Corrigé complet — Bac S 2003 Polynésie rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**La houle** Célérité, période et longueur d'onde · Diffraction · Exploitation d'un pointage vidéo · Retard d'une onde progressive · Onde transversale · Dispersion	4 pts	52 min	6 questions	p. 2
Ex 2	**Le condensateur dans tous ses états** Charge à courant constant · Capacité d'un condensateur · Circuit RC et équation différentielle · Méthode d'Euler · Constante de temps	5,5 pts	1 h 05	10 questions	p. 7
Ex 3	**Autour d'une transformation dans le domaine de l'oxydoréduction** Quotient de réaction · Critère d'évolution spontanée · Constante d'équilibre · Pile et pont salin · Tableau d'avancement · Capacité d'une pile	6,5 pts	1 h 18	16 questions	p. 12

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

La houle

Bac S 2003 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Partie I. Au large, la houle est-elle une onde courte ou une onde longue ? Évaluer la célérité v_1 d'une houle de longueur d'onde λ_1, puis la période T de ses vagues.

Données utiles $h_1 = 4000$ m ; $\lambda_1 = 80$ m ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; ondes courtes si $\lambda < 0{,}5\,h$, avec $v = \sqrt{\dfrac{g\,\lambda}{2\pi}}$

Au large, $0{,}5\,h_1 = 2000$ m. La longueur d'onde de la houle (environ 100 m, ici 80 m) est bien inférieure à cette valeur : la houle est une **onde courte**.

Sa célérité est donc :

$$v_1 = \sqrt{\frac{g\,\lambda_1}{2\pi}} = \sqrt{\frac{10 \times 80}{2\pi}} = 11\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

L'onde avance d'une longueur d'onde pendant une période : $\lambda_1 = v_1\,T$, soit

$$T = \frac{\lambda_1}{v_1} = \frac{80}{11{,}3} = 7{,}1\ \text{s}$$

Onde courte ; $v_1 = 11\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $T = 7{,}1$ s

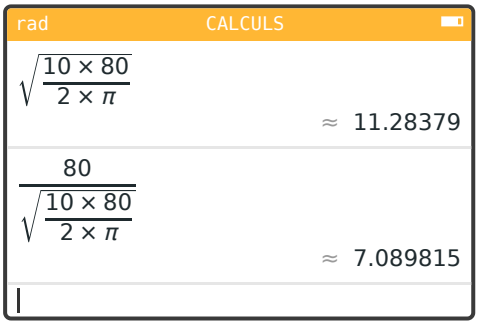
PIÈGE

Comparer λ à h et non à $0{,}5\,h$ ou $10\,h$: le critère du texte doit être cité et vérifié avec des nombres, sinon la classification n'est pas justifiée.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme g et λ_1. Pour calculer T, on garde la valeur non arrondie de v_1 dans la calculatrice : l'arrondi ne se fait qu'au moment d'écrire le résultat.

À LA CALCULATRICE



2 Partie I. Près de la côte, la houle devient une onde longue et sa période ne change pas. Évaluer sa nouvelle célérité v_2 et sa nouvelle longueur d'onde λ_2.

Données utiles $h_2 = 3{,}0$ m ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $T = 7{,}09$ s (question 1) ; ondes longues : $v = \sqrt{g\,h}$

Pour une onde longue :

$$v_2 = \sqrt{g\,h_2} = \sqrt{10 \times 3{,}0} = 5{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La période est inchangée, donc :

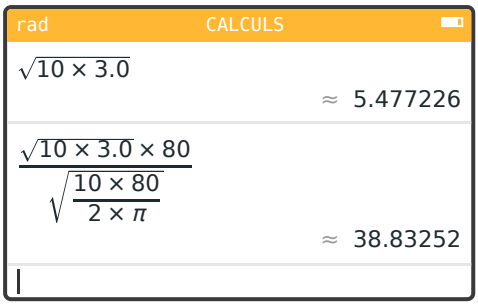
$$\lambda_2 = v_2\,T = 5{,}48 \times 7{,}09 = 39\ \text{m}$$

$v_2 = 5{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\lambda_2 = 39$ m

COMPRENDRE

La période est imposée par la source : elle se conserve quand le milieu change. La houle ralentit en approchant de la côte, donc ses vagues se resserrent. On vérifie que $\lambda_2 > 10\,h_2 = 30$ m : c'est bien une onde longue.

À LA CALCULATRICE



3 Partie I. Les vagues arrivent parallèlement à une digue coupée par un chenal. Qu'observe-t-on derrière la digue ? Compléter le document A. Nommer le phénomène et citer d'autres ondes, non mécaniques, qui le présentent.

Données utiles largeur du chenal $a = 30$ m ; $\lambda_2 = 39$ m (question 2)

Derrière la digue, les vagues ne restent pas rectilignes dans le prolongement du chenal : elles s'étalent dans toute la baie sous forme de **vagues circulaires centrées sur le chenal**, qui se comporte comme une source ponctuelle.

Ce phénomène est la **diffraction**. Il est très marqué ici, car la largeur de l'ouverture ($a = 30$ m) est inférieure à la longueur d'onde ($\lambda_2 = 39$ m).

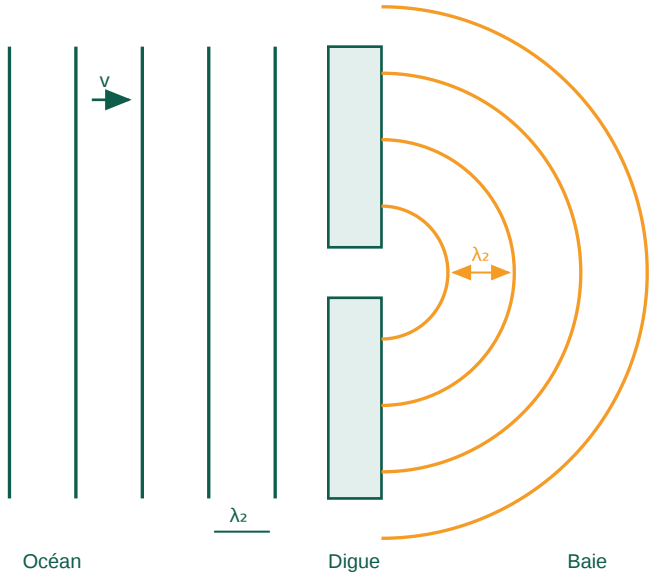
La profondeur étant la même de part et d'autre de la digue, la célérité et donc la longueur d'onde ne changent pas : les arcs de cercle sont espacés de λ_2, comme les vagues incidentes.

Les ondes électromagnétiques, en particulier la lumière, se diffractent aussi au passage d'une fente ou d'un trou de petite dimension.

Vagues circulaires centrées sur le chenal : diffraction, observable aussi avec la lumière.

PIÈGE
Sur le schéma, resserrer ou écarter les arcs de cercle. La diffraction change la direction de propagation, jamais la longueur d'onde ni la fréquence.

MÉTHODE
Pour juger si la diffraction est importante, comparer la largeur a de l'ouverture à λ : plus a est petite devant λ, plus l'onde s'étale derrière l'ouverture.



3 · Document A complété : en orange, les vagues circulaires derrière le chenal (30 m), espacées de λ_2 comme les vagues incidentes

1 Partie II. a) Tracer x en fonction de t (document C) ; en déduire la célérité v de l'onde et dire si elle est constante. b) Évaluer la longueur d'onde λ, puis dire si v et λ sont en accord avec la fréquence du vibreur.

Données utiles pointages du document B ; distance entre les sommets des rides 1 et 4 : $d = 0{,}088$ m ; $8\ \text{Hz} < f < 9\ \text{Hz}$

a) Les points sont alignés : on trace la droite moyenne. Le sommet de la ride parcourt des distances égales pendant des durées égales, donc la célérité est **constante**. Elle est égale au coefficient directeur de la droite.

Avec deux points éloignés de la droite, $(0{,}200\ \text{s}; 0{,}0975\ \text{m})$ et $(0{,}400\ \text{s}; 0{,}1465\ \text{m})$:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}1465 - 0{,}0975}{0{,}400 - 0{,}200} = 0{,}245\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) De la ride 1 à la ride 4, on compte 3 longueurs d'onde : $d = 3\,\lambda$.

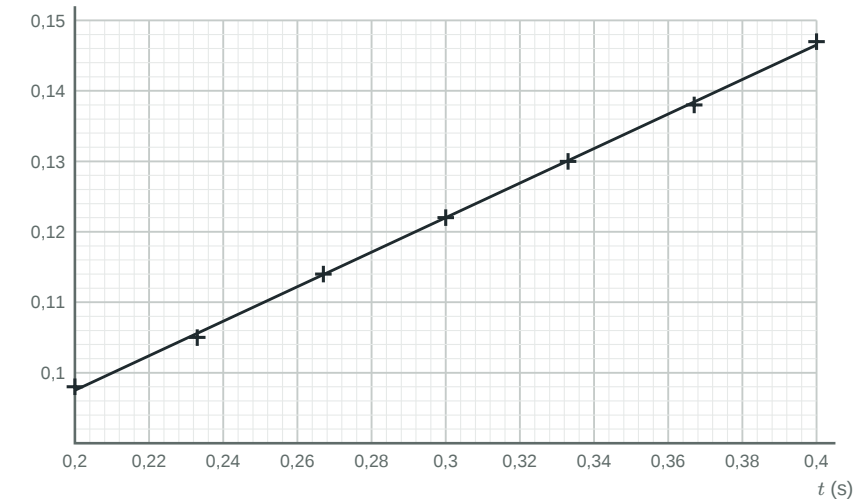
$$\lambda = \frac{d}{3} = \frac{0{,}088}{3} = 0{,}029\ \text{m}$$

Fréquence correspondante :

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{0{,}245}{0{,}0293} = 8{,}4\ \text{Hz}$$

Cette valeur est comprise entre 8 Hz et 9 Hz : les mesures de v et de λ sont en accord avec l'étude stroboscopique.

$v = 0{,}245\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, constante ; $\lambda = 0{,}029$ m ; $f = 8{,}4$ Hz, en accord avec $8\ \text{Hz} < f < 9\ \text{Hz}$



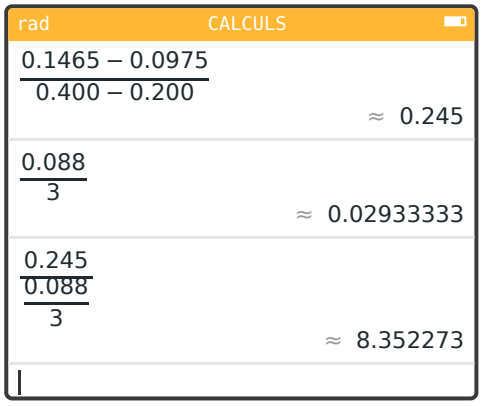
1 · Document C complété : les points du document B et la droite moyenne

PIÈGE
Compter 4 longueurs d'onde entre la ride 1 et la ride 4. Entre quatre sommets consécutifs, il n'y a que trois intervalles.

COMPRENDRE
La lecture graphique donne v à quelques pour cent près : selon la droite tracée, on trouve entre 0,24 et 0,25 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, et la fréquence reste entre 8 Hz et 9 Hz.

MÉTHODE
Pour une pente, choisir deux points de la droite tracée, les plus éloignés possible, et non deux points du tableau : la droite moyenne compense les erreurs de pointage.

À LA CALCULATRICE



2 Partie II. a) Exprimer, en fonction de la période T, le retard τ du mouvement du point M (front de l'onde) sur celui de la source S. b) À l'instant suivant, dans quelle direction et dans quel sens le point M se déplace-t-il ? Justifier.

a) Sur le document D, on compte entre S et M deux motifs complets et un demi-motif : $SM = 2{,}5\,\lambda$.

Le retard de M sur S est la durée mise par l'onde pour aller de S à M :

$$\tau = \frac{SM}{v} = \frac{2{,}5\,\lambda}{v}$$

Comme $\lambda = v\,T$, il vient $\tau = 2{,}5\,T$.

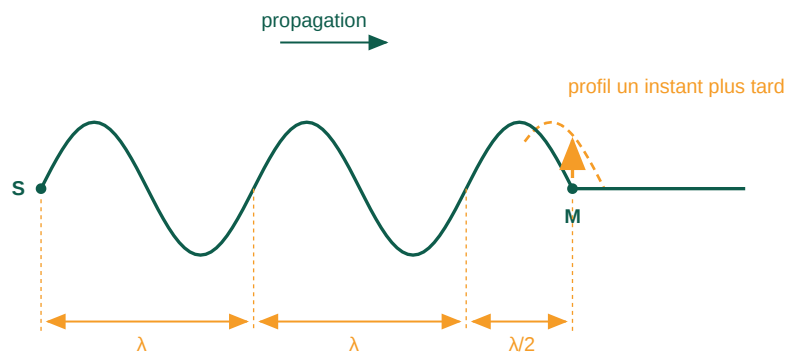
b) L'onde est transversale : chaque point de la surface se déplace perpendiculairement à la direction de propagation, qui est horizontale. M se déplace donc verticalement.

M est le front de l'onde : il est encore au repos. À l'instant suivant, le profil a avancé vers la droite, et la portion de courbe située juste à gauche de M, qui est au-dessus du niveau de repos, arrive en M. Le point M monte.

$\tau = 2{,}5\,T$; M se déplace verticalement vers le haut.

PIÈGE
Répondre « vers la droite » parce que l'onde va vers la droite. Une onde transporte de l'énergie, pas de matière : l'eau ne suit pas la vague.

MÉTHODE
Pour prévoir le mouvement d'un point, décaler légèrement tout le profil dans le sens de propagation et regarder où se trouve la courbe à la verticale du point.



2 · Document D complété : $SM = 2{,}5\,\lambda$; en tirets, la surface un instant plus tard

3 Partie II. À la fréquence f', on mesure une célérité v'. La comparer à celle de la question 1.a). De quel phénomène cette différence est-elle la manifestation ? Des ondes non mécaniques le présentent-elles ? Citer une application.

Données utiles $f' = 19$ Hz ; $v' = 0{,}263\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v = 0{,}245\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour $f \approx 8{,}4$ Hz (question 1)

$v' > v$: la célérité est plus grande d'environ 7 % à 19 Hz qu'à 8,4 Hz, alors que le milieu (eau, même profondeur) n'a pas changé.

La célérité de l'onde dépend donc de sa fréquence : c'est le phénomène de **dispersion**. L'eau de la cuve est un milieu dispersif pour ces ondes.

Les ondes lumineuses, qui ne sont pas mécaniques, présentent aussi ce phénomène dans les milieux transparents comme le verre ou l'eau : la célérité, donc l'indice de réfraction, dépend de la fréquence de la radiation.

Application : la décomposition de la lumière blanche par un prisme, utilisée en spectroscopie pour analyser la lumière émise par une source.

$v' > v$ (écart d'environ 7 %) : dispersion, présentée aussi par la lumière dans le verre (prisme, spectroscopie).

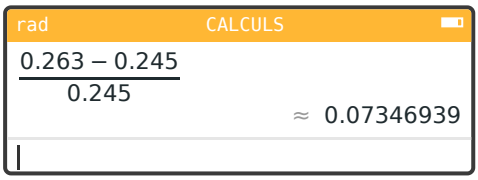
PIÈGE

Confondre dispersion et diffraction. La diffraction est un étalement de l'onde par une ouverture ; la dispersion est une célérité qui varie avec la fréquence.

COMPRENDRE

Dans le vide, toutes les radiations lumineuses ont la même célérité c : le vide n'est pas dispersif. La dispersion est une propriété du milieu traversé, pas de l'onde seule.

À LA CALCULATRICE



Le condensateur dans tous ses états

Bac S 2003 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Rappeler la relation permettant de calculer la charge q du condensateur en fonction de I, puis calculer q à la date $t = 3{,}0$ s.

Données utiles $I = 12\ \mu\text{A}$ (constante) ; condensateur déchargé à $t = 0$

L'intensité est le débit de charge : $I = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Comme I est constante et que $q(0) = 0$:

$$q = I\,t$$

avec q en coulombs, I en ampères et t en secondes.

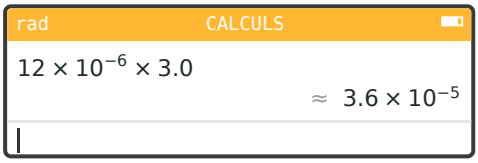
À $t = 3{,}0$ s : $q = 12 \times 10^{-6} \times 3{,}0$

$$\boxed{q = 3{,}6 \times 10^{-5}\ \text{C} = 36\ \mu\text{C}}$$

PIÈGE
L'intensité est en microampères : $12\ \mu\text{A} = 12 \times 10^{-6}$ A. Écrire 12×10^{-3} A donne une charge mille fois trop grande, et fausse ensuite la capacité.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme I et t. La relation $q = I\,t$ n'est valable que parce que le générateur impose un courant constant.

À LA CALCULATRICE



1.2 À partir du graphe n°1 donnant q en fonction de u_{AB}, déterminer la capacité C du condensateur en explicitant la méthode.

Les points du graphe n°1 sont alignés sur une droite passant par l'origine : q est proportionnelle à u_{AB}.

Or $q = C\,u_{AB}$: la capacité C est le coefficient directeur de cette droite.

On trace la droite moyenne et on y lit un point éloigné de l'origine : $u_{AB} = 10$ V pour $q = 47\ \mu\text{C}$.

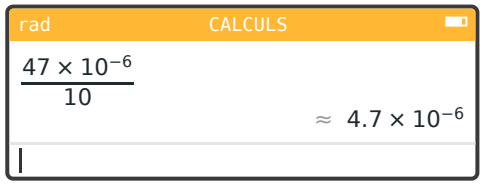
$$C = \frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}} = \frac{47 \times 10^{-6} - 0}{10 - 0}$$

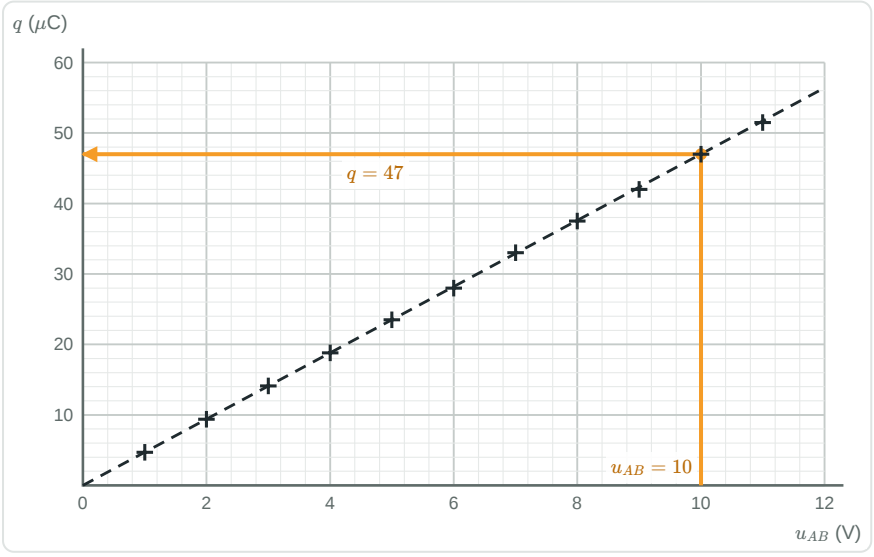
$$\boxed{C = 4{,}7 \times 10^{-6}\ \text{F} = 4{,}7\ \mu\text{F}}$$

COMPRENDRE
La lecture graphique ne garantit pas le deuxième chiffre : toute valeur comprise entre 4,6 et 4,8 μF est recevable.

MÉTHODE
Pour un coefficient directeur, tracer la droite moyenne puis choisir sur elle deux points très écartés : l'erreur de lecture pèse alors moins sur le résultat. Convertir les microcoulombs avant de diviser.

À LA CALCULATRICE





1.2 · Graphe n°1 du sujet, avec la droite moyenne et le point lu

1.3 Le constructeur indique $C = 4{,}7\ \mu\text{F}$ à 10 % près. La valeur obtenue est-elle en accord avec cette tolérance ?

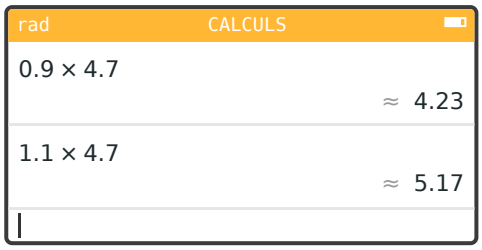
Données utiles $C = 4{,}7\ \mu\text{F}$ (1.2)

Écart toléré : $\dfrac{10}{100} \times 4{,}7 = 0{,}47\ \mu\text{F}$.

La capacité réelle doit donc vérifier : $4{,}7 - 0{,}47 \leqslant C \leqslant 4{,}7 + 0{,}47$, soit $4{,}2\ \mu\text{F} \leqslant C \leqslant 5{,}2\ \mu\text{F}$.

La valeur expérimentale $4{,}7\ \mu\text{F}$ appartient à l'intervalle $[4{,}2\ ;\ 5{,}2]\ \mu\text{F}$: elle est en accord avec la tolérance du constructeur.

À LA CALCULATRICE



2.1 Établir l'équation différentielle $E = RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$ vérifiée par la tension u_C pendant la charge.

Interrupteur en position 1 : le générateur, le conducteur ohmique R et le condensateur sont en série (voir le schéma, u_R et u_C fléchées en convention récepteur).

Loi des mailles : $E = u_R + u_C$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$.

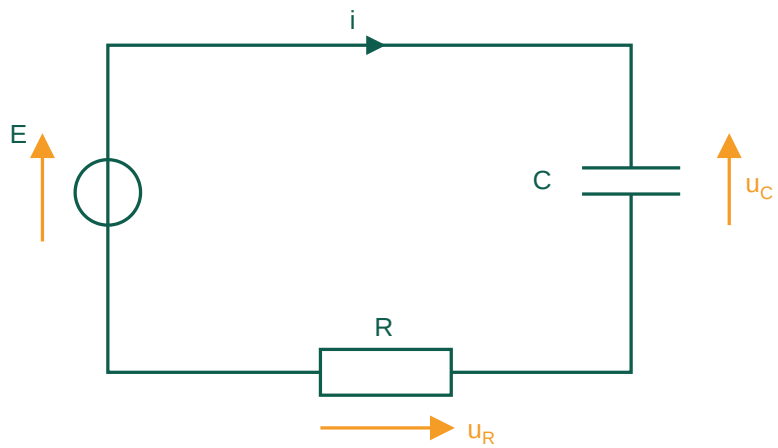
Pour le condensateur : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C\,u_C$ avec C constante, donc $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

En remplaçant :

$$E = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$$

PIÈGE

Sans schéma fléché, la relation $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ n'est pas justifiée : elle suppose la flèche de u_C opposée au sens de i (convention récepteur). Dans l'autre sens, un signe moins apparaît.



2.1 · Circuit de charge (interrupteur en position 1) avec les tensions fléchées

2.2 En vérifiant que $u_C = A\left(1 - \mathrm{e}^{-\alpha t}\right)$ est solution de l'équation différentielle, identifier A et α en fonction de E, R, C.

$u_C = A - A\,\mathrm{e}^{-\alpha t}$ donc $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \alpha A\,\mathrm{e}^{-\alpha t}$.

On reporte dans l'équation différentielle :

$$E = RC\,\alpha A\,\mathrm{e}^{-\alpha t} + A - A\,\mathrm{e}^{-\alpha t}$$

$$E = A + A\left(RC\,\alpha - 1\right)\mathrm{e}^{-\alpha t}$$

Cette égalité doit être vraie à chaque instant, alors que $\mathrm{e}^{-\alpha t}$ varie avec t : le terme constant vaut E et le facteur de l'exponentielle est nul.

$A = E$ et $RC\,\alpha - 1 = 0$

$\boxed{A = E \text{ et } \alpha = \dfrac{1}{RC}\text{, soit } u_C = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/RC}\right)}$

PIÈGE
Dériver $-A\,\mathrm{e}^{-\alpha t}$ donne $+\alpha A\,\mathrm{e}^{-\alpha t}$: les deux signes moins se compensent. Une erreur de signe ici conduit à α négatif.

MÉTHODE
Vérifier une solution proposée : 1) dériver ; 2) reporter dans l'équation ; 3) regrouper en « constante + facteur × exponentielle » ; 4) annuler le facteur et identifier la constante.

2.3 À partir du graphe n°2, déterminer la valeur de E.

Quand t devient grand, $\mathrm{e}^{-t/RC}$ tend vers 0 et u_C tend vers E : E est l'ordonnée de l'asymptote horizontale.

Sur le graphe n°2, les courbes se stabilisent à 5,0 V.

$\boxed{E = 5{,}0\ \text{V}}$

2.4 a) À l'aide de l'équation différentielle, déterminer la valeur initiale de la dérivée $\left(\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right)_0$. b) Compléter le tableau par la méthode d'Euler avec $\Delta t = 1$ ms.

Données utiles $E = 5{,}0$ V (2.3) ; $R = 2{,}2\ \text{k}\Omega$; $C = 4{,}7\ \mu\text{F}$; $u_C(0) = 0$

a) L'équation différentielle donne, à chaque date : $\left(\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right)_t = \dfrac{E - u_C(t)}{RC}$.

À $t = 0$, $u_C(0) = 0$:

$$\left(\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right)_0 = \frac{E}{RC} = \frac{5{,}0}{2{,}2\times10^{3}\times4{,}7\times10^{-6}} = 4{,}8\times10^{2}\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) À chaque pas : $u_C(t+\Delta t) = u_C(t) + \left(\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right)_t \Delta t$, puis nouvelle dérivée $\dfrac{E - u_C}{RC}$, avec $RC = 1{,}034\times10^{-2}$ s.

$u_C(1\ \text{ms}) = 0 + 483{,}6\times1\times10^{-3} = 0{,}4836$ V ; dérivée : $\dfrac{5{,}0 - 0{,}4836}{1{,}034\times10^{-2}} = 436{,}8\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}$

$u_C(2\ \text{ms}) = 0{,}4836 + 0{,}4368 = 0{,}9204$ V ; dérivée : $\dfrac{5{,}0 - 0{,}9204}{1{,}034\times10^{-2}} = 394{,}5\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}$

$u_C(3\ \text{ms}) = 0{,}9204 + 0{,}3945 = 1{,}315$ V ; dérivée : $\dfrac{5{,}0 - 1{,}315}{1{,}034\times10^{-2}} = 356{,}4\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}$

t (ms)	0	1	2	3
$u_C(t)$ (V)	0	0,48	0,92	1,3
$\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ ($\text{V}\cdot\text{s}^{-1}$)	$4{,}8\times10^{2}$	$4{,}4\times10^{2}$	$3{,}9\times10^{2}$	$3{,}6\times10^{2}$

$\boxed{\left(\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right)_0 = 4{,}8\times10^{2}\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}\text{ ; } u_C \text{ vaut 0 ; 0,48 ; 0,92 ; 1,3 V aux dates 0, 1, 2, 3 ms.}}$

PIÈGE
Le pas est donné en millisecondes : $\Delta t = 1\times10^{-3}$ s dans le calcul. Les unités demandées dans le tableau sont le volt et le volt par seconde.

COMPRENDRE
La dérivée diminue à chaque pas : plus u_C approche E, plus la charge ralentit. C'est ce qui courbe le graphe vers son asymptote.

MÉTHODE
Garder les valeurs non arrondies d'une colonne à l'autre et n'arrondir (ici à deux chiffres significatifs, comme les données) que dans le tableau final : les arrondis successifs se cumulent.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2.2 \times 10^3 \times 4.7 \times 10^{-6} \approx 0.01034$

$\dfrac{5.0}{2.2 \times 10^3 \times 4.7 \times 10^{-6}} \approx 483.559$

$\dfrac{5.0 - 0.4836}{0.01034} \approx 436.7892$

$\dfrac{5.0 - 0.9204}{0.01034} \approx 394.5455$

$\dfrac{5.0 - 1.315}{0.01034} \approx 356.383$

2.5 a) Quelle est l'influence du pas Δt dans la méthode d'Euler ? b) Avantages et inconvénients d'un Δt très grand ou très petit ? c) Que signifie « Δt suffisamment petit dans le cadre de l'expérience » ?

a) La courbe n°2 (pas de 2 ms) est plus proche de la courbe n°3 (solution analytique) que la courbe n°1 (pas de 5 ms). Plus le pas est petit, plus la courbe d'Euler se rapproche de la solution exacte.

b) Pas très grand : peu de points, donc peu de calculs, mais une courbe en segments, nettement écartée de la solution. Pas très petit : résultat précis, mais un très grand nombre de calculs pour couvrir la même durée.

c) La méthode suppose la dérivée constante pendant Δt. Il faut donc que u_C varie peu sur un pas : Δt doit être petit devant la durée caractéristique de la charge, la constante de temps $RC \approx 10$ ms.

Le pas doit être très inférieur à RC ; avec $\Delta t = 1$ ms, soit environ $RC/10$, la condition est acceptable.

COMPRENDRE
« Petit » n'a pas de sens dans l'absolu : 1 ms est court pour ce circuit, mais serait beaucoup trop long pour un circuit dont la constante de temps vaut 1 ms.

2.6 Définir la constante de temps du circuit, déterminer sa valeur sur le graphe n°2 en explicitant la méthode, en déduire une nouvelle valeur expérimentale de C et la comparer à la valeur nominale.

Données utiles $E = 5{,}0$ V (2.3) ; $R = 2{,}2\ \text{k}\Omega$; valeur nominale $C = 4{,}7\ \mu\text{F}$ à 10 % près

La constante de temps est $\tau = RC$: c'est la durée au bout de laquelle la tension atteint 63 % de sa valeur finale, car $u_C(\tau) = E\left(1 - \text{e}^{-1}\right) = 0{,}63\,E$.

$u_C(\tau) = 0{,}63 \times 5{,}0 = 3{,}15$ V. On trace l'horizontale d'ordonnée 3,15 V jusqu'à la courbe n°3, puis on lit l'abscisse du point d'intersection : $\tau \approx 0{,}010$ s.

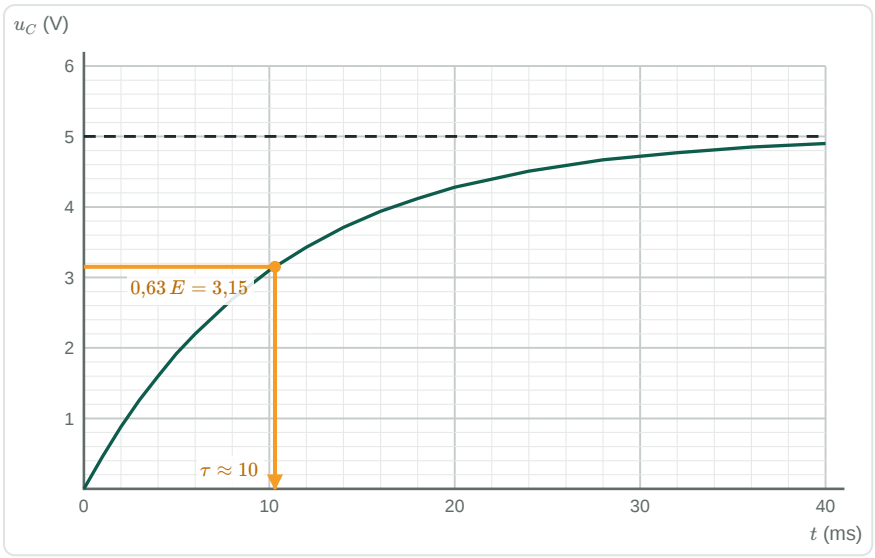
$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{0{,}010}{2{,}2 \times 10^3} = 4{,}5 \times 10^{-6}\ \text{F}$$

Cette valeur se trouve dans l'intervalle $[4{,}2\ ;\ 5{,}2]\ \mu\text{F}$ de la question 1.3.

$\tau \approx 10$ ms et $C \approx 4{,}5\ \mu\text{F}$, compatible avec la valeur nominale $4{,}7\ \mu\text{F}$ à 10 % près.

PIÈGE
Lire τ sur la courbe n°3 (solution analytique), pas sur les courbes d'Euler n°1 ou n°2, qui sont approchées et donneraient une valeur trop faible.

COMPRENDRE
Le quadrillage ne permet de lire τ qu'à 1 ms près : entre 10 et 11 ms, on trouve C entre 4,5 et $5{,}0\ \mu\text{F}$, toujours dans la tolérance.



2.6 · Courbe n°3 du graphe n°2, avec la lecture de la constante de temps

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

0.63×5.0

≈ 3.15

$\frac{0.010}{2.2 \times 10^3}$

$\approx 4.545455 \times 10^{-6}$

2.7 On bascule l'inverseur en position 2. Vrai ou faux, en justifiant : a) la décharge du condensateur dure plus longtemps que la charge ; b) la constante de temps lors de la décharge est égale à $(R + R')\,C$.

Données utiles $R = 2{,}2\ \text{k}\Omega$; $R' = 10\ \text{k}\Omega$; $C = 4{,}7\ \mu\text{F}$

En position 2, le condensateur est relié au seul conducteur ohmique R' : la branche contenant le générateur et R est ouverte, aucun courant n'y circule.

b) La constante de temps de la décharge est donc $\tau' = R'C$, et non $(R + R')\,C$: affirmation **fausse**.

a) $\tau' = R'C = 10 \times 10^3 \times 4{,}7 \times 10^{-6} = 4{,}7 \times 10^{-2}$ s, à comparer à $\tau = RC = 1{,}0 \times 10^{-2}$ s pour la charge.

Charge et décharge sont pratiquement terminées au bout de cinq constantes de temps. Comme $R' > R$, on a $\tau' > \tau$: la décharge est plus longue. Affirmation **vraie**.

a) Vrai : $\tau' = 47\ \text{ms} > \tau = 10\ \text{ms}$. b) Faux : $\tau' = R'C$.

MÉTHODE

Avant de donner une constante de temps, redessiner la maille réellement parcourue par le courant : seule la résistance de cette maille intervient dans τ.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$10 \times 10^3 \times 4.7 \times 10^{-6}$

≈ 0.047

Autour d'une transformation dans le domaine de l'oxydoréduction

Bac S 2003 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1 Partie A. Calculer les concentrations initiales $[Ag^+]_i$ et $[Cu^{2+}]_i$ dans le bécher après le mélange des deux solutions.

Données utiles $V_1 = 20$ mL, $C_1 = 1{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $V_2 = 20$ mL, $C_2 = 5{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1}

Le mélange est une dilution : la quantité de chaque ion est conservée, le volume devient $V_1 + V_2 = 40$ mL.

$$[Ag^+]_i = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = \frac{1{,}0 \times 10^{-1} \times 20}{40} = 5{,}0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

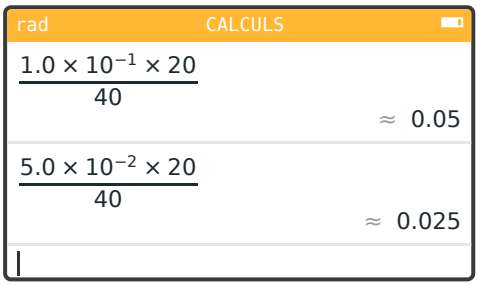
$$[Cu^{2+}]_i = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{5{,}0 \times 10^{-2} \times 20}{40} = 2{,}5 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\boxed{[Ag^+]_i = 5{,}0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et } [Cu^{2+}]_i = 2{,}5 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

PIÈGE
Garder C_1 et C_2 comme concentrations initiales : chaque solution est diluée par l'autre, ici d'un facteur 2.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les données. Les volumes peuvent rester en mL dans le rapport $V_1/(V_1+V_2)$, car les unités se simplifient.

À LA CALCULATRICE



2.1 Partie A. Écrire l'expression littérale du quotient de réaction Q_r associé à l'équation donnée.

Données utiles $2\,Ag^+(aq) + Cu(s) = 2\,Ag(s) + Cu^{2+}(aq)$

Seules les espèces dissoutes apparaissent, chacune à la puissance de son nombre stœchiométrique :

$$\boxed{Q_r = \frac{[Cu^{2+}]}{[Ag^+]^2}}$$

PIÈGE
Faire figurer les solides Cu et Ag dans le quotient, ou oublier le carré sur $[Ag^+]$.

2.2 Partie A. Calculer la valeur $Q_{r,i}$ du quotient de réaction dans l'état initial.

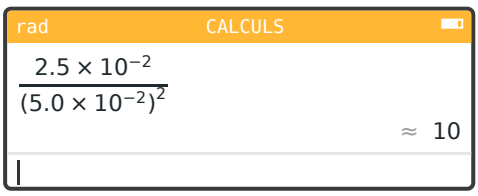
Données utiles $[Ag^+]_i = 5{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} et $[Cu^{2+}]_i = 2{,}5 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} (Q1)

$$Q_{r,i} = \frac{[Cu^{2+}]_i}{[Ag^+]_i^2} = \frac{2{,}5 \times 10^{-2}}{(5{,}0 \times 10^{-2})^2}$$

$$\boxed{Q_{r,i} = 10}$$

COMPRENDRE
Q_r n'a pas d'unité : les concentrations y sont en réalité divisées par $c^\circ = 1$ mol · L^{-1}.

À LA CALCULATRICE



2.3 Partie A. Pourquoi peut-on en déduire que le système évolue spontanément dans le sens direct de l'équation ?

Données utiles $K = 2{,}2 \times 10^{15}$; $Q_{r,i} = 10$ (Q2.2)

Critère d'évolution spontanée : un système évolue de façon que Q_r se rapproche de K.

Ici $Q_{r,i} = 10 < K = 2{,}2 \times 10^{15}$: Q_r doit augmenter, donc $[Cu^{2+}]$ augmente et $[Ag^+]$ diminue.

$Q_{r,i} < K$: le système évolue dans le **sens direct** (formation de Cu^{2+} et de Ag).

MÉTHODE
Toujours comparer $Q_{r,i}$ à K : $Q_{r,i} < K$ sens direct, $Q_{r,i} > K$ sens inverse, $Q_{r,i} = K$ équilibre, aucune évolution.

2.4 Partie A. Quelle observation expérimentale devrait, après quelques minutes, confirmer le sens d'évolution ?

Données utiles $Cu^{2+}(aq)$: bleu ; $Ag^+(aq)$ et $NO_3^-(aq)$: incolores

Dans le sens direct, il se forme des ions Cu^{2+}, bleus en solution, et de l'argent métallique.

La teinte bleue de la solution s'intensifie et un dépôt gris d'argent apparaît sur le fil de cuivre.

COMPRENDRE
L'argent se dépose sur le cuivre parce que l'échange d'électrons se fait là où les réactifs Ag^+ et Cu sont en contact.

2.5 Partie A. Le cuivre est en excès. Montrer que les ions Ag^+ sont à l'état de trace à l'équilibre en calculant leur concentration, puis conclure sur le caractère de la transformation.

Données utiles $[Cu^{2+}]_{éq} = 5{,}00 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$; $K = 2{,}2 \times 10^{15}$

À l'équilibre, $Q_{r,éq} = K$, soit $K = \dfrac{[Cu^{2+}]_{éq}}{[Ag^+]_{éq}^2}$, d'où

$$[Ag^+]_{éq} = \sqrt{\frac{[Cu^{2+}]_{éq}}{K}} = \sqrt{\frac{5{,}00 \times 10^{-2}}{2{,}2 \times 10^{15}}} = 4{,}8 \times 10^{-9}\ mol \cdot L^{-1}$$

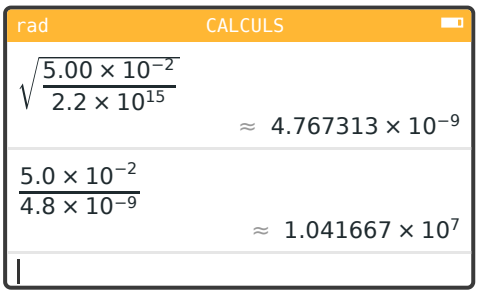
Cette concentration est environ dix millions de fois plus faible que $[Ag^+]_i = 5{,}0 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$: le réactif limitant Ag^+ a pratiquement disparu.

$[Ag^+]_{éq} = 4{,}8 \times 10^{-9}\ mol \cdot L^{-1}$ (traces) : la transformation est **quasi totale**.

PIÈGE
Oublier la racine carrée : $[Ag^+]$ est au carré dans K.

COMPRENDRE
La valeur donnée est cohérente : la disparition de $5{,}0 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$ d'ions Ag^+ forme deux fois moins de Cu^{2+}, soit $2{,}5 \times 10^{-2}$, qui s'ajoutent aux $2{,}5 \times 10^{-2}$ initiaux.

À LA CALCULATRICE

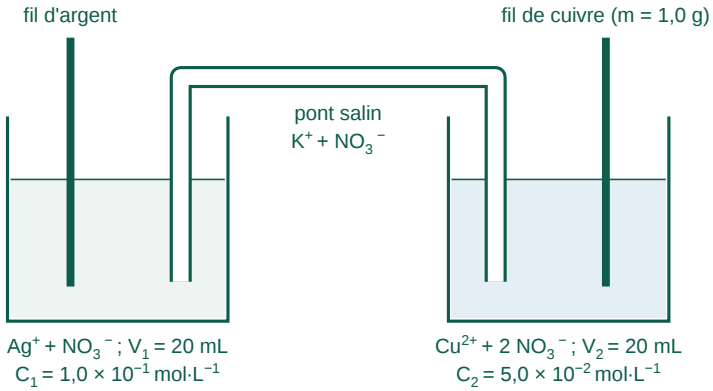


1 Partie B. Faire un schéma annoté de la pile qu'il est possible de constituer avec le matériel disponible.

Chaque fil métallique plonge dans la solution qui contient son propre ion : le fil d'argent dans la solution de nitrate d'argent, le fil de cuivre dans la solution de nitrate de cuivre. Le pont salin relie les deux béchers.

Deux demi-piles Ag^+/Ag et Cu^{2+}/Cu reliées par le pont salin (schéma ci-dessous).

PIÈGE
Plonger le fil de cuivre dans la solution d'ions Ag^+ : la réaction serait directe, comme en partie A, et aucun courant ne circulerait dans le circuit.



1 · Pile cuivre-argent constituée avec le matériel disponible

2.1 Partie B. Le courant traverse le conducteur ohmique de l'argent vers le cuivre. En déduire le sens de circulation des électrons dans le conducteur ohmique.

Les électrons, de charge négative, se déplacent dans le sens opposé au sens conventionnel du courant.

Dans le conducteur ohmique, les électrons circulent **du cuivre vers l'argent**.

2.2 Partie B. Interpréter le fonctionnement de la pile en écrivant les deux demi-équations aux électrodes.

Le fil de cuivre cède des électrons au circuit : il s'y produit une oxydation, c'est l'anode et la borne négative.

$$Cu(s) = Cu^{2+}(aq) + 2\,e^-$$

Le fil d'argent reçoit ces électrons : il s'y produit une réduction, c'est la cathode et la borne positive.

$$Ag^+(aq) + e^- = Ag(s)$$

Anode (−) : $Cu(s) = Cu^{2+}(aq) + 2\,e^-$; cathode (+) : $Ag^+(aq) + e^- = Ag(s)$

MÉTHODE
Les électrons sortent de la pile par la borne négative. Anode : oxydation ; cathode : réduction. Dans une pile, l'anode est la borne négative.

2.3 Partie B. Le sens de la réaction spontanée est-il en accord avec celui déterminé à la question 2.3 de la partie A ?

Les électrons cédés par le cuivre sont tous captés par les ions argent : on multiplie la réduction par 2 et on additionne.

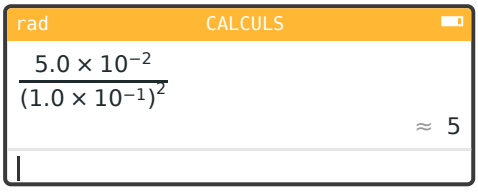
$2\,Ag^+(aq) + Cu(s) = 2\,Ag(s) + Cu^{2+}(aq)$

Les concentrations initiales diffèrent de celles de la partie A, mais $Q_{r,i} = \dfrac{C_2}{C_1^2} = 5{,}0$ reste très inférieur à K.

Oui : la pile fonctionne selon le **sens direct** de l'équation, comme prévu en partie A.

COMPRENDRE
La réaction est la même qu'en partie A, mais les réactifs sont séparés : les électrons passent par le circuit extérieur, ce qui permet de récupérer de l'énergie électrique.

À LA CALCULATRICE



2.4 Partie B. Quel(s) rôle(s) joue le pont salin ? Indiquer sur le schéma le mouvement des porteurs de charge dans le pont.

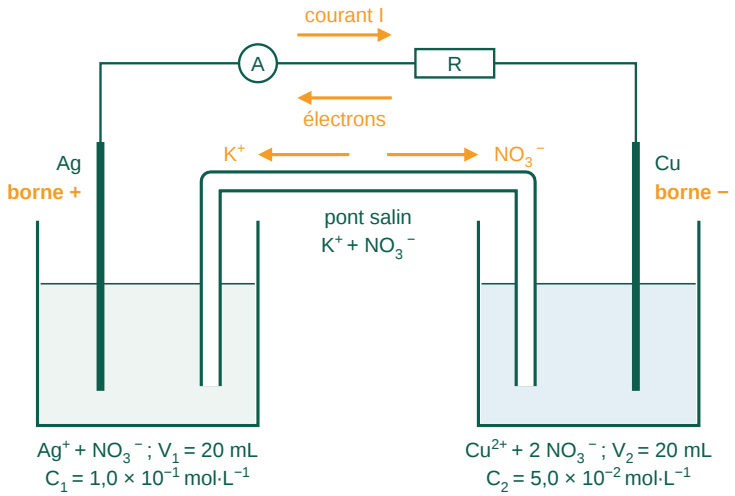
Le pont salin a deux rôles :

- il ferme le circuit : le courant passe d'une solution à l'autre grâce au déplacement de ses ions ;
- il maintient la neutralité électrique de chaque solution.

Côté argent, des cations Ag^+ disparaissent : les cations K^+ du pont y migrent. Côté cuivre, des cations Cu^{2+} apparaissent : les anions NO_3^- du pont y migrent.

K^+ se déplace vers le bécher d'argent, NO_3^- vers le bécher de cuivre (en orange sur le schéma).

PIÈGE
Faire circuler des électrons dans le pont salin : en solution, les porteurs de charge sont les ions. Les électrons ne circulent que dans les métaux.



2.4 · Schéma complété : courant, électrons et ions du pont salin (en orange)

3.1 Partie B. Construire le tableau d'avancement de la transformation, la pile ayant fonctionné jusqu'à ne plus débiter.

Données utiles $C_1 = 1{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1}, $V_1 = 20$ mL ; $C_2 = 5{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1}, $V_2 = 20$ mL ; $m = 1{,}0$ g ; $M(\text{Cu}) = 63{,}5$ g · mol^{-1}

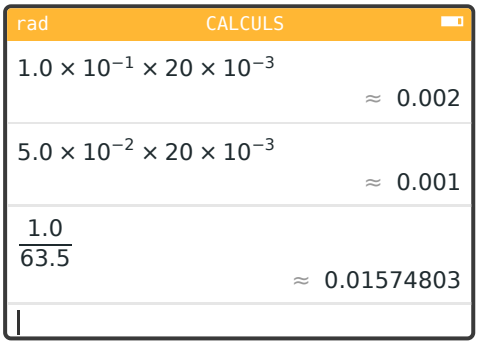
Quantités initiales : $n_1 = C_1 V_1 = 1{,}0 \times 10^{-1} \times 20 \times 10^{-3} = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol d'ions Ag^+ ; $n_2 = C_2 V_2 = 5{,}0 \times 10^{-2} \times 20 \times 10^{-3} = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol d'ions Cu^{2+} ; $n(\text{Cu})_0 = \dfrac{m}{M} = \dfrac{1{,}0}{63{,}5} = 1{,}6 \times 10^{-2}$ mol. On note $n(\text{Ag})_0$ la quantité d'argent du fil.

Équation		$2\,\text{Ag}^+$	Cu	$2\,\text{Ag}$	Cu^{2+}
État initial	0	n_1	$n(\text{Cu})_0$	$n(\text{Ag})_0$	n_2
En cours	x	$n_1 - 2x$	$n(\text{Cu})_0 - x$	$n(\text{Ag})_0 + 2x$	$n_2 + x$
État final	x_f	$n_1 - 2x_f$	$n(\text{Cu})_0 - x_f$	$n(\text{Ag})_0 + 2x_f$	$n_2 + x_f$

Tableau ci-dessus, avec $n_1 = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol, $n_2 = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol et $n(\text{Cu})_0 = 1{,}6 \times 10^{-2}$ mol.

PIÈGE
Oublier les coefficients 2 devant x pour Ag^+ et Ag, ou laisser les volumes en mL dans $n = CV$.

À LA CALCULATRICE



3.2 Partie B. Quel est le réactif limitant ?

Données utiles $n_1 = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol ; $n(\text{Cu})_0 = 1{,}6 \times 10^{-2}$ mol (Q3.1)

La transformation est quasi totale (partie A) : $x_f = x_{max}$.

Si Ag^+ est limitant : $n_1 - 2x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \dfrac{n_1}{2} = \dfrac{2{,}0 \times 10^{-3}}{2} = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol.

Si Cu est limitant : $n(\text{Cu})_0 - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 1{,}6 \times 10^{-2}$ mol.

On retient la plus petite valeur.

Le réactif limitant est l'ion argent Ag^+ ; $x_{max} = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol.

PIÈGE
Comparer directement n_1 et $n(\text{Cu})_0$ sans diviser n_1 par le coefficient 2.

3.3 Partie B. Quelle est la concentration en ions cuivre (II) en fin de réaction ?

Données utiles $n_2 = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol (Q3.1) ; $x_{max} = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol (Q3.2) ; $V_2 = 20$ mL

Les ions Cu^{2+} restent dans le bécher de volume V_2 :

$$[\text{Cu}^{2+}]_f = \frac{n_2 + x_{max}}{V_2} = \frac{1{,}0 \times 10^{-3} + 1{,}0 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-3}}$$

$[\text{Cu}^{2+}]_f = 1{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1}

PIÈGE
Diviser par $V_1 + V_2 = 40$ mL comme en partie A : dans la pile, les deux solutions ne sont pas mélangées.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.0 \times 10^{-3} + 1.0 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-3}} \approx 0.1$$

3.4 Partie B. Déterminer la quantité d'électricité qui a traversé la résistance entre le début et l'arrêt du fonctionnement de la pile.

Données utiles $x_{max} = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol (Q3.2) ; $F = 96{,}5 \times 10^{3}$ C · mol^{-1}

D'après $\mathrm{Ag^+(aq) + e^- = Ag(s)}$, chaque ion $\mathrm{Ag^+}$ consommé correspond à un électron échangé : $n(\mathrm{e^-}) = n_1 = 2x_{max}$.

$Q = n(\mathrm{e^-}) \times F = 2\,x_{max}\,F = 2 \times 1{,}0 \times 10^{-3} \times 96{,}5 \times 10^{3} = 193$ C

$Q = 1{,}9 \times 10^{2}$ C

PIÈGE
Écrire $Q = x_{max}\,F$: quand l'avancement augmente d'une mole, deux moles d'électrons circulent.

COMPRENDRE
Le faraday est la charge d'une mole d'électrons : $F = N_A \times e$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$2 \times 1.0 \times 10^{-3} \times 96.5 \times 10^{3} \approx 193$$

3.5 Partie B. En déduire la valeur de la capacité de cette pile, exprimée en A·h.

Données utiles $Q = 193$ C (Q3.4) ; $1\ \mathrm{A \cdot h} = 3{,}6 \times 10^{3}$ C

La capacité est la quantité d'électricité maximale que la pile peut fournir : c'est Q, à convertir en A·h.

$$\text{Capacité} = \frac{Q}{3{,}6 \times 10^{3}} = \frac{193}{3{,}6 \times 10^{3}} = 5{,}4 \times 10^{-2}\ \mathrm{A \cdot h}$$

Capacité de la pile : $5{,}4 \times 10^{-2}$ A · h, soit 54 mA · h.

COMPRENDRE
$1\ \mathrm{A \cdot h}$ est la charge débitée par un courant de 1 A pendant 1 h, soit 1×3600 C. Cette pile pourrait débiter 54 mA pendant une heure.

MÉTHODE
Calculer avec la valeur non arrondie $Q = 193$ C ; avec $1{,}9 \times 10^{2}$ C, on trouverait 53 mA·h.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{193}{3.6 \times 10^{3}} \approx 0.05361111$$