlorométhane.

La quasi-totalité de la caféine se trouve dans la phase organique (dichlorométhane), la phase inférieure.

PIÈGE
Placer la phase organique au-dessus par habitude. C'est la densité qui décide : un solvant chloré est en général plus dense que l'eau.



1.3 · Ampoule à décanter après agitation et décantation

1.4 Dans l'étape 2, quelle technique est mise en œuvre ?

La caféine passe d'un solvant (l'eau) à un autre solvant non miscible dans lequel elle est plus soluble (le dichlorométhane).

C'est une extraction liquide-liquide (extraction par solvant), suivie d'une décantation.

1.5 Quel est le rôle du sulfate de magnésium anhydre ?

La phase organique recueillie contient encore des traces d'eau. Le sulfate de magnésium anhydre capte cette eau ; il est ensuite éliminé par filtration.

Le sulfate de magnésium anhydre sèche la phase organique.

COMPRENDRE
« Anhydre » signifie « sans eau » : le solide fixe l'eau en s'hydratant. Sécher une phase organique, c'est en retirer l'eau, pas le solvant.

1.6 Nommer une technique de purification d'un solide.

La recristallisation.

COMPRENDRE
On dissout le solide dans un minimum de solvant chaud, puis on refroidit : le produit cristallise, les impuretés restent en solution. On filtre et on sèche.

2 Parmi le matériel proposé, indiquer celui utilisé pour préparer la solution de caféine de concentration $16\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$. Justifier.

Données utiles solution mère : $t_0 = 32\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$; solution fille : $t_1 = 16\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$; fioles jaugées de 5,0 mL, 10,0 mL et 50,0 mL ; pipettes jaugées de 2,0 mL et 5,0 mL

C'est une dilution : la masse de caféine prélevée se retrouve dans la solution fille.

$$t_0\,V_0 = t_1\,V_1 \quad \text{donc} \quad \frac{V_1}{V_0} = \frac{t_0}{t_1} = \frac{32}{16} = 2$$

Le volume final doit être le double du volume prélevé. Avec de la verrerie jaugée, seule précise, un seul couple convient : $V_0 = 5{,}0$ mL et $V_1 = 10{,}0$ mL.

On verse un peu de solution mère dans un bécher de 100 mL, on y prélève 5,0 mL à la pipette jaugée, on les introduit dans la fiole jaugée de 10,0 mL, puis on complète au trait de jauge avec du dichlorométhane et on homogénéise.

Pipette jaugée de 5,0 mL et fiole jaugée de 10,0 mL (avec un bécher pour le prélèvement).

PIÈGE
Compléter avec de l'eau distillée : le solvant est ici le dichlorométhane. L'éprouvette graduée et les béchers ne mesurent pas un volume avec assez de précision pour une solution étalon.

MÉTHODE
Calculer d'abord le facteur de dilution $F = t_0/t_1$, puis chercher une pipette et une fiole jaugées telles que $V_{\text{fiole}} = F \times V_{\text{pipette}}$.

3.1 À quel domaine appartiennent les longueurs d'onde du spectre (220 nm à 320 nm) ?

Le domaine visible s'étend d'environ 400 nm à 800 nm. Les longueurs d'onde du spectre sont inférieures à 400 nm.

Ces radiations appartiennent au domaine ultraviolet (UV).

COMPRENDRE
La caféine n'absorbe pas dans le visible : c'est pour cela que la poudre obtenue est blanche et ses solutions incolores.

3.2 On mesure les absorbances des deux boissons. Quel est le café le plus excitant pour le consommateur ?

Données utiles $A_1 = 0{,}17$ (boisson 1) ; $A_2 = 0{,}53$ (boisson 2) ; figure 2 : droite d'étalonnage à 271 nm

La figure 2 est une droite passant par l'origine : à 271 nm, l'absorbance est proportionnelle à la concentration en caféine, $A = k\,c$ (loi de Beer-Lambert).

Les réglages sont inchangés, donc cette droite s'applique aux deux boissons. Comme $A_2 > A_1$, on a $c_2 > c_1$. Lecture graphique : $c_1 \approx 5\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$ et $c_2 \approx 17\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$.

La boisson 2, environ trois fois plus concentrée en caféine, est le café le plus excitant.

COMPRENDRE
La droite passe par $(32\ ;\ 1{,}0)$, donc $c = 32 \times A$ en $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$: un calcul faisable de tête, la calculatrice étant interdite. Une lecture graphique se donne avec deux chiffres significatifs au plus.

3.3 À l'aide de la droite d'étalonnage, trouver la concentration de la solution qui a servi à tracer le spectre d'absorption de la figure 1.

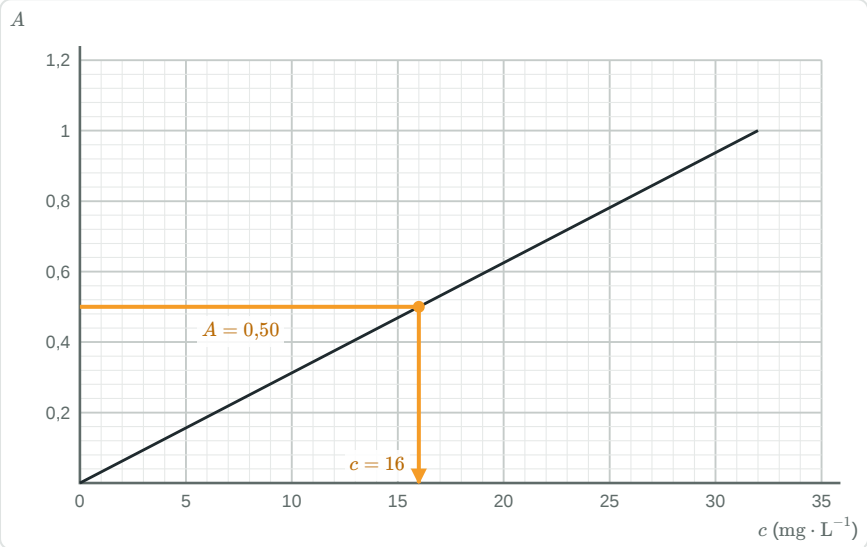
Données utiles figure 1 : spectre d'absorption ; figure 2 : droite d'étalonnage à 271 nm

La droite d'étalonnage est tracée à 271 nm : on lit donc l'absorbance du spectre à cette longueur d'onde. Sur la figure 1, à $\lambda = 271$ nm (sommet du pic), $A = 0{,}50$.

Sur la figure 2, l'ordonnée $A = 0{,}50$ correspond à l'abscisse $c = 16\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

$c = 16\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$: c'est la solution préparée à la partie 2.

PIÈGE
Lire l'absorbance du spectre à une autre longueur d'onde que 271 nm : la droite d'étalonnage n'est valable qu'à la longueur d'onde où elle a été tracée.



3.3 · Figure 2 du sujet, avec la lecture pour $A = 0{,}50$

3.4 Parmi les trois droites d'étalonnage de la figure 3, la droite n°2 correspond à 271 nm. En déduire celle qui correspond à l'étalonnage à 228 nm.

Données utiles figure 1 : $A \approx 0{,}36$ à 228 nm et $A = 0{,}50$ à 271 nm, pour la même solution

À chaque longueur d'onde, $A = k_\lambda\, c$: le coefficient directeur de la droite dépend de λ.

D'après la figure 1, la même solution absorbe moins à 228 nm ($A \approx 0{,}36$) qu'à 271 nm ($A = 0{,}50$). Donc $k_{228} < k_{271}$: la droite cherchée est moins inclinée que la droite n°2, elle passe en dessous.

L'étalonnage à 228 nm correspond à la droite n°3.

COMPRENDRE
Vérification : sur la droite n°3, à $c = 16\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$, on lit $A \approx 0{,}37$, proche de la hauteur du pic à 228 nm.

MÉTHODE
On règle le spectrophotomètre sur le maximum d'absorption (271 nm) : la droite y est la plus pentue, donc le dosage le plus sensible.