De l'influence des conditions initiales sur le comportement d'un système

Bac S 2003 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1 Partie 1 (système physique). Exprimer les coordonnées v_{0x} et v_{0y} du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ dans le repère (O, x, y).

Données utiles $\vec{v}_0$ fait l'angle α avec l'axe horizontal (Ox) (figure 1)

On projette $\vec{v}_0$ sur les deux axes : (Ox) est le côté adjacent à l'angle α, (Oy) le côté opposé.

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \text{ et } v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

PIÈGE
Inverser sinus et cosinus. L'angle α est mesuré à partir de l'horizontale : la coordonnée horizontale porte le cosinus.

2 Partie 1. Exprimer la portée D et la flèche H en fonction de l'une ou des coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$.

Données utiles $D = \dfrac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g}$; $H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$; v_{0x} et v_{0y} (question 1)

On regroupe les facteurs pour faire apparaître les coordonnées :

$$D = \frac{2\,(v_0\cos\alpha)(v_0\sin\alpha)}{g} \qquad H = \frac{(v_0\sin\alpha)^2}{2g}$$

$$D = \frac{2\,v_{0x}\,v_{0y}}{g} \text{ et } H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

COMPRENDRE
La flèche ne dépend que de la vitesse verticale initiale. La portée dépend des deux coordonnées : v_{0y} fixe la durée du vol, v_{0x} la distance parcourue pendant ce temps.

MÉTHODE
D'autres écritures sont justes, par exemple $D = \dfrac{2v_{0x}^2 \tan\alpha}{g}$, mais elles gardent l'angle α. Celles-ci, sans angle, rendent les questions 3 et 4 immédiates.

3 Partie 1. Le coup est rejoué avec la vitesse initiale $\vec{v}_1$ (figure 2 de l'annexe). Exprimer la portée D_1 et la flèche H_1 en fonction de D et H, puis dessiner l'allure de la nouvelle trajectoire.

Données utiles figure 2 : $\vec{v}_1$ a la même coordonnée horizontale que $\vec{v}_0$ et une coordonnée verticale double ; expressions de D et H (question 2)

Lecture de la figure 2 : $v_{1x} = v_{0x}$ et $v_{1y} = 2\,v_{0y}$.

$$D_1 = \frac{2\,v_{1x}\,v_{1y}}{g} = \frac{2\,v_{0x} \times 2\,v_{0y}}{g} = 2D$$

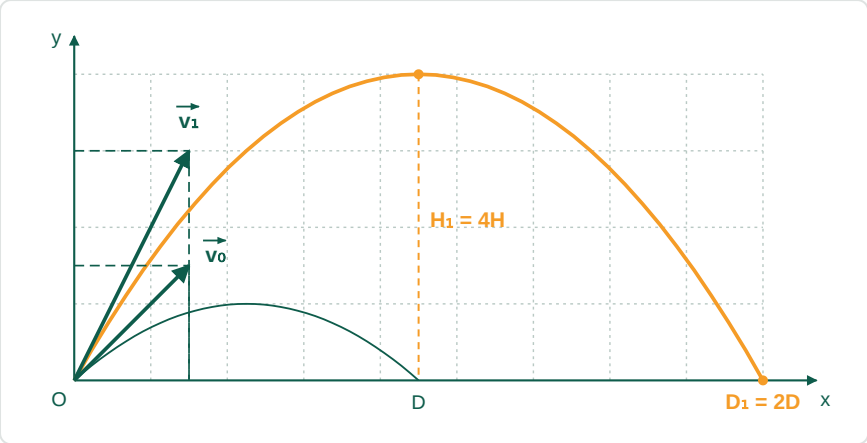
$$H_1 = \frac{v_{1y}^2}{2g} = \frac{(2\,v_{0y})^2}{2g} = \frac{4\,v_{0y}^2}{2g} = 4H$$

Tracé : une parabole qui part de O tangente à $\vec{v}_1$, dont le sommet est à la hauteur $4H$ pour l'abscisse $\dfrac{D_1}{2} = D$, et qui retombe sur l'axe en $x = 2D$.

$$D_1 = 2D \text{ et } H_1 = 4H$$

PIÈGE
Oublier le carré : doubler v_{0y} multiplie la flèche par 4, pas par 2. Sur le tracé, le sommet doit se trouver à la verticale du point de chute de la première balle.

MÉTHODE
Pour tracer l'allure d'une parabole, placer trois repères : la tangente au départ (direction de la vitesse initiale), le sommet (abscisse égale à la moitié de la portée) et le point de chute, puis tracer une courbe symétrique.



3 · Figure 2 de l'annexe complétée : nouvelle trajectoire en orange

4 Partie 1. Le coup est rejoué avec la vitesse initiale $\vec{v}_2$ (figure 3 de l'annexe). Exprimer la portée D_2 et la flèche H_2 en fonction de D et H, puis dessiner l'allure de la nouvelle trajectoire.

Données utiles figure 3 : $\vec{v}_2$ a la même coordonnée verticale que $\vec{v}_0$ et une coordonnée horizontale double ; expressions de D et H (question 2)

Lecture de la figure 3 : $v_{2x} = 2\,v_{0x}$ et $v_{2y} = v_{0y}$.

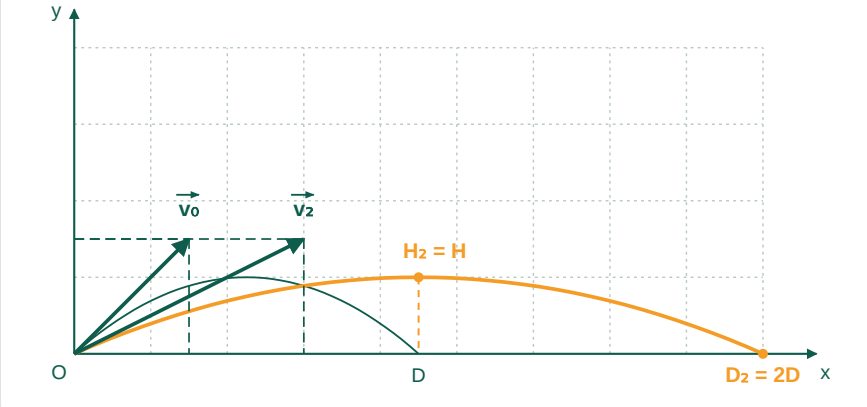
$$D_2 = \frac{2\,v_{2x}\,v_{2y}}{g} = \frac{2 \times 2\,v_{0x}\,v_{0y}}{g} = 2D$$

$$H_2 = \frac{v_{2y}^2}{2g} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = H$$

Tracé : une parabole qui part de O tangente à $\vec{v}_2$, de même hauteur maximale H que la première, atteinte pour $x = D$, et qui retombe sur l'axe en $x = 2D$.

$D_2 = 2D$ et $H_2 = H$

COMPRENDRE
Même vitesse verticale, donc même hauteur et même durée de vol. La balle avance deux fois plus vite horizontalement : elle va deux fois plus loin. La parabole est simplement étirée horizontalement.



4 · Figure 3 de l'annexe complétée : nouvelle trajectoire en orange

5 Partie 1. Le golfeur garde le même angle de tir α mais frappe plus fort. Prévoir qualitativement les conséquences sur la portée et la flèche.

Frapper plus fort augmente la valeur v_0 de la vitesse initiale, l'angle α restant le même. Dans les expressions de l'énoncé, D et H sont toutes deux proportionnelles à v_0^2, les autres facteurs ne changeant pas.

La portée et la flèche augmentent toutes les deux : la balle monte plus haut et retombe plus loin.

COMPRENDRE
Avec les coordonnées : v_{0x} et v_{0y} sont multipliées par le même nombre k, donc D et H sont multipliées par k^2. La parabole est agrandie sans être déformée.

1 Partie 2 (système chimique). Donner l'expression du quotient de réaction.

Données utiles $\mathrm{Ag^+\,(aq) + Fe^{2+}\,(aq) = Ag\,(s) + Fe^{3+}\,(aq)}$

$$Q_r = \frac{[\mathrm{Fe^{3+}}]}{[\mathrm{Ag^+}]\,[\mathrm{Fe^{2+}}]}$$

PIÈGE
Faire figurer l'argent dans le quotient. Ag est un solide : il n'apparaît pas dans l'expression de Q_r, seules les espèces dissoutes y figurent.

2 Partie 2. Calculer le quotient de réaction à l'état initial.

Données utiles $[\mathrm{Ag^+}]_i = [\mathrm{Fe^{2+}}]_i = [\mathrm{Fe^{3+}}]_i = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

$$Q_{r,i} = \frac{[\mathrm{Fe^{3+}}]_i}{[\mathrm{Ag^+}]_i\,[\mathrm{Fe^{2+}}]_i} = \frac{1{,}0 \times 10^{-1}}{1{,}0 \times 10^{-1} \times 1{,}0 \times 10^{-1}} = \frac{1}{1{,}0 \times 10^{-1}}$$

$$Q_{r,i} = 10$$

COMPRENDRE
Q_r est sans unité : chaque concentration y est en réalité divisée par $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Les données ont deux chiffres significatifs, le résultat aussi.

MÉTHODE
Sans calculatrice, simplifier avant de calculer : le numérateur s'élimine avec un facteur du dénominateur, il reste l'inverse de 10^{-1}.

3 Partie 2. En déduire le sens d'évolution spontané de la réaction quand la pile fonctionne.

Données utiles $K = 3{,}2$; $Q_{r,i} = 10$ (question 2)

$Q_{r,i} = 10 > K = 3{,}2$: le système évolue spontanément dans le sens qui fait diminuer Q_r jusqu'à K, c'est-à-dire le sens inverse de l'équation écrite.

Sens inverse : $\mathrm{Ag\,(s) + Fe^{3+}\,(aq) \longrightarrow Ag^+\,(aq) + Fe^{2+}\,(aq)}$

MÉTHODE
Critère d'évolution : $Q_{r,i} < K$, sens direct ; $Q_{r,i} > K$, sens inverse ; $Q_{r,i} = K$, équilibre. Toujours rappeler l'équation dans le sens où elle est écrite avant de conclure.

4 Partie 2. Quelle est la polarité de chaque électrode ? Justifier à partir des demi-équations.

Données utiles sens inverse (question 3) ; couples $\mathrm{Ag^+/Ag}$ et $\mathrm{Fe^{3+}/Fe^{2+}}$

La réaction qui a lieu est $\mathrm{Ag + Fe^{3+} \longrightarrow Ag^+ + Fe^{2+}}$.

Électrode d'argent : $\mathrm{Ag\,(s) = Ag^+\,(aq) + e^-}$. C'est une oxydation, qui libère des électrons vers le circuit extérieur.

Électrode de platine : $\mathrm{Fe^{3+}\,(aq) + e^- = Fe^{2+}\,(aq)}$. C'est une réduction, qui consomme les électrons arrivant par le circuit.

Les électrons sortent de la pile par la borne négative et y rentrent par la borne positive.

L'électrode d'argent est le pôle **négatif**, l'électrode de platine le pôle **positif**.

PIÈGE
Confondre le sens des électrons et celui du courant. Dans le circuit extérieur, les électrons vont de l'argent vers le platine ; le courant circule en sens opposé, du pôle positif vers le pôle négatif.

COMPRENDRE
Le platine ne réagit pas : il sert seulement à conduire les électrons échangés entre $\mathrm{Fe^{3+}}$ et $\mathrm{Fe^{2+}}$, tous deux en solution.

5 Partie 2. Dans une deuxième pile, les concentrations initiales sont modifiées. La polarité de chaque électrode reste-t-elle la même ? Justifier.

Données utiles $[Ag^+]_i = [Fe^{2+}]_i = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $[Fe^{3+}]_i = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $K = 3{,}2$

Nouveau quotient initial :

$$Q'_{r,i} = \frac{1{,}0 \times 10^{-2}}{1{,}0 \times 10^{-1} \times 1{,}0 \times 10^{-1}} = \frac{1{,}0 \times 10^{-2}}{1{,}0 \times 10^{-2}} = 1{,}0$$

$Q'_{r,i} = 1{,}0 < K = 3{,}2$: le système évolue cette fois dans le sens direct, $Ag^+ + Fe^{2+} \longrightarrow Ag + Fe^{3+}$.

Électrode d'argent : $Ag^+(aq) + e^- = Ag(s)$, réduction, les électrons y sont consommés : pôle positif.

Électrode de platine : $Fe^{2+}(aq) = Fe^{3+}(aq) + e^-$, oxydation, les électrons y sont libérés : pôle négatif.

Non : la polarité est inversée. L'argent devient le pôle positif, le platine le pôle négatif.

COMPRENDRE

C'est le lien entre les deux parties : mêmes couples, même constante K, mais un état initial différent place $Q_{r,i}$ de l'autre côté de K et la pile fonctionne à l'envers.