Les ondes sismiques

Bac S 2003 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 1 **9,5 points** **Durée conseillée 1 h 57**

A.1.1 Définir une onde transversale.

Une onde est transversale si la perturbation se fait dans une direction **perpendiculaire** à la direction de propagation de l'onde.

COMPRENDRE
Pour une onde longitudinale, la perturbation est parallèle à la direction de propagation. Dans les deux cas, la matière se déplace localement puis revient : l'onde transporte de l'énergie, pas de matière.

A.1.2 Indiquer le schéma (A ou B) correspondant à chaque type d'onde.

Sur les deux schémas, l'onde se propage horizontalement.

Schéma A : les tranches de matériau se resserrent et s'écartent horizontalement, donc parallèlement à la propagation. C'est une onde longitudinale (compression).

Schéma B : le matériau se déforme verticalement, donc perpendiculairement à la propagation. C'est une onde transversale (cisaillement).

Schéma A : ondes P ; schéma B : ondes S.

A.2.1 À quel type d'onde (S ou P) correspond chaque train du sismogramme ? Justifier à l'aide du texte d'introduction.

D'après le texte, les ondes P sont les plus rapides. Les deux types d'ondes partent de l'épicentre au même instant et parcourent la même distance : les ondes P arrivent donc les premières à la station.

Le train A est enregistré avant le train B.

Train A : ondes P ; train B : ondes S.

A.2.2 Déterminer l'heure TU à laquelle le séisme s'est déclenché à l'épicentre.

Données utiles début du séisme détecté à Eureka à 8 h 15 min 20 s TU ; origine $t = 0$ s du sismogramme : début du séisme à San Francisco

Sur le sismogramme, le train A (ondes P) débute à $t_P = 40$ s : les premières ondes ont mis 40 s pour aller de l'épicentre à Eureka.

Heure du déclenchement : $8\text{ h }15\text{ min }20\text{ s} - 40\text{ s}$

Le séisme s'est déclenché à 8 h 14 min 40 s TU.

PIÈGE
Ajouter les 40 s au lieu de les retrancher : le séisme a lieu avant sa détection. Retirer 40 s à 15 min 20 s oblige à « emprunter » une minute : 14 min 80 s − 40 s.

A.2.3 Calculer la distance séparant l'épicentre du séisme de la station Eureka.

Données utiles $v_P = 10\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$; $t_P = 40$ s (A.2.2)

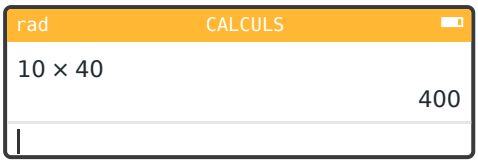
Les ondes P parcourent la distance d à la célérité v_P pendant la durée t_P :

$$d = v_P \times t_P = 10 \times 40 = 4{,}0 \times 10^2\text{ km}$$

$d = 4{,}0 \times 10^2$ km

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : la célérité (10) et la durée lue (40 s) en ont deux, le résultat aussi. On écrit donc $4{,}0 \times 10^2$ km plutôt que 400 km.

À LA CALCULATRICE



A.2.4 Calculer la célérité moyenne des ondes S.

Données utiles $d = 4{,}0 \times 10^2$ km (A.2.3)

Le train B (ondes S) débute à $t_S = 66$ s sur le sismogramme. Les ondes S parcourent la même distance d :

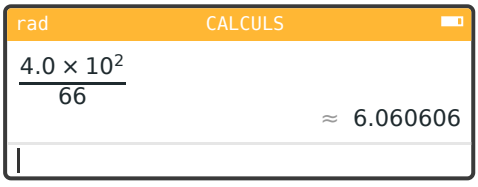
$$v_S = \frac{d}{t_S} = \frac{4{,}0 \times 10^2}{66} = 6{,}1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_S = 6{,}1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Diviser par le retard entre les deux trains (26 s) au lieu de la durée totale du trajet des ondes S, comptée depuis $t = 0$.

COMPRENDRE
On trouve bien $v_S < v_P$, en accord avec le texte. La lecture de t_S se fait à 1 s près environ.

À LA CALCULATRICE



B.1.1 Donner le nom des forces qui s'exercent sur le solide lorsqu'il occupe sa position d'équilibre. Faire un schéma.

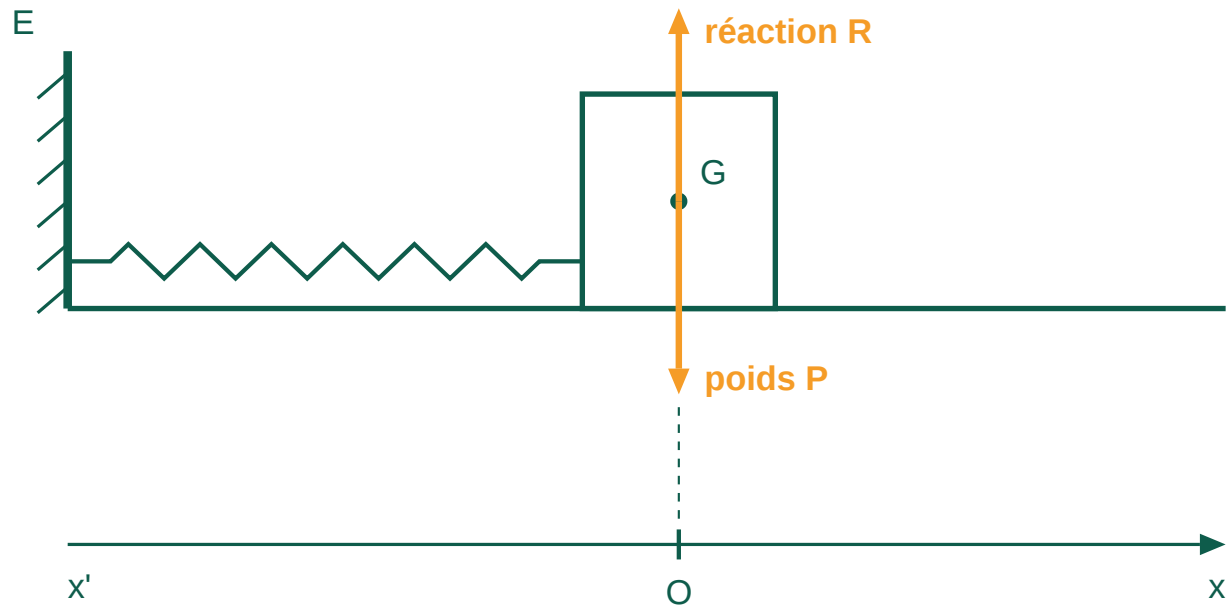
Système : le solide, dans le référentiel terrestre. À l'équilibre, le ressort n'est ni étiré ni comprimé : il n'exerce aucune force.

Le solide est soumis à :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;
- la réaction $\vec{R}$ du support, verticale et vers le haut puisqu'il n'y a pas de frottement.

Ces deux forces se compensent : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$.

Deux forces : le poids $\vec{P}$ et la réaction du support $\vec{R}$, de même longueur sur le schéma.



B.1.1 · Solide à l'équilibre : G à la verticale de O, ressort au repos

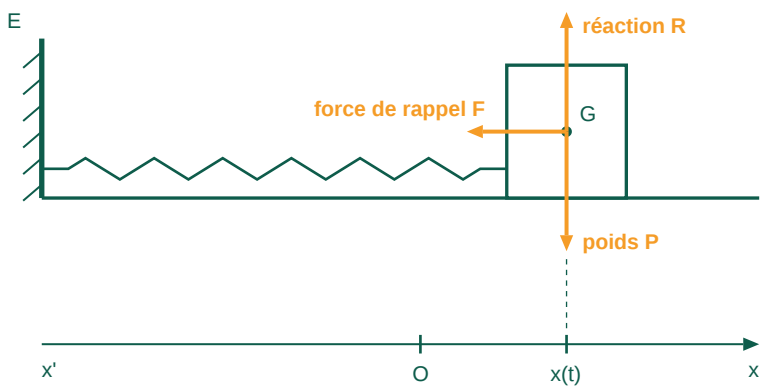
B.1.2 Donner le nom des forces qui s'exercent sur le solide à un instant t où l'élongation est $x(t)$. Faire un schéma pour $x(t) > 0$.

Aux deux forces précédentes s'ajoute la force de rappel $\vec{F}$ exercée par le ressort, horizontale.

Pour $x(t) > 0$, le ressort est étiré : il tire le solide vers la gauche, vers la position d'équilibre. En notant $\vec{i}$ le vecteur unitaire de l'axe : $\vec{F} = -k\,x(t)\,\vec{i}$.

Trois forces : le poids $\vec{P}$, la réaction du support $\vec{R}$ et la force de rappel du ressort $\vec{F}$.

PIÈGE
Dessiner $\vec{F}$ dans le sens du déplacement. La force de rappel est toujours dirigée vers la position d'équilibre O, quel que soit le sens du mouvement.



B.1.2 · Solide à la date t, avec x(t) > 0 : ressort étiré

B.1.3 En appliquant la deuxième loi de Newton au solide, écrire l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie.

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la deuxième loi de Newton appliquée au solide de masse m s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$$

En projetant sur l'axe $x'x$ ($\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont verticaux) :

$$0 + 0 - k\,x = m\,\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}\,x = 0}$$

COMPRENDRE
L'oscillateur masse-ressort ne figure plus au programme actuel de spécialité. La démarche (bilan des forces, deuxième loi de Newton, projection sur un axe) reste, elle, exigible.

B.1.4 Donner le nom, la signification et l'unité SI des grandeurs x_{max}, T_0, t et φ_0 de la solution $x(t) = x_{max}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$.
Puis (B.1.5) donner l'expression de la période propre en fonction de k et de m.

- x_{max} : amplitude des oscillations, valeur la plus grande atteinte par l'élongation $x(t)$; en mètres (m).
- T_0 : période propre, durée d'une oscillation complète (un aller-retour) de l'oscillateur libre ; en secondes (s).
- t : date à laquelle on repère la position de G ; en secondes (s).
- φ_0 : phase à l'origine des dates, fixée par les conditions initiales car $x(0) = x_{max}\cos\varphi_0$; en radians (rad).

B.1.5 Expression de la période propre :

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

MÉTHODE
Pour retrouver la formule : k est en $\mathrm{N\cdot m^{-1}}$, soit en $\mathrm{kg\cdot s^{-2}}$. Le rapport m/k est donc en $\mathrm{s^2}$ et sa racine en secondes. L'écriture $\sqrt{k/m}$ donnerait des $\mathrm{s^{-1}}$.

B.2.1 La période lue sur les graphes 1, 2 et 3 est d'environ 1 s. Vérifier par le calcul la valeur de T_0.

Données utiles $m = 250\ \mathrm{g}$; $k = 10\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$

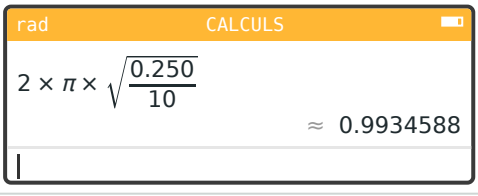
Avec $m = 0{,}250$ kg :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}250}{10}} = 0{,}99\ \mathrm{s}$$

$\boxed{T_0 = 0{,}99\ \mathrm{s}}$, en accord avec la valeur lue d'environ 1 s.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : on obtiendrait 31 s. Dans la formule, m est en kilogrammes.

À LA CALCULATRICE



B.2.2 Déterminer les conditions initiales $x_0(3)$ et $v_0(3)$ de l'expérience 3.

Sur le graphe 3, à $t = 0$ la courbe part de $x = 7$ cm : $x_0(3) = 7$ cm.

La vitesse est la dérivée de $x(t)$, c'est-à-dire le coefficient directeur de la tangente à la courbe. À $t = 0$, la courbe passe par un maximum : sa tangente est horizontale, donc la vitesse initiale est nulle. C'est bien ce que dit l'énoncé : le solide est écarté de 7 cm et lâché sans vitesse.

$\boxed{x_0(3) = 7\ \mathrm{cm} \text{ et } v_0(3) = 0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}$

COMPRENDRE
Sur le graphe 2, au contraire, la courbe descend dès $t = 0$: la tangente a une pente négative, ce qui traduit le lancer vers la gauche.

B.2.3 La période de l'oscillateur dépend-elle des conditions initiales de mise en oscillation ? Justifier avec les graphes.

Les expériences 1, 2 et 3 utilisent le même solide et le même ressort, avec des conditions initiales différentes (élongation de 5 cm ou 7 cm, vitesse nulle ou non).

Sur les trois graphes, deux périodes occupent 2,0 s : la période vaut 1,0 s dans les trois cas.

La période ne dépend pas des conditions initiales.

B.2.4 Pour chacune des expériences 1, 2 et 3, déterminer graphiquement l'amplitude des oscillations.

L'amplitude est la valeur maximale de x lue sur chaque graphe.

- Expérience 1 ($x_0 = 5$ cm, vitesse initiale nulle) : amplitude de 5 cm.
- Expérience 2 ($x_0 = 5$ cm, vitesse initiale non nulle) : amplitude de 7 cm.
- Expérience 3 ($x_0 = 7$ cm, vitesse initiale nulle) : amplitude de 7 cm.

$x_{max}(1) = 5$ cm ; $x_{max}(2) = 7$ cm ; $x_{max}(3) = 7$ cm

PIÈGE
Confondre amplitude et élongation initiale : elles ne sont égales que si le solide est lâché sans vitesse. Ne pas lire non plus l'écart crête à crête, qui vaut le double de l'amplitude.

B.2.4.1 Préciser si l'amplitude dépend de la vitesse initiale.

On compare les expériences 1 et 2 : même élongation initiale (5 cm), vitesses initiales différentes. L'amplitude passe de 5 cm à 7 cm.

L'amplitude dépend de la vitesse initiale.

MÉTHODE
Pour tester l'influence d'un paramètre, on compare deux expériences qui ne diffèrent que par ce paramètre. Ici : 1 et 2 pour la vitesse, 1 et 3 pour l'élongation.

B.2.4.2 Préciser si l'amplitude dépend de l'élongation initiale.

On compare les expériences 1 et 3 : même vitesse initiale (nulle), élongations initiales différentes (5 cm et 7 cm). L'amplitude passe de 5 cm à 7 cm.

L'amplitude dépend de l'élongation initiale.

B.3 Déterminer graphiquement la période de l'oscillateur pour les expériences 4 et 5. L'amplitude des oscillations dépend-elle de la période de l'oscillateur ?

Données utiles amplitude de 7 cm dans les deux expériences

Graphe 4 : on compte 4,5 périodes entre $t = 0$ et $t = 2{,}0$ s, donc $T_0(4) = \dfrac{2{,}0}{4{,}5} = 0{,}44$ s.

Graphe 5 : la courbe part d'un maximum et retrouve son maximum suivant à $t = 1{,}2$ s, donc $T_0(5) = 1{,}2$ s.

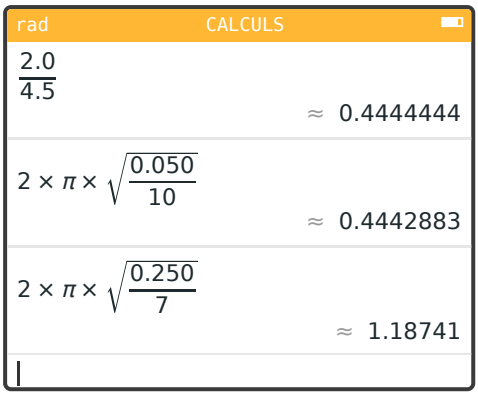
Les périodes sont différentes alors que l'amplitude est la même (7 cm).

$T_0(4) = 0{,}44$ s ; $T_0(5) = 1{,}2$ s ; l'amplitude ne dépend pas de la période.

COMPRENDRE
Le calcul confirme ces lectures : $2\pi\sqrt{m/k}$ donne 0,44 s pour l'expérience 4 et 1,2 s pour l'expérience 5.

MÉTHODE
Pour lire une période courte, mesurer la durée de plusieurs périodes puis diviser : l'erreur de lecture est répartie sur le nombre de périodes comptées.

À LA CALCULATRICE



B.4.1 Avec le graphe 6, déterminer l'amplitude x_{max} et la période T de l'oscillateur. Comparer ces valeurs respectivement à A_E et T_E.

Données utiles $T_E = 0{,}60$ s ; $A_E = 5$ cm

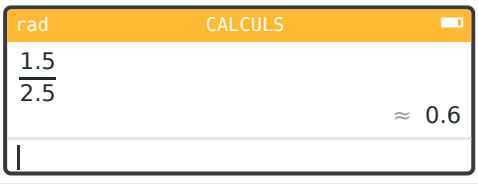
Amplitude : la courbe oscille entre -3 cm et $+3$ cm, donc $x_{max} = 3$ cm. Elle est inférieure à l'amplitude de l'excitateur : $x_{max} < A_E$.

Période : la courbe passe par zéro en montant à $t = 0$ et à $t = 1{,}5$ s, soit 2,5 périodes : $T = \dfrac{1{,}5}{2{,}5} = 0{,}60$ s. Elle est égale à la période de l'excitateur.

$x_{max} = 3$ cm $< A_E$ et $T = 0{,}60$ s $= T_E$

COMPRENDRE
L'oscillateur n'oscille pas à sa période propre (0,99 s) mais à celle qu'on lui impose : c'est le propre des oscillations forcées.

À LA CALCULATRICE



B.4.2 Quel renseignement sur la période de l'oscillateur donne le graphe de l'expérience 7 ? Justifier.

Le graphe 7 est une portion de droite qui relie les points (0,6 s ; 0,6 s) et (1,2 s ; 1,2 s). Son coefficient directeur vaut 1 et son prolongement passe par l'origine : en chaque point, $T = T_E$.

La période de l'oscillateur est toujours égale à celle de l'excitateur : $T = T_E$.

B.4.3 Quel phénomène le graphe de l'expérience 8 met-il en évidence ? Évaluer la période T_R de ce phénomène et la comparer à la période propre T_0.

Données utiles $T_0 = 0{,}99$ s (B.2.1)

L'amplitude de l'oscillateur passe par un maximum marqué (environ 12,5 cm) pour une valeur particulière de la période de l'excitateur : c'est le phénomène de **résonance**.

Le maximum est atteint pour $T_R = 1{,}0$ s.

Résonance, pour $T_R = 1{,}0$ s : aux incertitudes de lecture près, $T_R = T_0$.

COMPRENDRE
À la résonance, l'amplitude de l'oscillateur (12,5 cm) dépasse largement celle de l'excitateur (5 cm). C'est ce qui rend ce phénomène dangereux pour une construction.

B.5.1 L'oscillateur est dans le plan horizontal. Quelle doit être la direction privilégiée de l'onde sismique longitudinale pour que l'excitation soit maximale ?

Pour une onde longitudinale, la perturbation est parallèle à la direction de propagation. L'oscillateur ne peut osciller que le long de l'axe $x'x$ du ressort : l'excitation est maximale si le sol est secoué selon cet axe.

L'onde doit se propager dans la direction de l'axe $x'x$ de l'oscillateur.

B.5.2.1 Après le régime transitoire, quelle sera la période T des oscillations de l'oscillateur soumis à l'onde sismique de période T_S ?

L'onde sismique joue le rôle de l'excitateur. D'après l'expérience 7, l'oscillateur prend la période de l'excitateur.

$T = T_S$

B.5.2.2 Avec le graphe 8, que dire de l'amplitude des oscillations, pour une même amplitude A_S : a) si T_S est égale à la période propre ; b) si T_S est supérieure ou inférieure à la période propre ?

a) Si $T_S = T_0$, il y a résonance : l'amplitude de l'oscillateur est maximale et nettement supérieure à A_S.

b) Si $T_S \neq T_0$, l'amplitude est plus faible qu'à la résonance, et d'autant plus faible que T_S s'éloigne de T_0. Près de T_0 elle reste supérieure à A_S ; loin de T_0 elle devient inférieure à A_S.

L'amplitude est maximale pour $T_S = T_0$ et diminue quand T_S s'en écarte, dans un sens comme dans l'autre.

COMPRENDRE

Sur le graphe 8, avec $A_E = 5$ cm : environ 12,5 cm à la résonance, mais seulement 2 cm vers 0,5 s et 1,7 s. Un bâtiment est en danger si sa période propre est proche de celle des secousses.