Corrigé complet — Bac S 2003 Amérique du Sud (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Hémisynthèse de l'aspirine au laboratoire** Groupes caractéristiques · Estérification · Quotient de réaction et constante d'équilibre · Taux d'avancement final · Chauffage à reflux et catalyse · Rendement d'une synthèse	6,5 pts	1 h 18	21 questions	p. 2
Ex 2	**Spécialité : Lunette ou télescope** Diamètre apparent · Lunette astronomique afocale · Construction d'une image par une lentille · Grossissement · Télescope de Newton · Miroir plan	4 pts	52 min	14 questions	p. 8
Ex 3	**Le radon un danger méconnu** Composition d'un noyau · Désintégration alpha et lois de conservation · Caractère aléatoire de la radioactivité · Moyenne et écart-type · Loi de décroissance radioactive · Demi-vie	4 pts	52 min	13 questions	p. 13
Ex 4	**Le grand saut: une chute libre?** Chute libre · Deuxième loi de Newton · Équations horaires et trajectoire · Conservation de l'énergie mécanique · Frottement fluide et vitesse limite · Analyse dimensionnelle	5,5 pts	1 h 05	13 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Hémisynthèse de l'aspirine au laboratoire

Bac S 2003 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

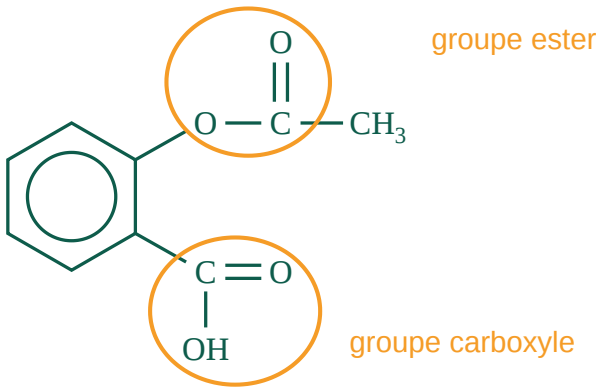
1 Recopier la formule de l'aspirine, puis entourer et nommer ses deux groupes caractéristiques.

La molécule porte deux groupes caractéristiques, entourés sur la formule :

- le groupe $-O-CO-CH_3$, lié au cycle par un atome d'oxygène : groupe **ester** ;
- le groupe $-COOH$: groupe **carboxyle** (fonction acide carboxylique).

Groupe ester ($-O-CO^-$) et groupe carboxyle ($-COOH$).

PIÈGE
Entourer seulement $C=O$ ne suffit pas : ce motif est commun aux deux groupes. L'ester comprend l'oxygène lié au cycle ; le carboxyle comprend le $-OH$.



1 · Formule de l'aspirine : les deux groupes caractéristiques entourés

2.1 Comment appelle-t-on la réaction de l'acide éthanoïque sur le groupe hydroxyle de l'acide salicylique ?

Un acide carboxylique réagit avec un groupe hydroxyle $-OH$ pour former un ester et de l'eau.

C'est une **estérification**.

2.2 Écrire l'équation de la réaction en utilisant les formules semi-développées.

Le groupe hydroxyle de l'acide salicylique réagit avec le groupe carboxyle de l'acide éthanoïque ; le cycle benzénique, noté C_6H_4, n'est pas modifié.

$$HO-C_6H_4-COOH + CH_3-COOH = CH_3-COO-C_6H_4-COOH + H_2O$$

acide salicylique + acide éthanoïque = aspirine + eau, soit l'équation écrite ci-dessus.

PIÈGE
Oublier la molécule d'eau parmi les produits, ou faire réagir le groupe carboxyle de l'acide salicylique à la place de son groupe hydroxyle.

MÉTHODE
Vérifier la conservation des éléments : $C_7H_6O_3 + C_2H_4O_2$ à gauche, $C_9H_8O_4 + H_2O$ à droite, soit 9 C, 10 H et 5 O de chaque côté.

2.3 Quelles sont les principales caractéristiques de cette réaction ?

L'estérification est une transformation **lente** et **limitée** (non totale) : elle conduit à un état d'équilibre, car la réaction inverse, l'hydrolyse de l'ester, a lieu en même temps.

COMPRENDRE
Lente et limitée sont deux propriétés distinctes : la première concerne la durée nécessaire pour atteindre l'état final (cinétique), la seconde la composition de cet état final (équilibre).

3.1 Compléter le tableau d'avancement de l'annexe, en notant l'acide salicylique ROH et l'acide acétique R'CO2H.

Données utiles mélange initial : 0,10 mol d'acide acétique et 0,10 mol d'acide salicylique

Équation : $\mathrm{ROH} + \mathrm{R'CO_2H} = \text{ester} + \mathrm{H_2O}$. Tous les nombres stœchiométriques valent 1 : chaque réactif perd x mol, chaque produit gagne x mol.

État final théorique (transformation supposée totale) : $0{,}10 - x_{max} = 0$ pour les deux réactifs.

Tableau complété ci-dessous, avec $x_{max} = 0{,}10$ mol.

COMPRENDRE
Le tableau distingue l'état final théorique (avancement x_{max}, un réactif épuisé) et l'état final réel (avancement x_f, l'équilibre). Pour une transformation limitée, $x_f < x_{max}$.

Équation	ROH	+	R'CO$_2$H	=	ester	+	H$_2$O
Quantité de matière dans l'état initial (mol)	0,10		0,10		0		0
Quantité de matière en cours de transformation (mol)	0,10 − x		0,10 − x		x		x
Quantité de matière théorique dans l'état final (mol)	0,10 − x_{max} = 0		0,10 − x_{max} = 0		x_{max}		x_{max}
Quantité de matière dans l'état final (mol)	0,10 − x_f		0,10 − x_f		x_f		x_f

3.1 · Annexe complétée : tableau d'avancement

3.2.1 Exprimer le quotient de réaction Q_r en fonction de l'avancement x.

En notant V le volume du mélange :

$$Q_r = \frac{[\text{ester}]\,[\mathrm{H_2O}]}{[\mathrm{ROH}]\,[\mathrm{R'CO_2H}]} = \frac{\frac{x}{V} \times \frac{x}{V}}{\frac{0{,}10 - x}{V} \times \frac{0{,}10 - x}{V}}$$

Le volume V se simplifie :

$$Q_r = \left(\frac{x}{0{,}10 - x}\right)^2, \text{ avec } x \text{ en mol.}$$

PIÈGE
Retirer l'eau de Q_r par habitude. Ici l'eau n'est pas le solvant : c'est un produit de la réaction, en quantité comparable aux autres espèces, et sa concentration figure dans le quotient.

3.2.2 Calculer la valeur $Q_{r,i}$ du quotient de réaction dans l'état initial.

Dans l'état initial, $x = 0$: le mélange ne contient ni ester ni eau.

$$Q_{r,i} = \left(\frac{0}{0{,}10}\right)^2 = 0$$

3.2.3 Sachant que $K = 7{,}0 \times 10^{-3}$, préciser le sens d'évolution de la réaction.

Données utiles $K = 7{,}0 \times 10^{-3}$; $Q_{r,i} = 0$ (3.2.2)

$Q_{r,i} = 0 < K$: d'après le critère d'évolution spontanée, Q_r doit augmenter jusqu'à atteindre K.

Le système évolue dans le **sens direct** : celui de l'estérification (formation de l'ester et de l'eau).

MÉTHODE
Comparer $Q_{r,i}$ à K : si $Q_{r,i} < K$, évolution en sens direct ; si $Q_{r,i} > K$, sens inverse ; si $Q_{r,i} = K$, le système est déjà à l'équilibre.

3.3.1 Montrer que la constante d'équilibre se met sous la forme $K = \left(\dfrac{x_f}{0{,}10 - x_f}\right)^2$.

À l'équilibre, le quotient de réaction est égal à la constante d'équilibre : $K = Q_{r,éq}$.

L'avancement vaut alors x_f ; d'après l'expression de la question 3.2.1 écrite pour $x = x_f$:

$$K = Q_{r,éq} = \left(\frac{x_f}{0{,}10 - x_f}\right)^2$$

3.3.2 En déduire la valeur numérique de x_f.

Données utiles $K = 7{,}0 \times 10^{-3}$

$x_f > 0$ et $0{,}10 - x_f > 0$: on garde la racine positive, $\dfrac{x_f}{0{,}10 - x_f} = \sqrt{K}$.

$x_f = \sqrt{K}\,(0{,}10 - x_f)$, donc $x_f\,(1 + \sqrt{K}) = 0{,}10\,\sqrt{K}$:

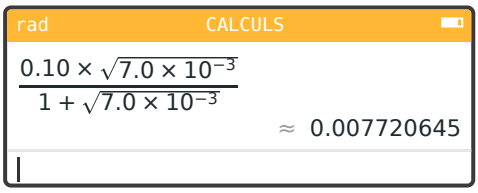
$$x_f = \frac{0{,}10\,\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}} = \frac{0{,}10 \times \sqrt{7{,}0 \times 10^{-3}}}{1 + \sqrt{7{,}0 \times 10^{-3}}}$$

$$x_f = 7{,}7 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $0{,}10$ mol et K.
Vérification : $\left(\dfrac{7{,}7 \times 10^{-3}}{0{,}10 - 7{,}7 \times 10^{-3}}\right)^2 \approx 7{,}0 \times 10^{-3}$, on retrouve bien K.

MÉTHODE
Prendre la racine carrée des deux membres évite de développer une équation du second degré. La racine négative est écartée car les quantités de matière sont positives.

À LA CALCULATRICE



3.3.3 Définir le taux d'avancement final de la transformation.

Le taux d'avancement final est le rapport de l'avancement final, réellement atteint, à l'avancement maximal, qui serait atteint si la transformation était totale.

$\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ (sans unité, compris entre 0 et 1)

3.3.4 Montrer que le taux d'avancement final est inférieur à 8 %.

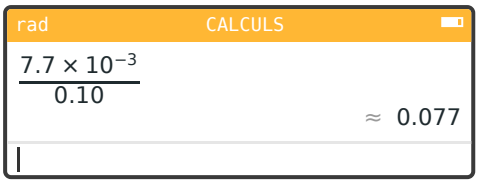
Données utiles $x_f = 7{,}7 \times 10^{-3}$ mol (3.3.2) ; $x_{max} = 0{,}10$ mol (3.1)

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{7{,}7 \times 10^{-3}}{0{,}10} = 7{,}7 \times 10^{-2}$$

$\tau = 7{,}7\,\% < 8\,\%$: la transformation est très limitée.

COMPRENDRE
Moins de 8 % des réactifs sont transformés en aspirine : c'est ce qui justifie de remplacer l'acide éthanoïque par l'anhydride éthanoïque dans la partie 4.

À LA CALCULATRICE



4.1.1 Comment nomme-t-on ce type de montage ?

Le ballon chauffé est surmonté d'un réfrigérant à boules vertical.

C'est un montage de **chauffage à reflux**.

4.1.2 Quel est le rôle du réfrigérant à boules ?

Les vapeurs qui s'échappent du mélange chaud se liquéfient au contact des parois froides du réfrigérant, puis retombent dans le ballon.

Il condense les vapeurs : on chauffe **sans perte de matière** (ni réactifs ni produits).

4.1.3 Pourquoi chauffe-t-on le mélange réactionnel ?

La température est un facteur cinétique.

Chauffer **accélère** la transformation : l'état final est atteint plus rapidement.

4.1.4 Quel est le rôle de l'acide sulfurique ?

L'acide sulfurique est un **catalyseur** : il augmente la vitesse de la réaction sans figurer dans son équation et sans modifier l'état final.

PIÈGE
Écrire que le catalyseur améliore le rendement. Il agit sur la durée de la transformation, pas sur la composition de l'état final.

4.1.5 Pourquoi faut-il utiliser un ballon bien sec ?

L'anhydride éthanoïque réagit facilement avec l'eau en donnant de l'acide éthanoïque : $(CH_3CO)_2O + H_2O \longrightarrow 2\,CH_3COOH$.

Dans un ballon humide, une partie de l'anhydride serait détruite avant de réagir avec l'acide salicylique ; l'acide éthanoïque formé ne donnerait qu'une estérification très limitée.

COMPRENDRE
Cette même réaction avec l'eau est utilisée volontairement en fin de synthèse (question 4.2) : les 10 mL d'eau distillée détruisent l'anhydride restant.

4.1.6 Quelles précautions faut-il prendre pour introduire l'anhydride éthanoïque et l'acide sulfurique concentré dans le ballon ?

L'anhydride éthanoïque et l'acide sulfurique concentré sont corrosifs ; les vapeurs d'anhydride sont irritantes.

Porter une blouse, des gants et des lunettes de protection, et manipuler sous la hotte ; verser l'acide sulfurique goutte à goutte.

4.2.1 Montrer que l'anhydride acétique a été introduit en excès.

Données utiles $m_{ac} = 10{,}0$ g ; $M_{ac} = 138$ g · mol^{-1} ; $V = 12$ mL ; $\rho = 1{,}08$ g · mL^{-1} ; $M_{anh} = 102$ g · mol^{-1}

Acide salicylique : $n_{ac} = \dfrac{m_{ac}}{M_{ac}} = \dfrac{10{,}0}{138} = 7{,}25 \times 10^{-2}$ mol

Anhydride éthanoïque : $n_{anh} = \dfrac{\rho V}{M_{anh}} = \dfrac{1{,}08 \times 12}{102} = 0{,}13$ mol

D'après l'équation, les deux réactifs réagissent mole à mole. Si la transformation est totale :

- acide salicylique épuisé : $x_{max} = 7{,}25 \times 10^{-2}$ mol ;
- anhydride épuisé : $x_{max} = 0{,}13$ mol.

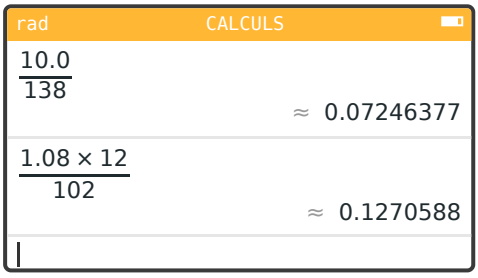
La plus petite valeur est la bonne : $x_{max} = 7{,}25 \times 10^{-2}$ mol. Il reste alors $0{,}13 - 0{,}0725 \approx 0{,}05$ mol d'anhydride.

$n_{anh} = 0{,}13$ mol $> n_{ac} = 7{,}25 \times 10^{-2}$ mol : l'acide salicylique est le réactif limitant, l'anhydride est en **excès**.

PIÈGE
Comparer les masses (10,0 g et 13 g) au lieu des quantités de matière. Pour un liquide, passer d'abord par la masse : $m = \rho V$.

COMPRENDRE
n_{anh} est donné avec deux chiffres significatifs seulement : le volume, mesuré à l'éprouvette graduée, vaut 12 mL. Cette précision suffit pour un réactif en excès.

À LA CALCULATRICE



4.2.2 Calculer la masse théorique m_{th} d'aspirine que l'on peut obtenir en considérant la transformation comme totale.

Données utiles $n_{ac} = 7{,}25 \times 10^{-2}$ mol (4.2.1) ; $M_{asp} = 180$ g · mol^{-1}

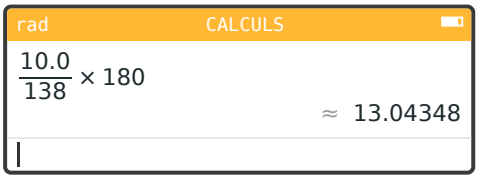
Une mole d'acide salicylique donne une mole d'aspirine. Si la transformation est totale : $n_{asp} = x_{max} = n_{ac}$.

$$m_{th} = n_{ac} \times M_{asp} = \frac{m_{ac}}{M_{ac}} \times M_{asp} = \frac{10{,}0}{138} \times 180$$

$m_{th} = 13{,}0$ g

PIÈGE
Partir de la quantité d'anhydride : la quantité de produit est fixée par le réactif limitant, ici l'acide salicylique.

À LA CALCULATRICE



4.2.3 Définir et calculer le rendement de cette transformation.

Données utiles $m_{exp} = 10{,}8$ g ; $m_{th} = 13{,}0$ g (4.2.2)

Le rendement est le rapport de la quantité de produit réellement obtenue à la quantité maximale que l'on obtiendrait si la transformation était totale. Les deux quantités concernent la même espèce, donc :

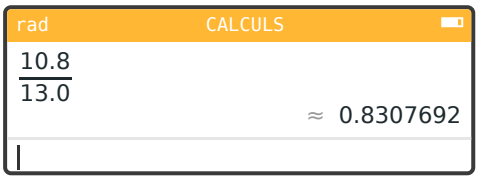
$$\eta = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{m_{exp}}{m_{th}} = \frac{10{,}8}{13{,}0}$$

$\eta = 0{,}83$, soit un rendement de $83\ \%$.

COMPRENDRE

Le rendement reste inférieur à 100 % : une partie de l'aspirine demeure dissoute dans l'eau lors de la cristallisation, et il y a des pertes à la filtration et au rinçage.

À LA CALCULATRICE



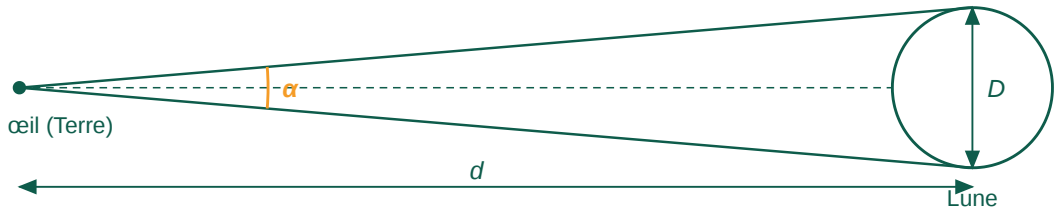
Spécialité : Lunette ou télescope

Bac S 2003 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Rappeler la définition du diamètre apparent (un schéma clairement annoté est accepté).

Le diamètre apparent α d'un objet est l'angle sous lequel un observateur voit cet objet à l'œil nu : c'est l'angle formé par les deux rayons qui arrivent à l'œil depuis les bords opposés de l'objet.

α : angle sous lequel l'objet est vu à l'œil nu.



1.1.1 · Diamètre apparent α de la Lune

1.1.2 Calculer le diamètre réel de la Lune.

Données utiles $\alpha = 9{,}3 \times 10^{-3}$ rad ; distance Terre-Lune $d = 3{,}8 \times 10^{5}$ km

Dans le triangle rectangle formé par l'œil, le centre de la Lune et un bord de la Lune : $\tan\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{D/2}{d}$.

L'angle est petit et exprimé en radian : $\tan\dfrac{\alpha}{2} \approx \dfrac{\alpha}{2}$, donc $\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{D}{2d}$, soit $D = \alpha \times d$.

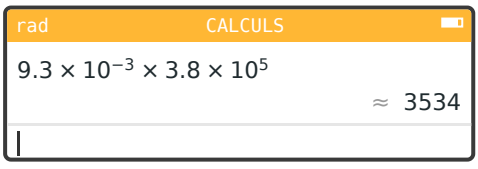
$$D = 9{,}3 \times 10^{-3} \times 3{,}8 \times 10^{5}$$

$D = 3{,}5 \times 10^{3}$ km

PIÈGE
La relation $D = \alpha \times d$ n'est valable que pour un angle en radian. Avec un angle en degré, il faut d'abord le convertir.

COMPRENDRE
Les deux données ont deux chiffres significatifs : le résultat en garde deux. D sort dans l'unité de d, ici le kilomètre.

À LA CALCULATRICE



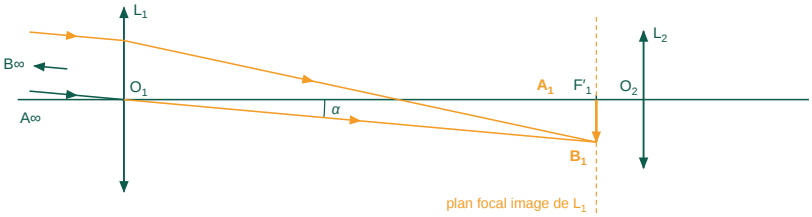
1.2.1 Sur la figure 1 de l'annexe, construire l'image A_1B_1 de l'objet AB donnée par l'objectif L_1.

L'objet AB est à l'infini : son image se forme dans le plan focal image de L_1. Le point A est sur l'axe optique, donc A_1 est confondu avec F'_1.

Le rayon issu de B qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : B_1 est le point où ce rayon coupe le plan focal image.

A_1B_1 est dans le plan focal image de L_1, avec A_1 en F'_1 ; elle est renversée.

MÉTHODE
Tous les rayons issus de B arrivent parallèles entre eux. Après L_1, ils passent tous par B_1 : un second rayon tracé ainsi permet de contrôler la construction.



1.2.1 · Figure 1 de l'annexe : image A_1B_1 donnée par l'objectif

1.2.2 Calculer la grandeur de l'image A_1B_1.

Données utiles $\alpha = 9{,}3 \times 10^{-3}$ rad ; $f'_1 = 100$ cm

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\alpha = \dfrac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$.

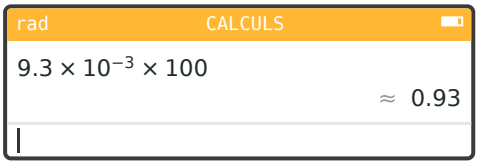
Comme $\tan\alpha \approx \alpha$: $A_1B_1 = \alpha \times f'_1$.

$$A_1B_1 = 9{,}3 \times 10^{-3} \times 100$$

$A_1B_1 = 0{,}93$ cm, soit 9,3 mm

COMPRENDRE
L'angle α se retrouve en O_1 entre l'axe et le rayon non dévié : c'est ce qui relie la taille de l'image au diamètre apparent de l'astre.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Quelle position particulière doit occuper A_1B_1 pour que l'image $A'B'$ soit rejetée à l'infini ?

Une lentille convergente donne une image à l'infini d'un objet placé dans son plan focal objet.

A_1B_1 doit se trouver dans le plan focal objet de l'oculaire L_2.

COMPRENDRE
Un œil normal voit net sans accommoder un objet situé à l'infini : l'observation se fait alors sans fatigue. La lunette ainsi réglée est dite afocale.

1.3.2 En déduire la position des foyers de la lentille L_2 et les marquer sur la figure 1.

A_1 est en F'_1 et doit être dans le plan focal objet de L_2 : le foyer objet F_2 est confondu avec F'_1.

Le foyer image F'_2 est le symétrique de F_2 par rapport à O_2, de l'autre côté de la lentille.

F_2 confondu avec F'_1 ; F'_2 symétrique de F_2 par rapport à O_2 (figure de la question 1.3.3).

COMPRENDRE
Sur l'annexe, la distance F'_1O_2 vaut bien le dixième de $O_1F'_1$: le schéma respecte $f'_2 = 10{,}0$ cm pour $f'_1 = 100$ cm.

1.3.3 Construire l'image $A'B'$ sur la figure 1.

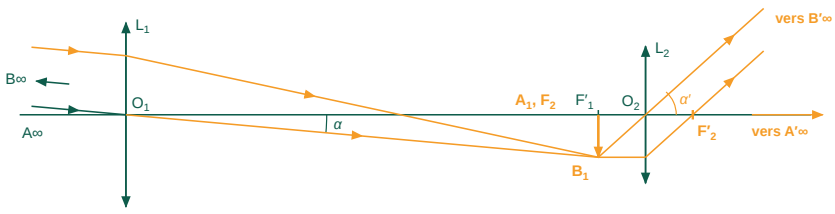
On trace deux rayons issus de B_1 :

- celui qui passe par O_2 n'est pas dévié ;
- celui qui arrive parallèlement à l'axe optique émerge en passant par F'_2.

Ces deux rayons émergent parallèles entre eux : B' est à l'infini dans leur direction. A' est à l'infini sur l'axe optique.

L'image $A'B'$ est à l'infini.

PIÈGE
Ne pas chercher un point d'intersection des rayons émergents : ils sont parallèles. On indique seulement la direction de B' à l'infini.



1.3.3 · Figure 1 de l'annexe complétée : foyers de L₂ et image A'B' à l'infini

1.4.1 Calculer l'angle α' sous lequel on voit l'image $A'B'$.

Données utiles $f'_2 = 10{,}0$ cm ; $A_1B_1 = 0{,}93$ cm (1.2.2)

α' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents, donc aussi l'angle en O_2 du triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 :

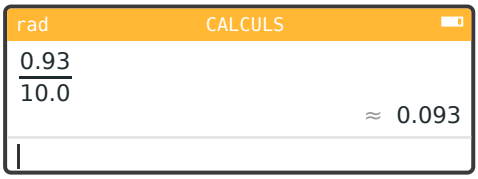
$$\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} = \frac{A_1B_1}{f'_2}, \text{ et } \tan\alpha' \approx \alpha'.$$

$$\alpha' = \frac{0{,}93}{10{,}0}$$

$\alpha' = 9{,}3 \times 10^{-2}$ rad

PIÈGE
Les deux longueurs doivent être dans la même unité (ici le centimètre) : le rapport donne alors directement un angle en radian.

À LA CALCULATRICE



1.4.2 En déduire le grossissement de la lunette.

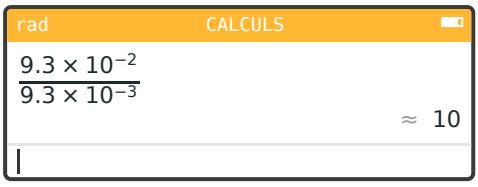
Données utiles $\alpha = 9{,}3 \times 10^{-3}$ rad ; $\alpha' = 9{,}3 \times 10^{-2}$ rad (1.4.1)

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{9{,}3 \times 10^{-2}}{9{,}3 \times 10^{-3}}$$

$G = 10$

COMPRENDRE
G est un rapport de deux angles : il n'a pas d'unité. La Lune est vue sous un angle dix fois plus grand qu'à l'œil nu.

À LA CALCULATRICE



1.4.3 Vérifier que la relation indiquée dans le texte pour calculer le grossissement donne le même résultat.

Données utiles $f'_1 = 100$ cm ; $f'_2 = 10{,}0$ cm

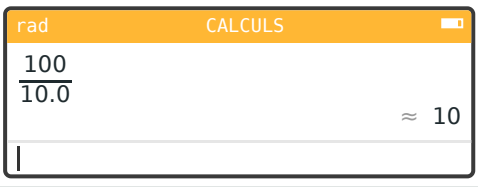
D'après le texte, le grossissement est le quotient de la distance focale de l'objectif par celle de l'oculaire :

$$G = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{100}{10{,}0}$$

$G = 10{,}0$: on retrouve la valeur de la question 1.4.2.

MÉTHODE
La relation se démontre avec les questions précédentes : $\alpha = \frac{A_1B_1}{f'_1}$ et $\alpha' = \frac{A_1B_1}{f'_2}$, donc $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f'_1}{f'_2}$.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Quel est, d'après le texte, le rôle du miroir secondaire ?

Le miroir secondaire reçoit la lumière renvoyée par le miroir primaire et la réfléchit à son tour vers l'oculaire.

2.1.2 Pourquoi ce miroir est-il indispensable dans un télescope ?

Le miroir primaire renvoie la lumière vers l'entrée du tube : l'image A_1B_1 se forme à l'intérieur du tube, sur le trajet de la lumière qui arrive de l'astre.

Pour l'observer directement, il faudrait placer l'oculaire et la tête de l'observateur devant le miroir primaire : ils arrêteraient la lumière incidente.

Le miroir secondaire dévie le faisceau sur le côté du tube, où l'on peut placer l'oculaire sans masquer l'astre.

COMPRENDRE
Le petit miroir plan intercepte lui aussi un peu de lumière incidente, mais bien moins qu'un observateur placé dans l'axe du tube.

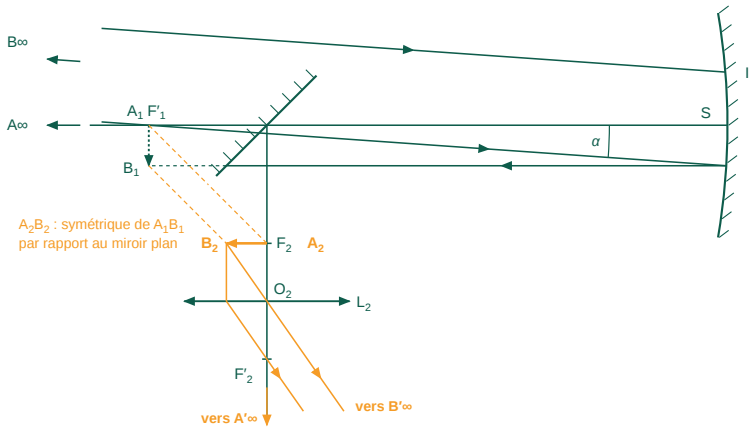
2.2.1 Sur la figure 2, construire l'image A_2B_2 donnée par le miroir plan, puis l'image définitive $A'B'$ donnée par l'oculaire.

Un miroir plan donne d'un objet une image symétrique par rapport à son plan : A_2 et B_2 sont les symétriques de A_1 et B_1 par rapport au miroir secondaire. A_2 se trouve sur l'axe de l'oculaire, confondu avec F_2.

A_2B_2 est dans le plan focal objet de L_2. On trace deux rayons issus de B_2 : celui qui passe par O_2 n'est pas dévié, celui qui est parallèle à l'axe de L_2 émerge en passant par F'_2.

Les rayons émergents sont parallèles : l'image définitive $A'B'$ est à l'infini.

MÉTHODE
Symétrique d'un point par rapport au miroir : tracer la perpendiculaire au miroir passant par ce point et reporter la même distance de l'autre côté.



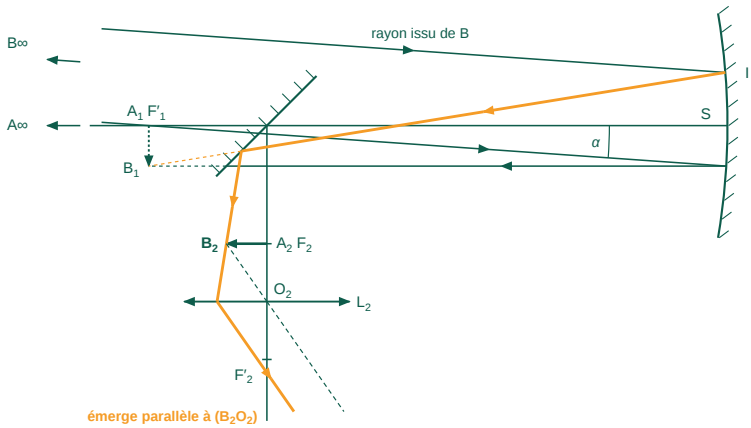
2.2.1 · Figure 2 de l'annexe : image A_2B_2 puis image $A'B'$ à l'infini

2.2.2 Compléter sur la figure 2 le trajet, dans le télescope, du rayon issu de B qui frappe le miroir principal en I.

- Le miroir primaire donne de B l'image B_1 : le rayon réfléchi en I se dirige vers B_1.
- Il rencontre avant le miroir plan, qui le réfléchit vers B_2, image de B_1.
- Après B_2, il traverse l'oculaire et émerge parallèlement à la droite (B_2O_2), puisque B' est à l'infini dans cette direction.

Trajet : I, miroir plan, B_2, oculaire, puis sortie parallèle à (B_2O_2).

PIÈGE
Le rayon n'atteint jamais B_1 : on ne trace vers B_1 qu'un prolongement en pointillés au-delà du miroir plan.



2.2.2 · Figure 2 de l'annexe : trajet du rayon issu de B qui arrive en I

Le radon un danger méconnu

Bac S 2003 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Donner la composition du noyau de l'isotope $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$ du radon.

Le numéro atomique est $Z = 86$: le noyau contient 86 protons.

Le nombre de nucléons est $A = 222$: il contient $A - Z = 222 - 86 = 136$ neutrons.

Noyau de radon 222 : **86 protons et 136 neutrons**.

PIÈGE
Répondre « 222 neutrons » : 222 est le nombre total de nucléons. Les électrons n'appartiennent pas au noyau, il ne faut pas les citer.

1.2 Écrire l'équation de la désintégration du radon 222, en rappelant les lois de conservation utilisées (noyau fils non excité).

Données utiles le radon 222 émet des particules α ; $Z = 84$: polonium Po

Une particule α est un noyau d'hélium $^{4}_{2}\mathrm{He}$. L'équation s'écrit $^{222}_{86}\mathrm{Rn} \longrightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Lois de conservation (lois de Soddy) :

- conservation du nombre de nucléons : $222 = 4 + A$, donc $A = 218$;
- conservation du nombre de charge : $86 = 2 + Z$, donc $Z = 84$.

D'après le tableau, $Z = 84$ correspond au polonium.

$^{222}_{86}\mathrm{Rn} \longrightarrow {}^{218}_{84}\mathrm{Po} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

COMPRENDRE
Le noyau fils n'étant pas excité, aucun rayonnement γ n'accompagne la désintégration : l'équation ne comporte que deux produits.

1.3 Expliquer brièvement pourquoi l'état gazeux du radon le rend dangereux.

Parce qu'il est gazeux, le radon s'échappe des roches, se mêle à l'air et s'accumule dans les locaux mal aérés. Il est alors inhalé : les désintégrations α du radon, puis celles de ses descendants solides qui se déposent dans les voies respiratoires, ont lieu au contact direct des cellules des poumons.

Gazeux, le radon est **respiré** : il irradie les poumons de l'intérieur.

2.1.1 La demi-vie du radon est très supérieure à la durée de l'expérience. Pourquoi le nombre d'événements détectés par seconde varie-t-il ?

En moins d'une heure, le nombre de noyaux de radon dans la fiole ne change pratiquement pas : la décroissance n'explique pas ces écarts.

La désintégration d'un noyau est un phénomène **aléatoire** : on ne peut pas prévoir l'instant où un noyau donné se désintègre. Le nombre de désintégrations pendant une durée fixée fluctue donc autour d'une valeur moyenne.

Les variations de n traduisent le **caractère aléatoire** de la désintégration radioactive.

2.1.2 Calculer la moyenne $\overline{n}$ et l'écart-type σ de cette série de mesures.

Données utiles les 20 valeurs de n du tableau

Moyenne : $\overline{n} = \dfrac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} n_i = \dfrac{161}{20} = 8{,}05\ \text{s}^{-1}$

Écart-type : $\sigma = \sqrt{\dfrac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}(n_i - \overline{n})^2} = \sqrt{\dfrac{178{,}95}{20}} = 2{,}99\ \text{s}^{-1}$

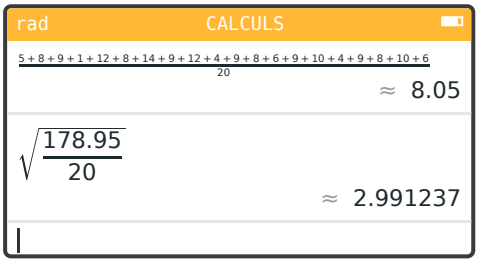
Ces deux valeurs s'obtiennent directement avec le mode statistique de la calculatrice.

$\overline{n} = 8{,}05\ \text{s}^{-1}$ et $\sigma = 2{,}99\ \text{s}^{-1}$

PIÈGE
La calculatrice affiche deux écarts-types : $\sigma \approx 2{,}99$ (division par 20) et $s \approx 3{,}07$ (division par 19). La question désigne σ.

MÉTHODE
Saisir les 20 valeurs dans une liste, puis lancer les statistiques à une variable. Vérifier que l'effectif affiché vaut bien 20 avant de relever la moyenne et l'écart-type.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Calculer l'activité moyenne du gaz prélevé en $\text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$.

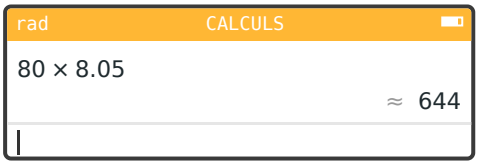
Données utiles $\overline{A} = k \times \overline{n}$; $k = 80$; $\overline{n} = 8{,}05\ \text{s}^{-1}$ (2.1.2)

$\overline{A} = k \times \overline{n} = 80 \times 8{,}05 = 644\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$

$\overline{A} = 6{,}4 \times 10^2\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$

COMPRENDRE
Le coefficient $k = 80$ n'a que deux chiffres significatifs : le résultat est arrondi à deux chiffres, d'où l'écriture $6{,}4 \times 10^2$ plutôt que 644.

À LA CALCULATRICE



2.2.2 Quelles vont être les conclusions du technicien sur la qualité de l'air dans la cave, d'après le texte ?

Données utiles seuil préconisé par l'Union européenne : $400\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$; $\overline{A} = 6{,}4 \times 10^2\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$ (2.2.1)

$6{,}4 \times 10^2\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3} > 400\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$: l'activité volumique moyenne dépasse le seuil à partir duquel l'Union européenne demande des actions correctives.

L'air de la cave **n'est pas conforme** : il faut agir, d'abord en ventilant mieux la cave.

3.1.1 Justifier l'allure de la courbe $\ln \overline{A} = f(t)$ tracée.

Données utiles $\overline{A} = \overline{A}_0 \times e^{-\lambda t}$

On prend le logarithme népérien de la loi de décroissance :

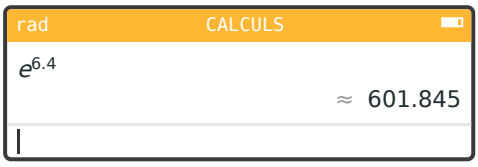
$$\ln \overline{A} = \ln\left(\overline{A}_0 \times e^{-\lambda t}\right) = \ln \overline{A}_0 - \lambda t$$

$\ln \overline{A}$ est une fonction affine de t, de la forme $y = a\,t + b$ avec $a = -\lambda < 0$ et $b = \ln \overline{A}_0$.

La courbe est une **droite décroissante**, de coefficient directeur $-\lambda$ et d'ordonnée à l'origine $\ln \overline{A}_0$.

COMPRENDRE
L'ordonnée à l'origine lue, environ 6,4, donne $\overline{A}_0 = e^{6,4} \approx 6,0 \times 10^2$ Bq · m^{-3} : c'est bien l'ordre de grandeur de l'activité trouvée en 2.2.1.

À LA CALCULATRICE



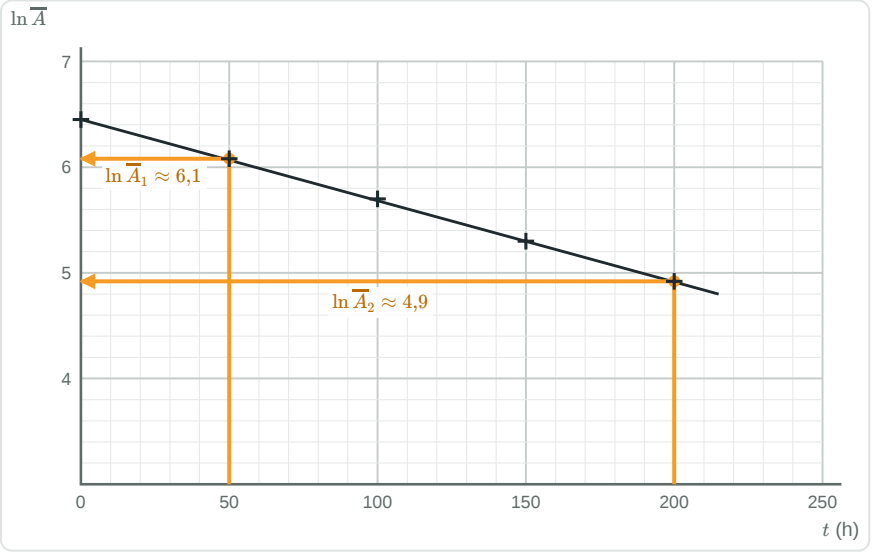
3.1.2 En déduire la valeur de la constante radioactive λ du radon 222 en h^{-1}.

Données utiles lectures sur la figure 1 : $\ln \overline{A}_1 \approx 6,1$ à $t_1 = 50$ h ; $\ln \overline{A}_2 \approx 4,9$ à $t_2 = 200$ h

Le coefficient directeur de la droite vaut $-\lambda$. On le calcule avec les deux points repérés sur la figure :

$$-\lambda = \frac{\ln \overline{A}_2 - \ln \overline{A}_1}{t_2 - t_1} = \frac{4,9 - 6,1}{200 - 50} = -8,0 \times 10^{-3}\ \text{h}^{-1}$$

$\lambda = 8,0 \times 10^{-3}$ h^{-1}

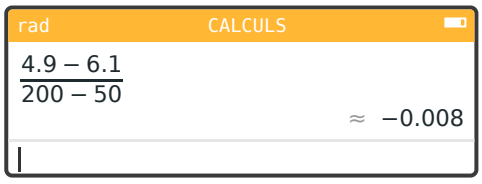


3.1.2 · Figure 1 du sujet, avec la lecture des deux points utilisés

PIÈGE
Oublier le signe : la pente est négative, mais λ est positive. Les ordonnées lues sont déjà des logarithmes : ne pas leur appliquer $\ln$ une seconde fois.

COMPRENDRE
Les ordonnées se lisent à 0,1 près, sur un écart de 1,2 seulement : λ n'est connue qu'à 10 % environ. Une lecture voisine (6,1 et 5,0) donnerait $7,3 \times 10^{-3}$ h^{-1}.

À LA CALCULATRICE



3.2.1 Définir en une phrase le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du radon.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la **moitié des noyaux** de radon 222 initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

COMPRENDRE
L'activité étant proportionnelle au nombre de noyaux restants, elle est elle aussi divisée par deux à chaque demi-vie.

3.2.2 Donner la relation entre le temps de demi-vie $t_{1/2}$ et la constante radioactive λ.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

MÉTHODE

Pour la retrouver : $N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$ donne $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$, soit $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$.

3.2.3 Calculer le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du radon 222.

Données utiles $\lambda = 8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{h}^{-1}$ (3.1.2)

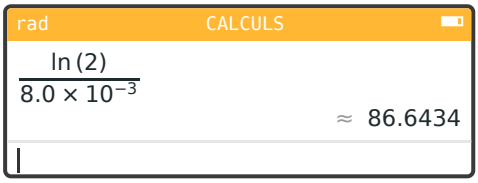
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{8{,}0 \times 10^{-3}} = 87\ \text{h}$$

$$t_{1/2} = 87\ \text{h}$$

PIÈGE

λ est en h^{-1} : la demi-vie obtenue est en heures, pas en secondes ni en jours.

À LA CALCULATRICE



3.2.4 Comparer cette valeur à celle donnée dans le texte encadré.

Données utiles texte : demi-vie de 3,8 jours ; $t_{1/2} = 87$ h (3.2.3)

Valeur du texte : $t_{1/2} = 3{,}8 \times 24 = 91$ h.

Écart relatif : $\dfrac{91 - 87}{91} = 0{,}04$, soit environ 4 %.

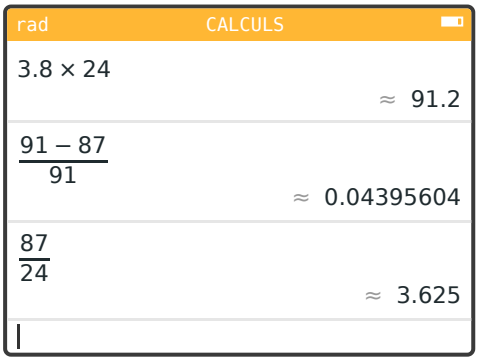
Cet écart est inférieur à l'imprécision de la lecture graphique dont dépend λ (ordonnées lues à 0,1 près).

$87\ \text{h} \approx 91\ \text{h}$ (soit 3,6 jours contre 3,8 jours) : la valeur expérimentale est **en accord** avec celle du texte.

MÉTHODE

Comparer deux valeurs impose de les mettre dans la même unité, puis de chiffrer l'écart (écart relatif) avant de conclure.

À LA CALCULATRICE



Le grand saut: une chute libre?

Bac S 2003 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1.1 Au sens des physiciens, quand dit-on qu'une chute est libre ?

Une chute est libre lorsque le système n'est soumis qu'à une seule force : son poids.

COMPRENDRE
Cela exclut tout frottement de l'air et la poussée d'Archimède. Une chute libre n'est pas forcément verticale : avec une vitesse initiale horizontale, la trajectoire est courbe.

1.1.2 Appliquer la deuxième loi de Newton et en déduire les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération du sauteur.

Système {sauteur}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, alors que l'axe Oz est dirigé vers le haut :

$a_x = 0$ et $a_z = -g$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : g désigne une valeur positive ($9{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$), mais l'axe Oz est orienté vers le haut.

1.2 Exprimer, dans le repère défini, les coordonnées v_{0x} et v_{0z} du vecteur vitesse initiale du sauteur.

À l'instant initial, le sauteur a la vitesse de l'avion, qui vole en palier horizontal : $\vec{v}_0$ est horizontal, dans le sens de Ox.

$v_{0x} = v_0$ et $v_{0z} = 0$

COMPRENDRE
Aucun calcul de primitive ici : la vitesse initiale est une donnée de l'énoncé, qu'il suffit de projeter sur les deux axes.

1.3.1 Déduire des résultats précédents les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement du sauteur.

Données utiles $a_x = 0$, $a_z = -g$ (1.1.2) ; $v_{0x} = v_0$, $v_{0z} = 0$ (1.2) ; à $t = 0$: $x_A = 0$, $z_A = h_0$

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_z ; les constantes sont les coordonnées de $\vec{v}_0$:

$$v_x(t) = v_0 \qquad v_z(t) = -g\,t$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche de nouveau les primitives ; les constantes sont les coordonnées du point A :

$x(t) = v_0\,t$ et $z(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + h_0$

PIÈGE
Oublier la constante h_0 dans $z(t)$: l'origine du repère est au sol, pas au point A.

MÉTHODE
Deux primitives successives, coordonnée par coordonnée. Chaque constante se détermine avec les conditions initiales : vitesse à $t = 0$, puis position à $t = 0$.

1.3.2 Quelle est l'équation de la trajectoire $z = f(x)$ du sauteur ? Comment nomme-t-on une telle portion de courbe ?

On élimine le temps : $x = v_0\,t$ donne $t = \dfrac{x}{v_0}$, que l'on reporte dans $z(t)$.

$z = -\dfrac{g}{2\,v_0^2}\,x^2 + h_0$: la trajectoire est un arc de parabole.

COMPRENDRE
z est une fonction du second degré de x, d'où la parabole. Le coefficient de x^2 est négatif : la courbe descend à partir de son sommet, le point A.

1.3.3 Au bout de quelle durée le sauteur atteindra-t-il l'altitude h_1 ?

Données utiles $h_0 = 3{,}0 \times 10^3$ m ; $h_1 = 1{,}0 \times 10^3$ m ; $g = 9{,}80\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

On cherche la date t_1 telle que $z(t_1) = h_1$:

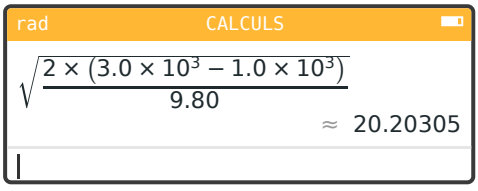
$$-\frac{1}{2} g\, t_1^2 + h_0 = h_1 \quad \text{soit} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2\,(h_0 - h_1)}{g}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \times (3{,}0 \times 10^3 - 1{,}0 \times 10^3)}{9{,}80}}$$

$t_1 = 20$ s

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme h_0 et h_1, les données les moins précises. Cette durée ne dépend pas de v_0 : le mouvement vertical est indépendant du mouvement horizontal.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Si la chute est libre, justifier sans calcul que l'énergie mécanique du sauteur se conserve entre l'altitude h_0 et l'altitude h_1.

En chute libre, le sauteur n'est soumis qu'à son poids, qui est une force conservative. Aucune force non conservative (frottement) ne travaille.

L'énergie mécanique $E_m = E_c + E_{pp}$ se conserve : l'énergie potentielle de pesanteur perdue est intégralement convertie en énergie cinétique.

MÉTHODE
Pour justifier une conservation de E_m : faire le bilan des forces, puis vérifier que seules des forces conservatives travaillent.

2.1.2 En déduire la valeur v_1 de la vitesse atteinte dans ce cas par le sauteur à l'altitude h_1.

Données utiles $v_0 = 130\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$; $h_0 = 3{,}0 \times 10^3$ m ; $h_1 = 1{,}0 \times 10^3$ m ; $g = 9{,}80\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Conservation de l'énergie mécanique entre A (altitude h_0) et le point d'altitude h_1 :

$$\frac{1}{2} m\, v_0^2 + m\, g\, h_0 = \frac{1}{2} m\, v_1^2 + m\, g\, h_1$$

d'où $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2\, g\, (h_0 - h_1)}$.

Conversion : $v_0 = \dfrac{130}{3{,}6} = 36{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

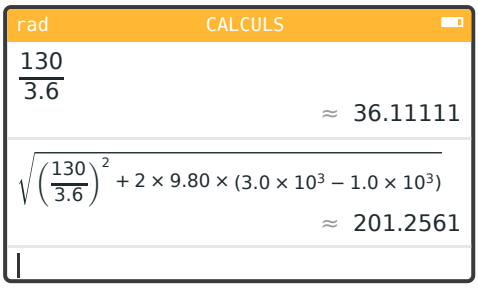
$$v_1 = \sqrt{\left(\frac{130}{3{,}6}\right)^2 + 2 \times 9{,}80 \times (3{,}0 \times 10^3 - 1{,}0 \times 10^3)}$$

$v_1 = 2{,}0 \times 10^2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser v_0 en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, ou oublier le terme v_0^2 : le sauteur possède déjà une énergie cinétique en quittant l'avion.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : en chute libre, la vitesse atteinte ne dépend pas de la masse du sauteur. Ici $v_1 \approx 720\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



2.2 En réalité, la vitesse du sauteur se stabilise à $v_1' = 55\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Comment expliquer cet écart ? La chute est-elle réellement libre ?

Données utiles $v_1 = 2{,}0 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (2.1.2)

La vitesse réelle est près de quatre fois plus faible que v_1. Le modèle a négligé la force de frottement exercée par l'air, qui s'oppose au mouvement et dissipe une partie de l'énergie mécanique.

Cette force augmente avec la vitesse : quand elle compense le poids, la somme des forces est nulle et la vitesse reste constante (vitesse limite).

Le sauteur est soumis à son poids et aux frottements de l'air : la chute n'est pas libre au sens des physiciens.

COMPRENDRE
Vitesse constante en ligne droite signifie forces qui se compensent (principe d'inertie), et non absence de forces.

3.1 Quelle est l'unité de K ?

Données utiles $F = \frac{1}{2} K \rho v^2$; $1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; ρ en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

On isole $K = \dfrac{2F}{\rho v^2}$; le facteur 2 est sans unité.

$$\text{unité de } K = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}\times\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}} = \text{m}^2$$

K s'exprime en m^2 : $K = 38\ \text{m}^2$.

COMPRENDRE
K est homogène à une surface, ce qui est cohérent avec l'énoncé : il dépend de la surface du parachute.

MÉTHODE
Isoler la grandeur cherchée, remplacer chaque grandeur par son unité de base du Système international, puis simplifier comme dans un calcul littéral.

3.2 En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement est $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{K\,\rho\,v^2}{2\,m} = g$.

Système {sauteur + parachute}, de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces : le poids $\vec{P}$, vertical vers le bas, de valeur $m\,g$; le frottement $\vec{F}$, vertical vers le haut (opposé à la vitesse), de valeur $\dfrac{1}{2}\,K\,\rho\,v^2$. La poussée d'Archimède est négligée.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\,\vec{a}$.

Le mouvement est vertical vers le bas : on projette sur un axe vertical orienté vers le bas, sur lequel la coordonnée de la vitesse est égale à sa valeur v :

$$m\,g - \frac{1}{2}\,K\,\rho\,v^2 = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

En divisant par m :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{K\,\rho\,v^2}{2\,m} = g}$$

PIÈGE
Projeter sur Oz orienté vers le haut donne $v_z = -v$, donc $\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$. Sans ce changement de signe, on n'obtient pas l'équation demandée.

MÉTHODE
Pour un mouvement rectiligne, orienter l'axe dans le sens du mouvement : la coordonnée de la vitesse se confond alors avec sa valeur v.

3.3 La vitesse se stabilise à une valeur v_2. À partir de l'équation différentielle, déduire l'expression de v_2, puis calculer sa valeur.

Données utiles $m = 90\ \mathrm{kg}$; $g = 9{,}80\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$; $K = 38\ \mathrm{m^2}$ (3.1) ; $\rho = 1{,}3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$

Quand la vitesse est stabilisée, $v = v_2$ est constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation différentielle devient :

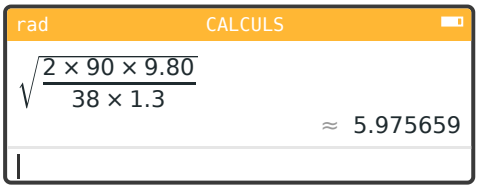
$$\frac{K\,\rho\,v_2^2}{2\,m} = g \quad \text{soit} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2\,m\,g}{K\,\rho}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \times 90 \times 9{,}80}{38 \times 1{,}3}}$$

$$\boxed{v_2 = 6{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}$$

COMPRENDRE
Cette relation traduit $F = P$: à la vitesse limite, le frottement compense exactement le poids. $6{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, soit environ $22\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$, permet un atterrissage sans danger.

À LA CALCULATRICE



3.4 Retrouver, à l'aide de la courbe de la figure 2 donnant l'altitude z en fonction du temps, la valeur limite v_2 calculée au 3.3.

Données utiles $v_2 = 6{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (3.3)

La courbe est une droite : l'altitude diminue régulièrement, la vitesse est donc constante. Sa coordonnée verticale $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la droite.

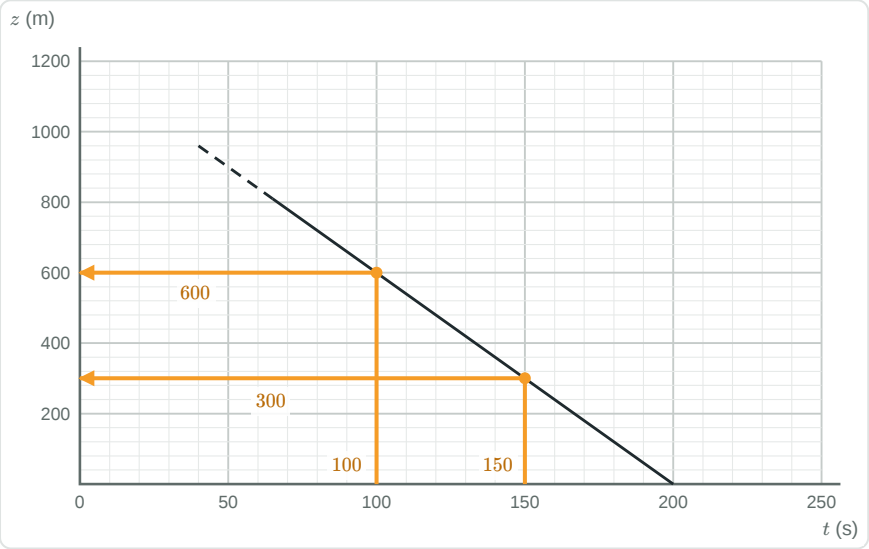
On lit deux points éloignés sur la droite : $(100\ \text{s}\ ;\ 600\ \text{m})$ et $(150\ \text{s}\ ;\ 300\ \text{m})$.

$$v_z = \frac{300 - 600}{150 - 100} = -6{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le signe « $-$ » indique que le sauteur descend ; la valeur de la vitesse est $v_2 = |v_z|$.

$v_2 = 6{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: on retrouve la valeur calculée au 3.3.

PIÈGE
Annoncer une vitesse négative : v_2 est une valeur, donc positive. Seule la coordonnée v_z est négative, car Oz est orienté vers le haut.



3.4 · Figure 2 du sujet, avec les deux points lus sur la droite

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{300 - 600}{150 - 100}$

≈ -6