Les applications technologiques de la radioactivité

Bac S 2003 Asie (ancien programme) · Exercice 3 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Par quels nombres caractérise-t-on le noyau d'un atome ?

Un noyau ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ est caractérisé par son numéro atomique Z (nombre de protons) et son nombre de masse A (nombre de nucléons).

COMPRENDRE
Le nombre de neutrons s'en déduit : $N = A - Z$.

1.2 Le carbone 11 et le carbone 12 sont deux isotopes. Qu'est-ce qui différencie les isotopes d'un même élément chimique ?

Des isotopes ont le même nombre de protons Z, mais des nombres de neutrons différents, donc des nombres de nucléons A différents.

1.3 L'oxygène 15 est radioactif β⁺. Écrire l'équation de la désintégration, le noyau fils n'étant pas émis dans un état excité.

Données utiles extrait de la classification : ${}_{6}\mathrm{C}$, ${}_{7}\mathrm{N}$, ${}_{8}\mathrm{O}$, ${}_{9}\mathrm{F}$

Une désintégration β⁺ émet un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$.

Conservation du nombre de nucléons : $15 = A + 0$, donc $A = 15$.

Conservation de la charge : $8 = Z + 1$, donc $Z = 7$: le noyau fils est de l'azote.

${}^{15}_{8}\mathrm{O} \longrightarrow {}^{15}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

PIÈGE
Confondre β⁺ et β⁻ : avec un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$, on obtiendrait à tort du fluor ($Z = 9$).

MÉTHODE
Pour toute équation nucléaire : écrire la particule émise, puis appliquer les deux lois de conservation (somme des A, somme des Z) et identifier l'élément dans la classification.

2.1 Dans le texte on parle de traceurs : quelle propriété commune présentent-ils ?

Les traceurs sont radioactifs et à l'origine d'un rayonnement γ détectable à l'extérieur du corps.

COMPRENDRE
Un traceur a les mêmes propriétés chimiques que l'espèce naturelle : il suit le même trajet dans l'organisme, et son rayonnement révèle où il se fixe.

2.2 Le texte donne une particularité des radioéléments utilisables en scintigraphie : laquelle ?

Leur activité décroît rapidement : leur demi-vie est courte.

2.3.1 Donner le nom et le symbole ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ des particules des radioactivités β⁻ et alpha.

β⁻ : électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$; α : noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

2.3.2 Justifier la phrase « un rayonnement de type alpha plus massif que les autres ».

La particule α contient $A = 4$ nucléons. L'électron (β⁻) et le positon (β⁺) n'en contiennent aucun ($A = 0$) : leur masse est très inférieure à celle d'un seul nucléon. Le rayonnement γ, lui, n'a pas de masse.

La particule α, formée de 4 nucléons, est bien plus massive que l'électron ou le positon.

COMPRENDRE
Un nucléon est environ 1 800 fois plus lourd qu'un électron : la particule α est donc plus de 7 000 fois plus massive qu'une particule β.

3.1 Donner la définition du temps de demi-vie.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

COMPRENDRE
L'activité étant proportionnelle au nombre de noyaux restants, elle est elle aussi divisée par 2 à chaque demi-vie.

3.2 À l'aide du tableau, justifier le choix de l'iode 131 en scintigraphie.

Données utiles pour les deux traceurs, $A_0 = 2 \times 10^5$ Bq ; après 400 jours : $A_{400} = 6 \times 10^{-3}$ Bq (demi-vie de 8 jours) et $A_{400} = 6\,255$ Bq (demi-vie de 80 jours)

À l'injection, les deux traceurs ont la même activité : ils sont détectés aussi bien l'un que l'autre par la gamma caméra.

Après 400 jours, l'activité de l'iode 131 est pratiquement nulle, alors que celle du traceur de demi-vie 80 jours vaut encore $6\,255$ Bq, soit $\dfrac{6\,255}{2 \times 10^5} \approx 3\ \%$ de sa valeur initiale.

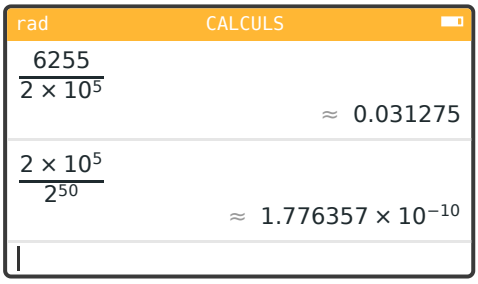
Remarque : la valeur 6×10^{-3} Bq du tableau ne correspond pas à une demi-vie de 8 jours (le calcul donne une activité encore plus faible) ; la conclusion ne change pas.

L'iode 131 disparaît vite de l'organisme : le patient est irradié peu de temps, l'examen est moins nocif.

COMPRENDRE
400 jours représentent 50 demi-vies de 8 jours : $A_{400} = \dfrac{A_0}{2^{50}} \approx 2 \times 10^{-10}$ Bq, et non 6×10^{-3} Bq.
Pour 80 jours : 5 demi-vies, $\dfrac{A_0}{2^5} = 6\,250$ Bq, en accord avec le tableau.

MÉTHODE
Après n demi-vies, l'activité est divisée par 2^n.
Calculer $n = \dfrac{t}{t_{1/2}}$ suffit souvent à comparer deux sources sans exponentielle.

À LA CALCULATRICE



4.1 Écrire l'équation de désintégration du cobalt 60, le noyau fils étant produit dans un état excité.

Données utiles ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$ émetteur β^- ; extrait de la classification : ${}_{25}\mathrm{Mn}$, ${}_{26}\mathrm{Fe}$, ${}_{27}\mathrm{Co}$, ${}_{28}\mathrm{Ni}$, ${}_{29}\mathrm{Cu}$

Émission β^- : un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ est émis.

Conservation du nombre de nucléons : $60 = A + 0$, donc $A = 60$.

Conservation de la charge : $27 = Z - 1$, donc $Z = 28$: le noyau fils est du nickel, noté Ni^* car excité.

Le noyau fils se désexcite ensuite en émettant un rayonnement gamma : ${}^{60}_{28}\mathrm{Ni}^* \longrightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + \gamma$.

$${}^{60}_{27}\mathrm{Co} \longrightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni}^* + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

PIÈGE
Écrire $27 = Z + 1$ et obtenir du fer : la charge de l'électron est négative, donc Z augmente d'une unité lors d'une désintégration β^-.

4.2.1 Déterminer le nombre N_0 de noyaux contenus dans l'échantillon de 1 µg à l'instant de sa réception.

Données utiles $m = 1\ \mu g = 1 \times 10^{-6}$ g ; $M = 60\ g \cdot mol^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$

Quantité de matière : $n = \dfrac{m}{M}$, et $N_0 = n \times N_A$, donc

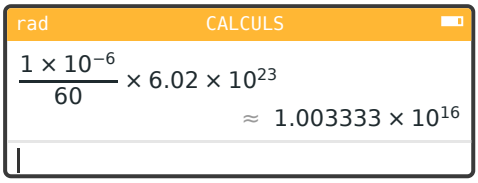
$$N_0 = \frac{m}{M} \times N_A = \frac{1 \times 10^{-6}}{60} \times 6{,}02 \times 10^{23}$$

$N_0 = 1 \times 10^{16}$ noyaux

PIÈGE
Laisser la masse en microgrammes : M est en $g \cdot mol^{-1}$, il faut $m = 1 \times 10^{-6}$ g.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : la masse « 1 µg » n'en a qu'un, le résultat aussi. On garde $1{,}0 \times 10^{16}$ pour les calculs suivants.

À LA CALCULATRICE



4.2.2 Rappeler l'expression liant ΔN, Δt, λ et N, où N est le nombre de noyaux encore présents à la date t.

$\Delta N = -\lambda\, N\, \Delta t$

PIÈGE
Oublier le signe « − » : ΔN est la variation du nombre de noyaux restants, elle est négative.

4.2.3 Donner l'expression de ΔN en fonction de Δt, λ, N_0 et t.

Loi de décroissance radioactive : $N = N_0\, e^{-\lambda t}$. En remplaçant dans la relation précédente :

$\Delta N = -\lambda\, N_0\, e^{-\lambda t}\, \Delta t$

4.2.4 L'activité $A = \dfrac{|\Delta N|}{\Delta t}$ peut se mettre sous la forme $A = A_0\, e^{-\lambda t}$. Que vaut littéralement A_0 ?

$A = \dfrac{|\Delta N|}{\Delta t} = \lambda\, N_0\, e^{-\lambda t}$. Par identification avec $A = A_0\, e^{-\lambda t}$:

$A_0 = \lambda\, N_0$

COMPRENDRE
Plus généralement $A = \lambda N$ à chaque instant : l'activité et le nombre de noyaux décroissent selon la même loi exponentielle.

4.2.5 Exprimer $\ln A$ en fonction de t, λ et A_0.

Données utiles rappel : $\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln A = \ln\left(A_0\, e^{-\lambda t}\right) = \ln A_0 + \ln\left(e^{-\lambda t}\right)$, et $\ln\left(e^{x}\right) = x$.

$\ln A = \ln A_0 - \lambda\, t$

4.2.6 Montrer que la forme de la courbe constitue une vérification expérimentale de l'expression trouvée.

Données utiles $\lambda = 4 \times 10^{-9}\ s^{-1}$; $N_0 = 1{,}0 \times 10^{16}$ (4.2.1)

L'expression $\ln A = -\lambda\, t + \ln A_0$ est celle d'une fonction affine de t, de coefficient directeur $-\lambda$ (négatif) et d'ordonnée à l'origine $\ln A_0$.

Le graphe est bien une droite décroissante ne passant pas par l'origine : il est en accord avec $\ln A = \ln A_0 - \lambda\, t$.

COMPRENDRE
L'ordonnée à l'origine se vérifie aussi : $A_0 = \lambda N_0 = 4 \times 10^{7}$ Bq, d'où $\ln A_0 \approx 17{,}5$, la valeur lue sur le graphe à $t = 0$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

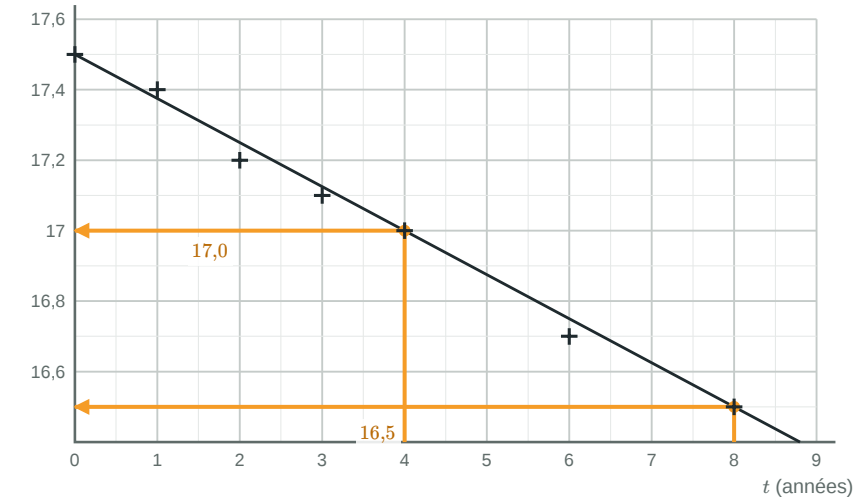
$\ln(4 \times 10^{-9} \times 1.0 \times 10^{16}) \approx 17.50439$

4.2.7 Déterminer graphiquement la valeur de la constante de désintégration radioactive λ en an^{-1}.

Le coefficient directeur de la droite vaut $-\lambda$. On choisit deux points de la droite, éloignés et faciles à lire : $(4{,}0\ ;\ 17{,}0)$ et $(8{,}0\ ;\ 16{,}5)$.

$$-\lambda = \frac{16{,}5 - 17{,}0}{8{,}0 - 4{,}0} = -0{,}125\ \text{an}^{-1}$$

$$\lambda = 0{,}125\ \text{an}^{-1} \approx 0{,}13\ \text{an}^{-1}$$



4.2.7 · Graphe du sujet : lecture des deux points choisis sur la droite

PIÈGE

Prendre des points de mesure qui ne sont pas sur la droite, ou donner λ négatif : c'est le coefficient directeur qui est négatif.

MÉTHODE

Coefficient directeur : deux points de la droite tracée (pas forcément des points expérimentaux), les plus éloignés possible, puis $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ avec l'unité des axes.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{16.5 - 17.0}{8.0 - 4.0} \approx -0.125$

4.2.8 Donner la relation entre $t_{1/2}$ et λ.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

COMPRENDRE

Elle vient de la définition : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$ donne $e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$, soit $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$.

4.2.9 Calculer $t_{1/2}$ en années. Dans les tables on trouve $t_{1/2} = 1{,}68 \times 10^8$ s pour le cobalt 60. Commenter.

Données utiles $\lambda = 0{,}125\ \text{an}^{-1}$ (4.2.7)

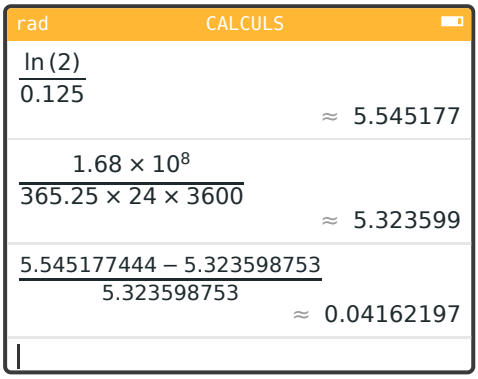
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0{,}125} = 5{,}5\ \text{ans}$$

Valeur des tables convertie en années (1 an $= 365{,}25 \times 24 \times 3600$ s) :

$$t_{1/2} = \frac{1{,}68 \times 10^8}{365{,}25 \times 24 \times 3600} = 5{,}32\ \text{ans}$$

$t_{1/2} = 5{,}5$ ans, proche de la valeur des tables (5,32 ans) : l'écart, d'environ 4 %, s'explique par l'imprécision de la lecture graphique.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Comparer 5,5 et $1{,}68 \times 10^8$ sans conversion : les deux durées doivent être dans la même unité avant de commenter.

COMPRENDRE
La valeur de l'énoncé, $\lambda = 4 \times 10^{-9}\ \text{s}^{-1}$, donne $t_{1/2} \approx 1{,}7 \times 10^8$ s : les trois valeurs sont cohérentes.