Corrigé complet — Bac S 2003 Inde (Pondichéry) (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Le flash électronique** Énergie stockée dans un condensateur · Puissance électrique · Charge d'un condensateur dans un circuit RC · Loi des mailles et loi d'Ohm · Constante de temps · Tolérance d'un composant	4 pts	52 min	6 questions	p. 2
Ex 2	**Etude d'une esterification** Estérification · Titrage acido-basique · Constante d'acidité et constante d'équilibre · Avancement et rendement · Vitesse volumique de réaction · Quotient de réaction et sens d'évolution	6 pts	1 h 18	10 questions	p. 5
Ex 3	**Spécialité : Télescope de Newton** Miroir plan · Miroir sphérique concave · Télescope de Newton · Système afocal · Diamètre apparent · Grossissement	4 pts	52 min	2 questions	p. 10
Ex 4	**Mise en orbite d'un satellite artificiel par la fusée Ariane** Deuxième loi de Newton · Principe des actions réciproques · Analyse dimensionnelle · Loi de la gravitation universelle · Mouvement circulaire uniforme · Vitesse et période d'un satellite	6 pts	1 h 18	9 questions	p. 13

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Le flash électronique

Bac S 2003 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.a Donner l'expression de l'énergie électrique E_e stockée dans le condensateur du flash lorsqu'il est chargé, puis calculer sa valeur.

Données utiles $C = 150\ \mu\text{F}$; $U = 330\ \text{V}$

Un condensateur de capacité C chargé sous la tension U stocke l'énergie :

$$E_e = \frac{1}{2} C U^2$$

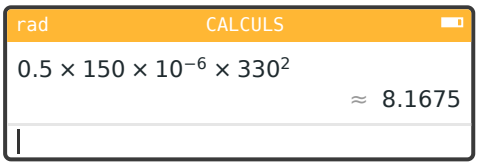
$$E_e = \frac{1}{2} \times 150 \times 10^{-6} \times 330^2 = 8{,}17\ \text{J}$$

$$\boxed{E_e = \frac{1}{2} C U^2 = 8{,}17\ \text{J}}$$

PIÈGE
Laisser la capacité en microfarads : il faut $C = 150 \times 10^{-6}\ \text{F}$ pour obtenir des joules. Ne pas oublier non plus le carré sur la tension.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme C et U. La capacité n'étant garantie qu'à 10 % près, l'énergie réelle se situe en fait entre 7,4 J et 9,0 J : retenir « environ 8 J ».

À LA CALCULATRICE



1.b La décharge dans la lampe à éclats dure environ une milliseconde. Quelle est la puissance électrique P_e consommée durant cet éclair ?

Données utiles $E_e = 8{,}17\ \text{J}$ (1.a) ; $\Delta t \approx 1\ \text{ms}$

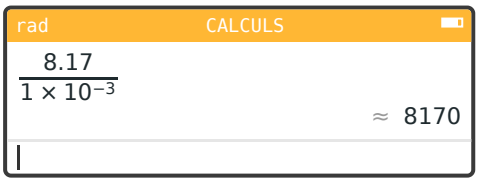
Toute l'énergie stockée est cédée à la lampe pendant la durée Δt de l'éclair :

$$P_e = \frac{E_e}{\Delta t} = \frac{8{,}17}{1 \times 10^{-3}} \approx 8 \times 10^3\ \text{W}$$

$$\boxed{P_e \approx 8 \times 10^3\ \text{W} = 8\ \text{kW}}$$

COMPRENDRE
La durée n'est donnée qu'à un chiffre (« environ une milliseconde ») : le résultat est un ordre de grandeur. C'est une puissance moyenne, très élevée parce que l'énergie est libérée en un temps très bref.

À LA CALCULATRICE



1.c Pour quelle raison doit-on élever la tension avant de l'appliquer, une fois redressée, aux bornes du condensateur ?

Données utiles deux piles de 1,5 V, soit 3,0 V ; $U = 330$ V

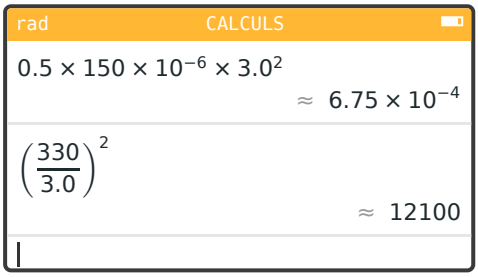
L'énergie stockée, $E_e = \frac{1}{2} C U^2$, est proportionnelle au carré de la tension de charge.

Chargé directement par les piles, sous 3,0 V, le condensateur ne stockerait que $\frac{1}{2} \times 150 \times 10^{-6} \times 3{,}0^2 = 6{,}8 \times 10^{-4}$ J, ce qui est très insuffisant pour produire un éclair.

Élever la tension de 3,0 V à 330 V multiplie l'énergie stockée par $\left(\frac{330}{3{,}0}\right)^2 \approx 1{,}2 \times 10^4$: l'éclair est assez puissant.

MÉTHODE
Pour justifier un choix technique, s'appuyer sur la relation littérale puis chiffrer l'effet : une tension 110 fois plus grande donne une énergie 110^2 fois plus grande.

À LA CALCULATRICE



2.a Sachant que le condensateur est déchargé à la date $t = 0$, déterminer la valeur de la résistance R utilisée dans le montage.

Données utiles $E = 12$ V ; $i(0) = 54{,}0\ \mu$A

Loi des mailles, à chaque instant : $E = u_R + u_C$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$.

À $t = 0$, le condensateur est déchargé : $u_C(0) = 0$, donc $E = R\,i(0)$.

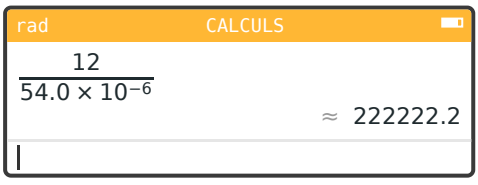
$$R = \frac{E}{i(0)} = \frac{12}{54{,}0 \times 10^{-6}} = 2{,}2 \times 10^5\ \Omega$$

$R = 2{,}2 \times 10^5\ \Omega$, soit environ 220 kΩ

PIÈGE
Oublier de convertir l'intensité : $54{,}0\ \mu\text{A} = 54{,}0 \times 10^{-6}$ A. Sans cette conversion, on trouve une résistance un million de fois trop faible.

COMPRENDRE
E n'a que deux chiffres significatifs : le résultat aussi. On garde la valeur non arrondie, $2{,}22 \times 10^5\ \Omega$, pour le calcul de la question 2.c.

À LA CALCULATRICE



2.b Tracer la courbe $i = f(t)$ à partir du tableau de mesures (2 cm pour 10 s en abscisse, 2 cm pour 10 µA en ordonnée).

On place les dix points du tableau, avec le temps en abscisse et l'intensité en ordonnée, en respectant l'échelle imposée.

On trace ensuite une courbe régulière, à main levée, qui passe au plus près des points.

La courbe obtenue est représentée avec la question 2.c.

La courbe part de 54,0 µA à $t = 0$ et décroît de moins en moins vite vers zéro : c'est l'allure d'une exponentielle décroissante.

PIÈGE
Relier les points par des segments à la règle. La grandeur évolue de façon continue : la courbe doit être lissée. Axes sans nom ni unité : des points perdus.

2.c Calculer l'intensité $i(\tau)$ à la date $t = \tau$. Lire τ sur le graphe, en déduire la capacité C du condensateur et dire si ce résultat est conforme aux indications du fabricant.

Données utiles $i(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$; $I_0 = 54{,}0\ \mu\text{A}$; $R = 2{,}22 \times 10^5\ \Omega$ (2.a) ; fabricant : $C = 150\ \mu\text{F} \pm 10\ \%$

À la date $t = \tau$: $i(\tau) = I_0\, e^{-1} = \dfrac{54{,}0}{e} = 19{,}9\ \mu\text{A}$.

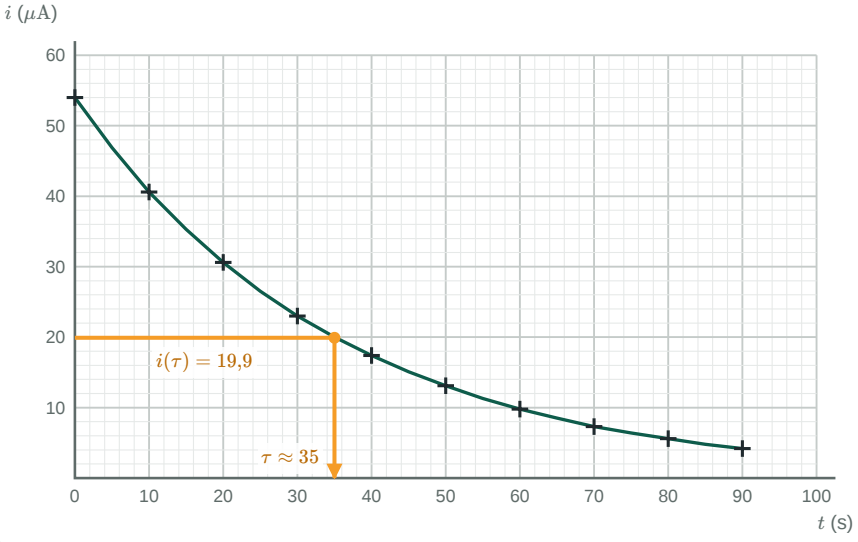
Sur le graphe, l'ordonnée 19,9 µA correspond à l'abscisse $\tau \approx 35$ s.

Pour un circuit RC, $\tau = RC$, donc :

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{35}{2{,}22 \times 10^5} = 1{,}6 \times 10^{-4}\ \text{F}$$

Le fabricant annonce 150 µF à 10 % près, soit une capacité comprise entre 135 µF et 165 µF.

$i(\tau) = 19{,}9\ \mu\text{A}$; $\tau \approx 35$ s ; $C \approx 1{,}6 \times 10^2\ \mu\text{F}$, valeur comprise entre 135 µF et 165 µF : le résultat est conforme.



2.c · Lecture graphique de la constante de temps

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$54.0 \times e^{-1}$ ≈ 19.86549

$\dfrac{35}{2.22 \times 10^5}$ ≈ 1.576577×10^{-4}

150×0.90 ≈ 135

150×1.10 ≈ 165

COMPRENDRE

L'écart avec la valeur nominale est $\dfrac{158 - 150}{150} \approx 5\ \%$, inférieur à 10 %. La lecture de τ se fait à 1 s près environ, ce qui ne change pas la conclusion.

MÉTHODE

Lecture de τ sur une décroissance exponentielle : calculer 37 % de la valeur initiale, tracer l'horizontale à cette ordonnée jusqu'à la courbe, puis descendre à la verticale sur l'axe des temps.

Etude d'une esterification

Bac S 2003 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.a Écrire, en formules semi-développées, l'équation de la réaction d'estérification et nommer l'ester formé.

L'acide éthanoïque réagit avec le propan-1-ol pour donner un ester et de l'eau :

$$CH_3-COOH + CH_3-CH_2-CH_2-OH \rightleftharpoons CH_3-COO-CH_2-CH_2-CH_3 + H_2O$$

L'ester formé est l'**éthanoate de propyle**.

PIÈGE
Oublier la molécule d'eau, ou écrire une flèche simple : la transformation est limitée, on écrit une double flèche (ou le signe « = »).

MÉTHODE
Nom d'un ester : la partie issue de l'acide prend la terminaison « -oate » (éthanoate), suivie du nom du groupe alkyle apporté par l'alcool (propyle).

1.b Quel volume de propan-1-ol pur doit-on verser dans chacun des sept erlenmeyers ?

Données utiles $n = 0{,}500$ mol ; $\rho = 0{,}80\ \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$; $M(\text{H}) = 1$, $M(\text{C}) = 12$, $M(\text{O}) = 16\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Le propan-1-ol a pour formule brute C_3H_8O : $M = 3\times 12 + 8\times 1 + 16 = 60\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

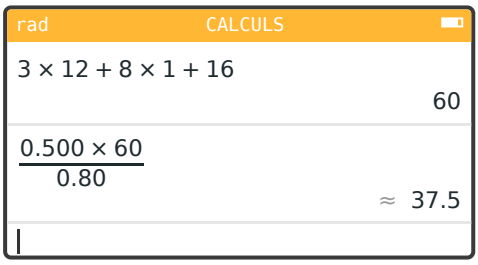
Masse à prélever : $m = n\,M$; volume correspondant : $V = \dfrac{m}{\rho} = \dfrac{n\,M}{\rho}$

$$V = \frac{0{,}500\times 60}{0{,}80} = 37{,}5\ \text{cm}^3$$

$V \approx 38$ mL de propan-1-ol (soit 37,5 mL avant arrondi)

COMPRENDRE
La masse volumique n'est donnée qu'avec deux chiffres significatifs : le résultat n'en mérite pas plus, d'où 38 mL. On rappelle que $1\ \text{cm}^3 = 1$ mL.

À LA CALCULATRICE



1.c Exprimer la quantité de matière d'ester formé dans un erlenmeyer à une date t en fonction de la quantité de matière d'acide restant.

D'après l'équation, la formation d'une mole d'ester consomme une mole d'acide. À la date t, la quantité d'acide consommé est donc égale à la quantité d'ester formé :

$n_{\text{acide initial}} - n_{\text{acide restant}}(t) = n_{\text{ester}}(t)$, avec $n_{\text{acide initial}} = 0{,}500$ mol.

$n_{\text{ester}}(t) = 0{,}500 - n_{\text{acide restant}}(t)$ (en mol)

2.a Écrire l'équation chimique de la réaction de titrage.

L'acide éthanoïque restant réagit avec les ions hydroxyde de la solution d'hydroxyde de sodium :

$$CH_3COOH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow CH_3COO^-\,(aq) + H_2O\,(l)$$

PIÈGE
Faire figurer Na^+ dans l'équation : cet ion est spectateur. L'espèce titrante est l'ion hydroxyde HO^-.

2.b Rappeler la définition de la constante d'acidité de l'acide éthanoïque. En déduire l'expression de la constante d'équilibre K de la réaction de titrage, calculer K et dire si cette réaction peut être considérée comme totale.

Données utiles $\mathrm{p}K_A = 4{,}8$; $\mathrm{p}K_e = 14$

La constante d'acidité K_A est la constante d'équilibre de la réaction de l'acide avec l'eau :

$$\mathrm{CH_3COOH} + \mathrm{H_2O} \rightleftharpoons \mathrm{CH_3COO^-} + \mathrm{H_3O^+}$$

$$K_A = \frac{[\mathrm{CH_3COO^-}]_{éq}\,[\mathrm{H_3O^+}]_{éq}}{[\mathrm{CH_3COOH}]_{éq}}$$

Pour la réaction de titrage (2.a) :

$$K = \frac{[\mathrm{CH_3COO^-}]_{éq}}{[\mathrm{CH_3COOH}]_{éq}\,[\mathrm{HO^-}]_{éq}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur par $[\mathrm{H_3O^+}]_{éq}$:

$$K = \frac{[\mathrm{CH_3COO^-}]_{éq}\,[\mathrm{H_3O^+}]_{éq}}{[\mathrm{CH_3COOH}]_{éq}} \times \frac{1}{[\mathrm{H_3O^+}]_{éq}\,[\mathrm{HO^-}]_{éq}}$$

On reconnaît K_A et le produit ionique de l'eau $K_e = [\mathrm{H_3O^+}]_{éq}\,[\mathrm{HO^-}]_{éq}$:

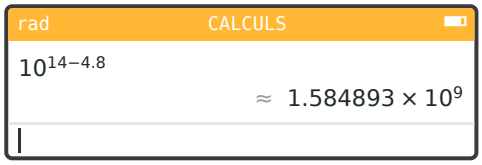
$$K = \frac{K_A}{K_e} = \frac{10^{-\mathrm{p}K_A}}{10^{-\mathrm{p}K_e}} = 10^{\mathrm{p}K_e - \mathrm{p}K_A} = 10^{14-4{,}8} = 10^{9{,}2}$$

$K = 1{,}6 \times 10^9$: K est très grande ($K > 10^4$), la réaction de titrage peut être considérée comme **totale**.

PIÈGE
Inverser le rapport et écrire $K = K_e/K_A$: on trouverait $6{,}3 \times 10^{-10}$, valeur absurde pour une réaction qui sert de support à un titrage.

MÉTHODE
Autre voie : la réaction de titrage est la somme de la réaction de l'acide avec l'eau (K_A) et de l'inverse de l'autoprotolyse de l'eau ($1/K_e$) ; les constantes se multiplient.

À LA CALCULATRICE



2.c Pour l'erlenmeyer n°1 ($t = 1$ h), déduire du volume de soude versé à l'équivalence la quantité de matière d'acide restant dans l'erlenmeyer et la quantité de matière d'ester formé.

Données utiles $c_b = 1{,}0\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V_{éq} = 14{,}2$ mL ; prise d'essai de 5 mL prélevée dans 100 mL de solution ; relation de la question 1.c

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction de titrage (une mole d'acide pour une mole de $\mathrm{HO^-}$). Dans le bécher :

$$n_{\text{acide, bécher}} = c_b\,V_{éq} = 1{,}0 \times 14{,}2 \times 10^{-3} = 1{,}42 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol}$$

Le bécher contient 5 mL des 100 mL de solution, soit une fraction $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ du contenu de l'erlenmeyer. La dilution ne change pas la quantité d'acide, donc :

$$n_{\text{acide restant}} = 20 \times 1{,}42 \times 10^{-2} = 0{,}284\ \mathrm{mol}$$

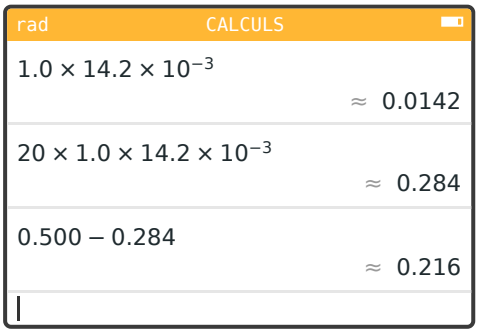
D'après 1.c : $n_{\text{ester}} = 0{,}500 - 0{,}284 = 0{,}216\ \mathrm{mol}$

À $t = 1$ h : $n_{\text{acide restant}} = 0{,}284$ mol et $n_{\text{ester}} = 0{,}216$ mol

PIÈGE
S'arrêter à la quantité d'acide dans le bécher. La prise d'essai ne représente qu'un vingtième de la solution : il faut multiplier par 20 pour revenir à l'erlenmeyer.

COMPRENDRE
On garde trois chiffres, comme $V_{éq}$, pour retrouver le premier point de la courbe de l'annexe (0,216 mol à 1 h). En toute rigueur, c_b donnée à deux chiffres conduirait à 0,28 mol et 0,22 mol.

À LA CALCULATRICE



3.a Dresser le tableau descriptif de l'évolution du système. Déterminer l'avancement maximal x_{max} et l'avancement à l'équilibre $x_{éq}$, les comparer et déterminer le rendement ρ de la réaction.

Données utiles 0,500 mol d'acide et 0,500 mol d'alcool au départ ; courbe $x = f(t)$ de l'annexe 1

Quantités de matière en mol :

État	acide	+ alcool	⇌ ester	+ eau
initial ($x = 0$)	0,500	0,500	0	0
en cours (x)	$0{,}500 - x$	$0{,}500 - x$	x	x
équilibre ($x_{éq}$)	$0{,}500 - x_{éq}$	$0{,}500 - x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$

Avancement maximal : si la transformation était totale, les deux réactifs, introduits en proportions stœchiométriques, seraient entièrement consommés : $0{,}500 - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 0{,}500$ mol.

Avancement à l'équilibre : la courbe de l'annexe atteint un palier, sur lequel on lit $x_{éq} = 0{,}335$ mol.

Comparaison : $x_{éq} < x_{max}$, la transformation est **limitée** (non totale).

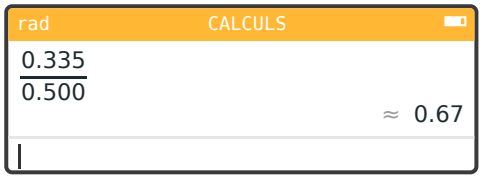
Rendement : $\rho = \dfrac{x_{éq}}{x_{max}} = \dfrac{0{,}335}{0{,}500} = 0{,}67$

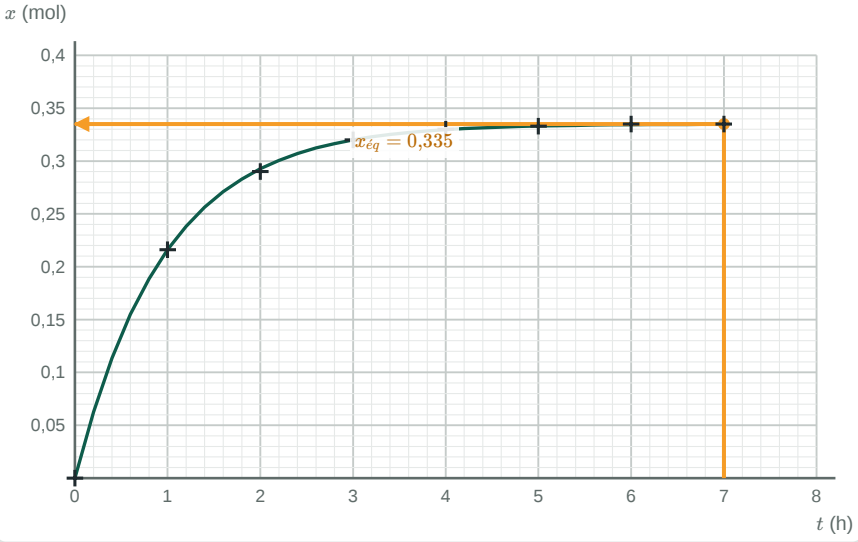
$x_{max} = 0{,}500$ mol ; $x_{éq} = 0{,}335$ mol ; $\rho = 67\ \%$

PIÈGE
Lire $x_{éq}$ au dernier point sans vérifier que la courbe est devenue horizontale. Ici les points à 6 h et 7 h sont à la même ordonnée : l'équilibre est bien atteint.

COMPRENDRE
Un rendement de 67 % est la valeur classique pour un mélange équimolaire d'un acide carboxylique et d'un alcool primaire : c'est un bon moyen de contrôler la lecture du palier.

À LA CALCULATRICE





3.a · Annexe 1 : lecture du palier, $x_{éq} = 0{,}335$ mol

3.b Rappeler l'expression de la vitesse volumique v d'une réaction. Quelle interprétation graphique peut-on en donner ? Comment cette vitesse évolue-t-elle au cours de la transformation ? Justifier.

Expression : $v = \dfrac{1}{V}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, où V est le volume du mélange réactionnel et x l'avancement.

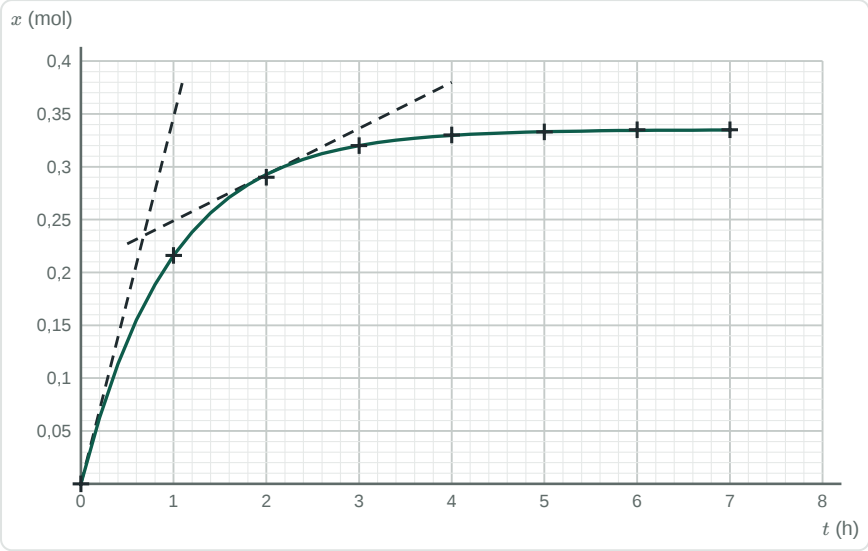
Interprétation graphique : $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ à la date t est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$ en ce point. La vitesse volumique est donc proportionnelle à la pente de cette tangente.

Évolution : la tangente est de moins en moins inclinée quand t augmente, puis devient horizontale sur le palier.

La vitesse volumique est maximale à $t = 0$, **diminue** au cours du temps et s'annule quand l'équilibre est atteint (vers 6 h).

PIÈGE
Confondre « la vitesse diminue » et « x diminue ». L'avancement augmente sans cesse jusqu'au palier ; c'est sa pente qui décroît.

COMPRENDRE
Cause de cette diminution : les concentrations des réactifs baissent au fil de la transformation, et la concentration des réactifs est un facteur cinétique.



3.b · Annexe 1 : tangentes à $t = 0$ et à $t = 2$ h, de moins en moins inclinées

3.c Calculer la constante d'équilibre K' de cette réaction d'estérification.

Données utiles $x_{éq} = 0{,}335$ mol (3.a) ; composition à l'équilibre donnée par le tableau de la question 3.a

L'eau n'est pas ici le solvant : c'est un produit, elle figure dans l'expression de K'. Toutes les espèces sont dans le même volume V, qui se simplifie :

$$K' = \frac{[\text{ester}]_{éq}\,[\text{eau}]_{éq}}{[\text{acide}]_{éq}\,[\text{alcool}]_{éq}} = \frac{n_{\text{ester}}\,n_{\text{eau}}}{n_{\text{acide}}\,n_{\text{alcool}}} = \frac{x_{éq}^2}{(0{,}500 - x_{éq})^2}$$

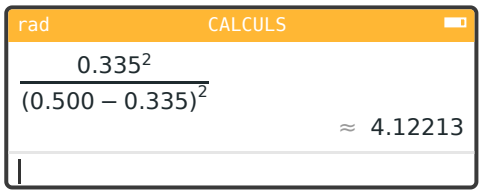
$$K' = \frac{0{,}335^2}{(0{,}500 - 0{,}335)^2} = \frac{0{,}335^2}{0{,}165^2}$$

$K' = 4{,}12$ (sans unité)

PIÈGE

Retirer l'eau de l'expression par habitude des solutions aqueuses : on obtiendrait une constante fausse et qui dépendrait du volume.

À LA CALCULATRICE



3.d On ajoute une mole d'acide au système à l'équilibre. Calculer le quotient de réaction Q_r et déterminer le sens d'évolution du système, puis les nouvelles valeurs de l'avancement à l'équilibre et du rendement.

Données utiles état d'équilibre de la question 3.a ; $K' = 4{,}12$ (3.c) ; $x_{max} = 0{,}500$ mol

Juste après l'ajout, le mélange contient 0,335 mol d'ester, 0,335 mol d'eau, 0,165 mol d'alcool et $0{,}165 + 1 = 1{,}165$ mol d'acide.

$$Q_r = \frac{n_{\text{ester}}\, n_{\text{eau}}}{n_{\text{acide}}\, n_{\text{alcool}}} = \frac{0{,}335^2}{1{,}165 \times 0{,}165} = 0{,}58$$

$Q_r < K'$: le système évolue dans le **sens direct**, celui de la formation de l'ester et de l'eau.

Nouvel équilibre. On garde x = quantité totale d'ester formé ; tout se passe comme si l'on était parti de 1,500 mol d'acide et 0,500 mol d'alcool :

$$K' = \frac{x_{éq}^2}{(1{,}500 - x_{éq})(0{,}500 - x_{éq})} = 4{,}12$$

$x_{éq}^2 = 4{,}12\,(0{,}750 - 2{,}000\,x_{éq} + x_{éq}^2)$, soit $3{,}12\,x_{éq}^2 - 8{,}24\,x_{éq} + 3{,}09 = 0$

$\Delta = 8{,}24^2 - 4 \times 3{,}12 \times 3{,}09 = 29{,}3$; les deux racines sont :

$x_1 = \dfrac{8{,}24 + \sqrt{29{,}3}}{2 \times 3{,}12} = 2{,}19$ mol, impossible car supérieure à $x_{max} = 0{,}500$ mol (l'alcool reste limitant) ;

$x_2 = \dfrac{8{,}24 - \sqrt{29{,}3}}{2 \times 3{,}12} = 0{,}45$ mol.

Rendement : $\rho = \dfrac{0{,}45}{0{,}500} = 0{,}90$

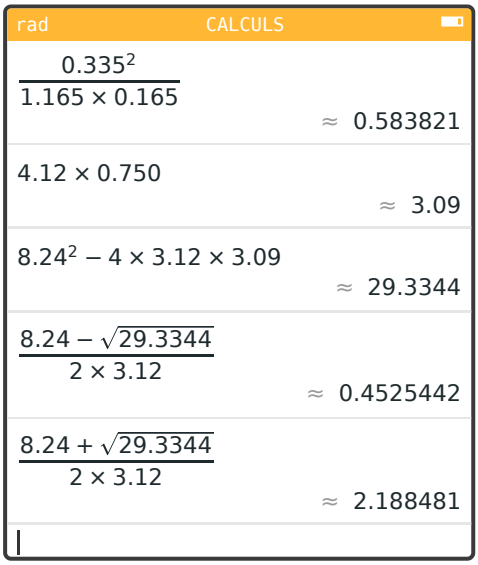
$Q_r = 0{,}58 < K'$: sens direct ; nouvel équilibre $x_{éq} = 0{,}45$ mol ; rendement $\rho = 90\ \%$

PIÈGE
Garder 0,500 mol d'acide dans Q_r ou dans le nouveau bilan. Après l'ajout, l'acide vaut 1,165 mol à l'instant de l'ajout, et $1{,}500 - x$ dans le tableau complet.

COMPRENDRE
Mettre un réactif en excès déplace l'équilibre dans le sens direct : le rendement, calculé par rapport au réactif limitant (l'alcool), passe de 67 % à 90 %. La constante K', elle, n'a pas changé.

MÉTHODE
Sens d'évolution : comparer Q_r à K. Si $Q_r < K$, sens direct ; si $Q_r > K$, sens inverse ; si $Q_r = K$, le système est à l'équilibre.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Télescope de Newton

Bac S 2003 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 a) Construire l'image $A'B'$ de AB dans le miroir plan et donner le grandissement γ. b) Pour le miroir sphérique de foyer F : où est l'image d'un objet à l'infini sur l'axe ? Construire l'image de AB sur la figure 2.

a) L'image $A'B'$ est le symétrique de AB par rapport au plan du miroir : A' et B' sont derrière le miroir, aussi loin de lui que A et B (figure 1). Cette image est virtuelle, droite et de même taille que l'objet :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +1$$

b) Un objet à l'infini sur l'axe envoie des rayons parallèles à l'axe ; après réflexion, ils convergent tous au foyer. L'image se forme donc en F, dans le plan focal du miroir.

Construction (figure 2) avec deux rayons issus de B :

- le rayon parallèle à l'axe se réfléchit en passant par F ;
- le rayon passant par F se réfléchit parallèlement à l'axe.

Les deux rayons réfléchis se coupent en B' ; A' est le projeté de B' sur l'axe.

$\gamma = 1$; objet à l'infini : image au foyer F ; sur la figure 2, $A'B'$ est réelle, renversée et plus petite que AB.

PIÈGE
Dans le miroir plan, aucun rayon ne passe réellement derrière le miroir : les prolongements et l'image virtuelle se tracent en pointillés.

MÉTHODE
Un troisième rayon sert de contrôle : celui qui arrive en S repart symétriquement par rapport à l'axe. Il doit lui aussi passer par B'.

Figure 1 : miroir plan

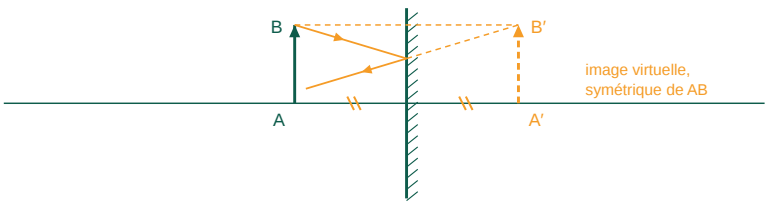
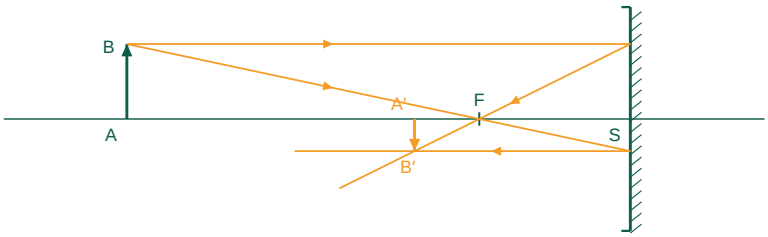


Figure 2 : miroir sphérique



1 · Figures 1 et 2 complétées (tracés de l'élève en orange)

2 a) Placer F_1' et l'oculaire sur la figure 3 ; où est l'image finale ? b) Justifier $\theta = 2\alpha$, situer A_1, relier A_1B_1 à f_1 et θ, calculer A_2B_2. c) Schéma de l'oculaire, image finale, expression de α', justifier $\theta' = 2\alpha'$. d) Calculer θ'/θ et nommer ce quotient.

Données utiles $f_1 = SF_1 = 1{,}20$ m ; $\theta = 2\alpha = 30'$ d'arc $= 0{,}00872$ rad ; $f_2' = 2{,}00$ cm

a) F_1' est le symétrique de F_1 par rapport au miroir plan : il est sur Δ', avec $IF_1' = IF_1$. L'oculaire est une lentille perpendiculaire à Δ', de centre O_2 sur Δ', placée à la distance f_2' au-delà de F_1', pour que F_2 soit en F_1' (figure 3).

PIÈGE
Dans $G = f_1/f_2'$, les deux distances focales doivent être dans la même unité : $f_2' = 2{,}00 \times 10^{-2}$ m. Le grossissement est un rapport d'angles, il n'a pas d'unité.

L'objet à l'infini sur Δ a pour image F_1 par le miroir sphérique, puis $F_1' = F_2$ par le miroir plan. Un objet au foyer objet de l'oculaire a son image à l'infini : l'image finale est à l'infini sur Δ'.

b) Le centre de la Lune est sur Δ : les rayons venant de A_∞ et de B_∞ arrivent en S inclinés de α de part et d'autre de Δ. Un œil placé en S voit donc la Lune sous l'angle $\theta = 2\alpha$: c'est son diamètre apparent.

A_∞ est à l'infini : son image A_1 se forme dans le plan perpendiculaire à Δ en F_1 (plan focal), à la distance F_1A_1 de l'axe telle que $\tan\alpha = \dfrac{F_1A_1}{SF_1}$, soit $F_1A_1 = \alpha\, f_1$ (α petit). B_1 est son symétrique par rapport à Δ, d'où

$$A_1B_1 = 2\alpha\, f_1 = \theta\, f_1$$

Le miroir plan donne une image de même taille que l'objet : $A_2B_2 = A_1B_1 = \theta\, f_1$.

$$A_2B_2 = 0{,}00872 \times 1{,}20 = 1{,}05 \times 10^{-2}\ \text{m} = 10{,}5\ \text{mm}$$

c) A_2B_2, centrée sur F_2, se trouve dans le plan focal objet de la lentille (schéma). L'image finale de la Lune est donc à l'infini.

Dans le triangle $O_2F_2A_2$, avec α' petit : $\alpha' = \dfrac{F_2A_2}{O_2F_2} = \dfrac{A_2B_2}{2\,f_2'} = \dfrac{2\alpha\, f_1}{2\,f_2'}$, soit

$$\alpha' = \alpha\,\frac{f_1}{f_2'}$$

Tous les rayons issus de A_2 sortent de l'oculaire parallèles à (A_2O_2), donc inclinés de α' sur Δ' ; ceux issus de B_2 sont inclinés de α' de l'autre côté. L'œil voit les deux bords de la Lune dans des directions séparées de $\theta' = 2\alpha'$: c'est le diamètre apparent dans le télescope.

d) $\dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{f_1}{f_2'} = \dfrac{1{,}20}{2{,}00 \times 10^{-2}} = 60{,}0$

Ce quotient est le grossissement G du télescope : il compare l'angle sous lequel on voit l'astre dans l'instrument à l'angle sous lequel on le voit à l'œil nu. Ici la Lune paraît 60 fois plus large.

$$A_2B_2 = \theta\, f_1 = 10{,}5\ \text{mm}\ ;\ \alpha' = \alpha\,\frac{f_1}{f_2'}\ ;\ G = \frac{\theta'}{\theta} = 60{,}0$$

COMPRENDRE

Trois chiffres significatifs, comme θ, f_1 et f_2'. Vue dans le télescope, la Lune occupe $\theta' = 60 \times 30' = 30^\circ$ au lieu d'un demi-degré.

COMPRENDRE

Le raisonnement est celui de la lunette afocale : un objectif (ici le miroir sphérique) forme une image dans son plan focal, l'oculaire la renvoie à l'infini et $G = f_{\text{objectif}}/f_{\text{oculaire}}$. Le miroir plan ne fait que couder le faisceau.

Figure 3 complétée (question a)

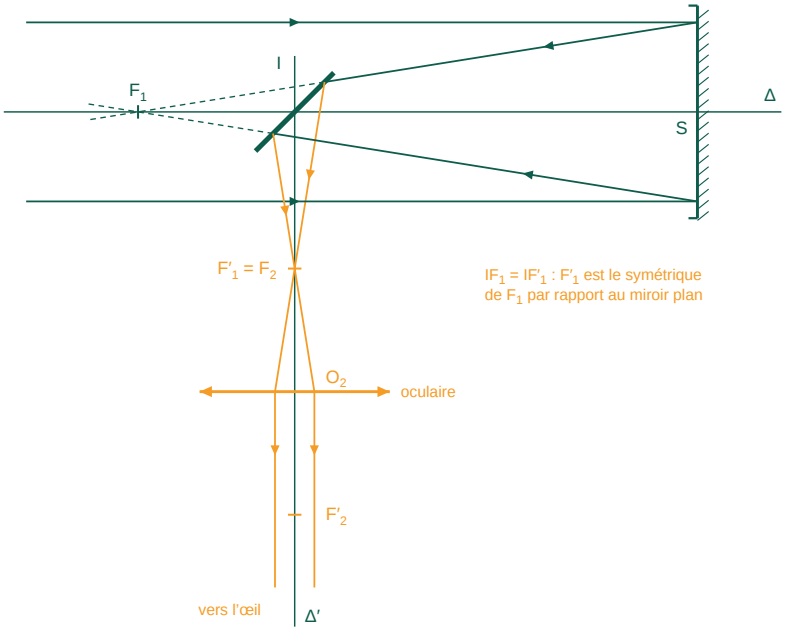
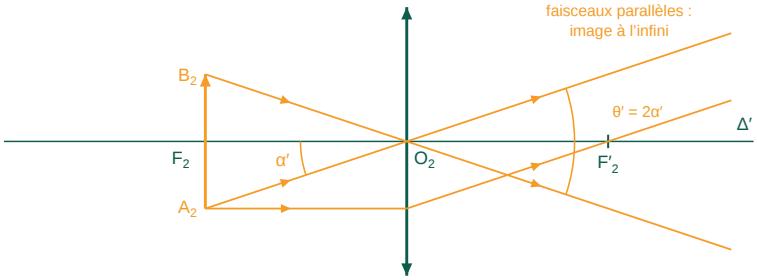


Schéma de l'oculaire (question c)



2 · Figure 3 complétée et schéma de l'oculaire (tracés de l'élève en orange)

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

0.00872×1.20

≈ 0.010464

$\dfrac{1.20}{2.00 \times 10^{-2}}$

≈ 60

Mise en orbite d'un satellite artificiel par la fusée Ariane

Bac S 2003 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 4 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

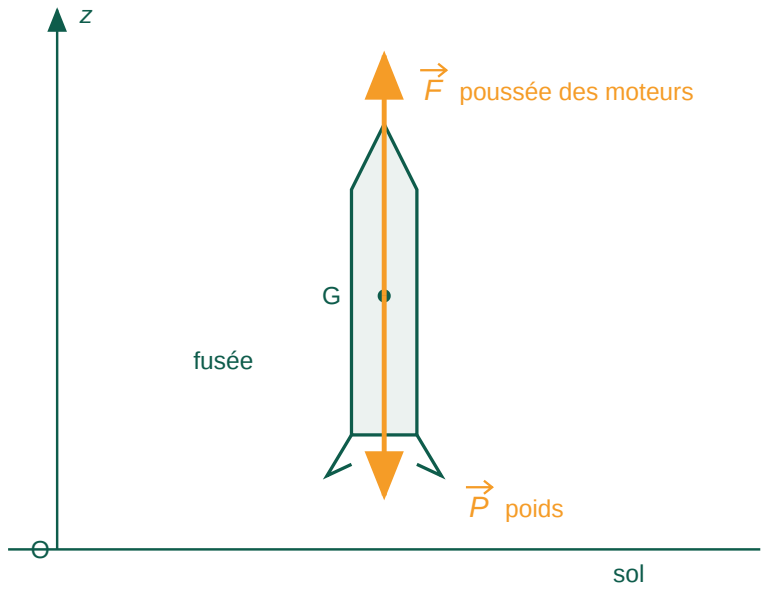
1.a Représenter sur un schéma, en les nommant, les deux forces qui agissent sur la fusée lorsqu'elle s'élève verticalement.

Système {fusée}, étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Frottements et poussée d'Archimède sont négligés ; il reste deux forces, appliquées au centre d'inertie G :

- le poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas, de valeur $P = m\,g_0$;
- la force de poussée $\vec{F}$ des moteurs, verticale, vers le haut, de valeur $F = 2445$ kN.

Schéma : $\vec{P}$ vers le bas et $\vec{F}$ vers le haut, avec $\vec{F}$ plus long que $\vec{P}$ puisque la fusée s'élève en accélérant.

PIÈGE
Tracer deux flèches de même longueur : la fusée ne décollerait pas. Au décollage, $P = 208 \times 10^3 \times 9{,}8 \approx 2{,}0 \times 10^3$ kN, inférieur à F.



1.a · Les deux forces appliquées à la fusée (au décollage, $F > P$)

1.b La masse de la fusée étant m à un instant quelconque, exprimer la valeur de l'accélération a en fonction de m et des intensités des deux forces.

Deuxième loi de Newton appliquée à la fusée dans le référentiel terrestre : $\vec{P} + \vec{F} = m\,\vec{a}$.

Projection sur l'axe Oz dirigé vers le haut : $-P + F = m\,a_z$.

$$a = \frac{F - P}{m}, \text{ soit avec } P = m\,g_0 : a = \frac{F}{m} - g_0$$

COMPRENDRE
La masse de la fusée diminue au cours du vol. On applique ici la loi à un instant donné, avec la masse m qu'a la fusée à cet instant, comme le demande l'énoncé.

1.c Calculer l'accélération a_1 au décollage, puis la masse m_2 et l'accélération a_2 juste avant l'épuisement du peroxyde d'azote. Le mouvement d'ascension est-il uniformément accéléré ?

Données utiles $m_1 = 208$ t ; masse de peroxyde emportée : $147{,}5$ t ; $F = 2445$ kN ; $g_0 = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Au décollage, $m_1 = 208 \times 10^3$ kg :

$$a_1 = \frac{F}{m_1} - g_0 = \frac{2445 \times 10^3}{208 \times 10^3} - 9{,}8 = 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Juste avant la fin de la combustion, tout le peroxyde a quitté la fusée :

$$m_2 = m_1 - 147{,}5 \times 10^3 = 208 \times 10^3 - 147{,}5 \times 10^3 = 60{,}5 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$a_2 = \frac{F}{m_2} - g_0 = \frac{2445 \times 10^3}{60{,}5 \times 10^3} - 9{,}8 = 30{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

L'accélération passe de $2{,}0$ à $30{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: elle n'est pas constante.

$a_1 = 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $m_2 = 60{,}5 \times 10^3$ kg ; $a_2 = 30{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: le mouvement est accéléré, mais pas uniformément.

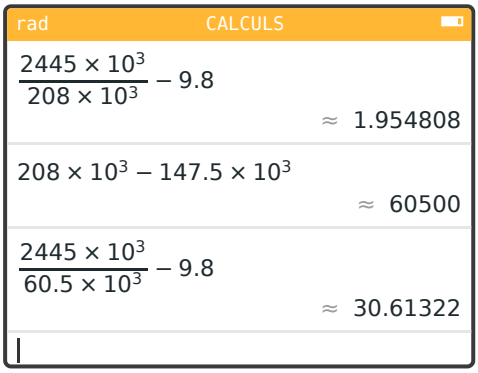
PIÈGE

Laisser les masses en tonnes et la force en kN ne change pas le quotient, mais oublier de retrancher g_0 donne $11{,}8$ et $40{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: ces valeurs ignorent le poids.

COMPRENDRE

Chiffres significatifs : dans une différence, on garde la décimale du terme le moins précis. Ici $g_0 = 9{,}8$ est connu au dixième, donc a_1 et a_2 s'arrondissent au dixième.

À LA CALCULATRICE



1.d Vérifier l'unité de V_e par analyse dimensionnelle et calculer sa valeur. Donner le signe de $\dfrac{\Delta t}{\Delta m}$, en déduire le sens de $\vec{V}_e$ et commenter. Expliquer, à l'aide d'une loi énoncée, pourquoi l'éjection des gaz propulse la fusée vers le haut.

Données utiles $\vec{V}_e = \dfrac{\Delta t}{\Delta m}\vec{F}$; $F = 2445$ kN ; durée de fonctionnement : 145 s ; masse de peroxyde consommée : $147{,}5$ t

Unité. Une force est le produit d'une masse par une accélération : $[F] = \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}$. Donc

$$[V_e] = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{M}} \times \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2} = \mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-1}$$

V_e est bien homogène à une vitesse et s'exprime en $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

Valeur. Pendant $\Delta t = 145$ s, la masse de la fusée varie de $|\Delta m| = 147{,}5 \times 10^3$ kg :

$$V_e = \frac{\Delta t}{|\Delta m|}F = \frac{145}{147{,}5\times 10^3} \times 2445 \times 10^3 = 2{,}40 \times 10^3\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

Signe et sens. La fusée perd de la masse : $\Delta m < 0$ alors que $\Delta t > 0$, donc $\dfrac{\Delta t}{\Delta m} < 0$. Le vecteur $\vec{V}_e$ est donc de sens opposé à $\vec{F}$: il est dirigé vers le bas. C'est cohérent, les gaz sortent des tuyères vers l'arrière de la fusée.

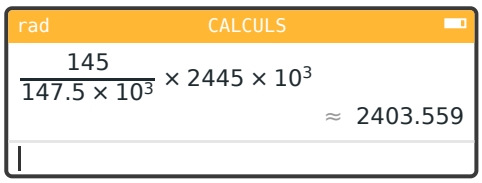
Propulsion. Troisième loi de Newton (principe des actions réciproques) : si un corps A exerce sur un corps B une force $\vec{F}_{A/B}$, alors B exerce sur A une force $\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$. La fusée pousse les gaz vers le bas ; les gaz exercent donc sur la fusée une force de même valeur dirigée vers le haut : c'est la poussée $\vec{F}$.

$V_e = 2{,}40 \times 10^3\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$; $\dfrac{\Delta t}{\Delta m} < 0$, donc $\vec{V}_e$ est vers le bas, opposé à $\vec{F}$.

PIÈGE
Dire que les gaz « s'appuient sur l'air » ou sur le sol. La poussée vient de l'interaction entre la fusée et ses propres gaz : elle existe aussi dans le vide.

MÉTHODE
Pour la dimension d'une force, partir d'une relation connue, $P = m\,g$ ou $F = m\,a$: une masse multipliée par une longueur, divisée par un temps au carré.

À LA CALCULATRICE



2.a Préciser les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point en mouvement circulaire uniforme de rayon r et de vitesse v.

Dans le repère de Frenet $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$: $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u}_T + \dfrac{v^2}{r}\vec{u}_N$. Le mouvement est uniforme, donc $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

- Direction : celle du rayon du cercle (perpendiculaire à la vitesse).
- Sens : vers le centre du cercle (accélération centripète).
- Valeur : constante, $a = \dfrac{v^2}{r}$.

$\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\vec{u}_N$: radial, centripète, de valeur $\dfrac{v^2}{r}$

PIÈGE
Écrire que l'accélération est nulle parce que la vitesse est constante. Seule la valeur de la vitesse est constante ; sa direction change, donc $\vec{a} \neq \vec{0}$.

2.b Énoncer la loi de la gravitation universelle et faire un schéma où figurent les vecteurs forces.

Deux corps ponctuels (ou à répartition sphérique de masse) A et B, de masses m_A et m_B, dont les centres sont distants de d, exercent l'un sur l'autre des forces attractives, portées par la droite (AB), de sens opposés et de même valeur :

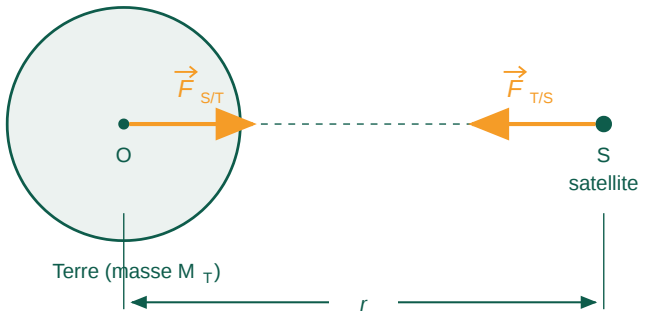
$$F_{A/B} = F_{B/A} = G\,\frac{m_A\,m_B}{d^2}$$

avec les masses en kg, d en m, F en N et G la constante de gravitation universelle.

Sous forme vectorielle, avec $\vec{u}_{AB}$ unitaire dirigé de A vers B : $\vec{F}_{A/B} = -G\,\frac{m_A\,m_B}{d^2}\,\vec{u}_{AB} = -\vec{F}_{B/A}$.

Pour la Terre et le satellite : $F_{T/S} = F_{S/T} = G\,\frac{m_S\,M_T}{r^2}$, forces dirigées chacune vers l'autre corps.

PIÈGE
Dessiner la force subie par le satellite plus courte que celle subie par la Terre. Les deux forces ont la même valeur, même si les masses sont très différentes.



2.b · Interaction gravitationnelle Terre-satellite : deux forces opposées, de même valeur

2.c Exprimer $g(h)$ en fonction de M_T, R_T, h et G, puis en fonction de R_T, h et $g_0 = g(0)$.

La force exercée par la Terre sur le satellite a pour valeur $F_S = G\,\frac{m_S\,M_T}{(R_T+h)^2}$, et par définition $F_S = m_S\,g(h)$. En simplifiant par m_S :

$$g(h) = \frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}$$

Au sol, $h = 0$: $g_0 = \frac{G\,M_T}{R_T^2}$, donc $G\,M_T = g_0\,R_T^2$. En remplaçant :

$$g(h) = \frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2} = g_0\,\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

COMPRENDRE
L'énoncé écrit $r = R + h$: il faut lire $r = R_T + h$. La distance qui intervient est celle entre le centre de la Terre et le satellite, jamais l'altitude seule.

MÉTHODE
Remplacer $G\,M_T$ par $g_0\,R_T^2$ permet de se passer de G et de M_T, que l'énoncé ne donne pas : l'astuce sert dans tous les calculs de satellites.

2.d Appliquer la deuxième loi de Newton au satellite en orbite circulaire. En déduire l'expression de sa vitesse v_S en fonction de g_0, R_T et h, puis celle de sa période de révolution T_S.

Système {satellite}, référentiel géocentrique supposé galiléen, seule force : $\vec{F}_S = m_S\,\vec{g}(h)$, dirigée vers O.

Deuxième loi de Newton : $m_S\,\vec{g}(h) = m_S\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}(h)$: l'accélération est centripète, de valeur $g(h)$.

Le mouvement étant circulaire uniforme de rayon $R_T + h$ (2.a) : $a = \dfrac{v_S^2}{R_T + h}$. Avec 2.c :

$$\frac{v_S^2}{R_T + h} = g_0\,\frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \quad \text{d'où} \quad v_S = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}$$

Le satellite parcourt la circonférence $2\pi(R_T + h)$ à la vitesse v_S pendant une période :

$$T_S = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{v_S} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}}$$

$$v_S = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}\ ;\ T_S = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}}$$

PIÈGE
Garder le référentiel terrestre de la partie 1. Le satellite tourne autour du centre de la Terre : l'étude se fait dans le référentiel géocentrique.

COMPRENDRE
La masse m_S se simplifie : vitesse et période ne dépendent que de l'altitude. Tous les satellites en orbite circulaire à 200 km ont la même vitesse.

2.e Calculer v_S et T_S.

Données utiles $g_0 = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $h = 200$ km ; $R_T = 6400$ km

En mètres : $R_T = 6{,}400 \times 10^6$ m et $R_T + h = 6{,}600 \times 10^6$ m.

$$v_S = 6{,}400 \times 10^6 \times \sqrt{\frac{9{,}8}{6{,}600 \times 10^6}} = 7{,}8 \times 10^3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$T_S = \frac{2\pi}{6{,}400 \times 10^6} \times \sqrt{\frac{(6{,}600 \times 10^6)^3}{9{,}8}} = 5{,}3 \times 10^3\ \text{s}$$

$v_S = 7{,}8 \times 10^3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (soit $7{,}8\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$) ; $T_S = 5{,}3 \times 10^3$ s (environ 1 h 29 min)

PIÈGE
Laisser R_T et h en kilomètres alors que g_0 est en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: le résultat serait faux d'un facteur $\sqrt{1000}$. Tout convertir en mètres avant le calcul.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme g_0. En orbite basse, un satellite fait le tour de la Terre en une heure et demie environ, bien moins que les 24 h d'un satellite géostationnaire.

À LA CALCULATRICE

