Amérique du Sud 2003 **II. LE GRAND SAUT : UNE CHUTE LIBRE ? (5,5 points)**

L'une des disciplines rattachées au parachutisme sportif est appelée « chute libre » par ses adeptes. Correspond-elle à la définition physique de la chute libre ? Pour le savoir, nous nous intéressons au cas où un sportif saute, par vent nul, d'un avion à 3 000 m d'altitude, et n 'ouvre son parachute que 2 000 m plus bas, au terme d'une chute dite « libre ».

L'étude sera faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. On donne la valeur de l'accélération de la pesanteur dans la portion d'espace où se déroule le saut : $g = 9{,}80\ m.s^{-2}$.

Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Recherche de la trajectoire d'une chute libre avec vitesse initiale.

Alors que l'avion vole en palier horizontal à l'altitude $h_0 = 3{,}0 \times 10^3$ m, à la vitesse $v_0 = 130\ km.h^{-1}$, le sauteur quitte l'avion, en un point A, à un instant t pris comme origine des dates. On négligera à cet instant la vitesse du sauteur par rapport à l'avion devant la vitesse de l'avion par rapport au sol.
Nous supposerons dans cette partie que la chute est libre au sens des physiciens et nous assimilerons le sauteur à un point matériel.
Le mouvement ultérieur du sauteur est repéré par rapport à deux axes, comme l'indique la figure 1 :
- *O origine du repère est placée au niveau du sol ;*
- *Ox est horizontal ;*
- *Oz est vertical vers le haut ;*
- *le point A est sur l'axe Oz, de sorte que ses coordonnées sont : $x_A = 0$; $z_A = h_0$.*

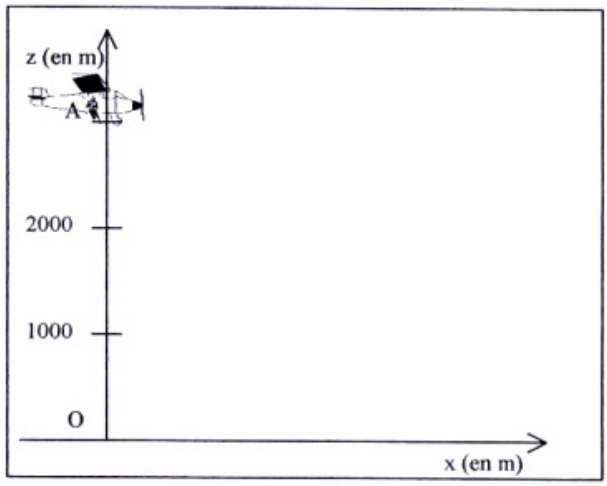


Figure 1

1.1.1. Au sens des physiciens, quand dit-on qu'une chute est libre ?
1.1.2. Appliquer la deuxième loi de Newton et en déduire les coordonnées (ou projections) a_x et a_z du vecteur accélération du sauteur dans ce cas.
1.2. Exprimer, dans le repère défini, les coordonnées (ou projections) v_{0x}, et v_{0z} du vecteur vitesse initiale du sauteur.
1.3.1. Déduire des résultats précédents les équations horaires x(t) et z(t) du mouvement du sauteur.
1.3.2. Quelle est l'équation de la trajectoire z = f(x) du sauteur ? Comment nomme-t-on une telle portion de courbe ?
1.3.3. Au bout de quelle durée le sauteur atteindra-t-il l'altitude $h_1 = 1{,}0 \times 10^3$ m ?

2. La chute est-elle réellement libre ?

2.1.1. Si la chute est libre justifier, sans calcul, que l'énergie mécanique du sauteur se conserve entre l'altitude h_0 et l'altitude h_1.
2.1.2. En déduire la valeur v_1 de la vitesse atteinte dans ce cas par le sauteur à l'altitude $h_1 = 1{,}0 \times 10^3$ m.
2.2. En réalité, après une phase d'accélération, la vitesse du sauteur se stabilise à la valeur $v'_1 = 55\ m.s^{-1}$.
Comment expliquez-vous cet écart ? La chute est-elle réellement libre ?

3. Ouverture du parachute.

On considère que, dans cette phase, la trajectoire est verticale.

À l'altitude h_1, le sauteur ouvre son parachute. L'ensemble sauteur-parachute, de masse m = 90 kg, subit alors de la part de l'air une force de frottement $\vec{F}$ *, de sens opposé à la vitesse, et dont on modélisera la valeur par l'expression* :

$$F = \frac{1}{2} . K . \rho . v^2$$ avec v : vitesse du mobile ;

ρ = 1,3 kg.m^{-3} : masse volumique de l'air ;
K = 38 unité S.I : coefficient dépendant de la forme et de la surface du parachute.

On négligera la poussée d'Archimède sur le système devant les valeurs des autres forces exercées.

3.1. Quelle est l'unité de K ? *On rappelle que 1 N = 1 kg.m.s^{-2}. (On pourra utiliser l'analyse dimensionnelle.)*

3.2. En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement au cours de cette phase est de la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K.\rho.v^2}{2m} = g$$

3.3. Cette vitesse diminue rapidement, puis se stabilise à une valeur v_2. À partir de l'équation différentielle, déduire l'expression de v_2, puis calculer sa valeur.

3.4. La figure 2 ci-dessous représente la courbe donnant l'allure de l'altitude z du sauteur en fonction du temps, après l'ouverture du parachute quand la vitesse est devenue constante. Retrouver à l'aide de cette courbe la valeur limite v_2 calculée au 3.3.

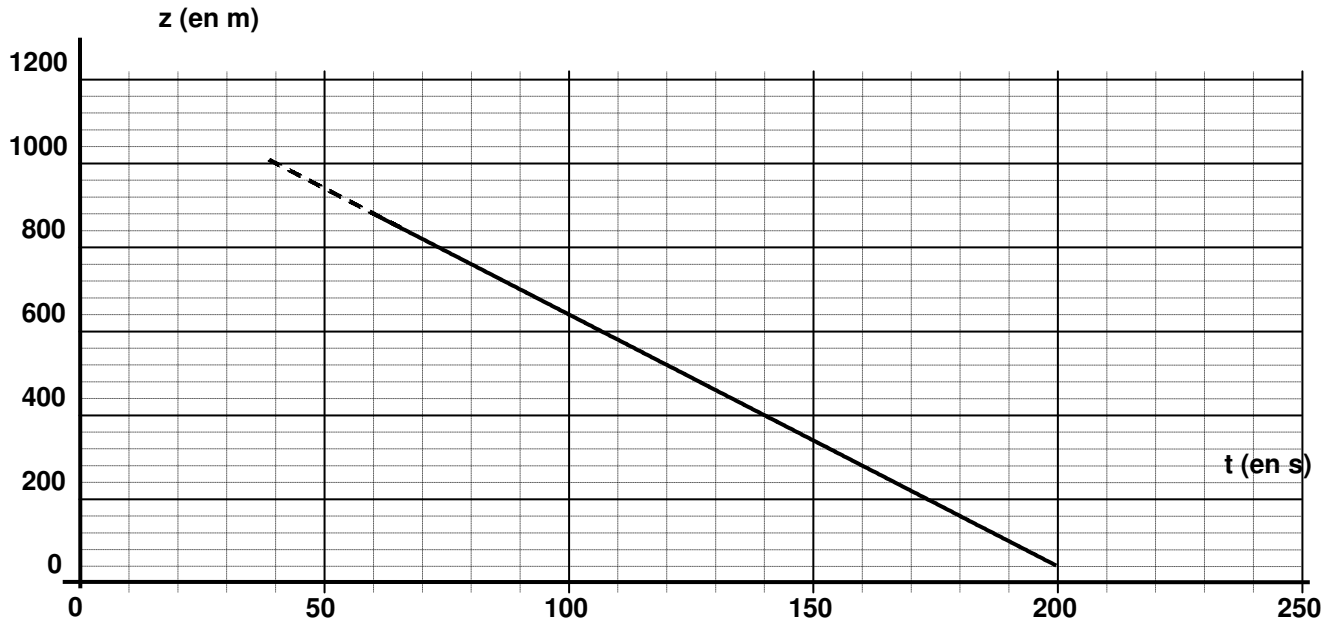


Figure 2