Corrigé complet — Bac S 2004 Polynésie (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Ondes en questions** Longueur d'onde et célérité · Diffraction par une fente · Indice de réfraction · Célérité du son · Onde sans transport de matière · Croisement de deux ondes	4 pts	52 min	8 questions	p. 2
Ex 2	**Aïe, j'ai une crampe** Constante d'acidité et pKa · Évolution d'un système vers l'équilibre · Groupes caractéristiques · Oxydoréduction · Tableau d'avancement	6,5 pts	1 h 18	10 questions	p. 5
Ex 3	**Spécialité : Ondes le long d'une corde** Ondes stationnaires · Nœuds et ventres de vibration · Longueur d'onde et célérité · Tension d'une corde et masse linéique · Mode fondamental	4 pts	52 min	4 questions	p. 9
Ex 4	**Principe de fonctionnement d'un bac à décantation à flux horizontal** Analyse dimensionnelle · Poussée d'Archimède · Deuxième loi de Newton · Vitesse limite et temps caractéristique · Équations horaires et trajectoire	5,5 pts	1 h 05	12 questions	p. 12

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Ondes en questions

Bac S 2004 Polynésie (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Une corde est excitée à une extrémité ; les vibrations s'y propagent. Quelle est la longueur d'onde ?

Données utiles $f = 50\ \text{Hz}$; $v = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

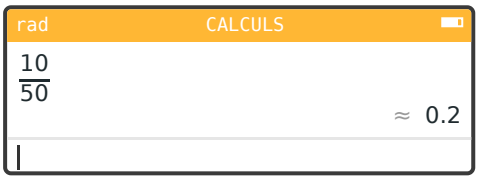
La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période $T = \dfrac{1}{f}$:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{10}{50} = 0{,}20\ \text{m}$$

$\lambda = 0{,}20$ m, soit 20 cm.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs : le résultat s'écrit $0{,}20$ m et non $0{,}2$ m.

À LA CALCULATRICE



2 Un faisceau parallèle de lumière monochromatique arrive sur une fente horizontale de largeur a. Quelle figure de diffraction du schéma 1 observe-t-on sur l'écran ?

La diffraction étale la lumière dans la direction perpendiculaire à la fente. La fente est horizontale : les taches s'alignent donc sur une verticale.

La tache centrale est deux fois plus large que les taches secondaires. Seule la figure C est verticale.

On observe la figure **C**.

PIÈGE
Choisir B parce que la fente est horizontale. C'est la petite dimension de l'ouverture qui diffracte : dans le sens de sa longueur, la fente est trop grande pour étaler le faisceau.

3 Une radiation monochromatique passe d'un milieu transparent à un autre d'indice plus élevé. a) Sa fréquence ne change pas. b) Sa longueur d'onde ne change pas. Vrai ou faux ?

a) La fréquence d'une radiation est imposée par la source ; elle ne dépend pas du milieu traversé. L'affirmation est vraie.

b) Dans un milieu d'indice n, la lumière se propage à la célérité $v = \dfrac{c}{n}$, donc

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf}$$

Comme f est inchangée, si n augmente alors v diminue et λ diminue. L'affirmation est fausse.

a) **Vrai** ; b) **Faux** : la longueur d'onde diminue quand l'indice augmente.

MÉTHODE
Pour un changement de milieu, partir de ce qui se conserve (la fréquence, donc la période), puis en déduire v et λ avec $v = c/n$ et $\lambda = v/f$.

4.1 La célérité du son dans l'air est $v = \sqrt{\frac{kT}{M}}$. Diminue-t-elle quand la température augmente ?

k et M sont constantes pour l'air : v est proportionnelle à $\sqrt{T}$, fonction croissante de T.

Non : la célérité du son augmente quand la température augmente.

4.2 La célérité du son varie-t-elle avec la fréquence ?

L'expression de v ne contient que k, T et M : la fréquence n'y figure pas. À température donnée, sons graves et aigus ont la même célérité : l'air n'est pas un milieu dispersif pour le son.

Non : la célérité du son dans l'air ne dépend pas de la fréquence.

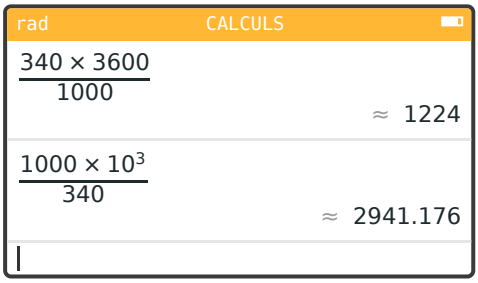
4.3 La célérité du son dans l'air est-elle de l'ordre de $1000\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$?

Dans l'air, à température ordinaire, $v \approx 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit $0{,}340\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$. La valeur proposée est environ 3000 fois trop grande.

Non : $v \approx 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, de l'ordre de $1000\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ et non de $1000\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$.

PIÈGE
Confondre les unités : $340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ correspond à environ $1200\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. L'ordre de grandeur 1000 est correct en kilomètres par heure, pas en kilomètres par seconde.

À LA CALCULATRICE



5 Un caillou jeté dans un lac perturbe la surface de l'eau à quelques mètres du flotteur d'un pêcheur. Le flotteur se déplace-t-il à la célérité v de l'onde ?

Une onde mécanique propage une perturbation sans transport de matière : l'onde avance horizontalement à la célérité v, pas l'eau.

Au passage de l'onde, le flotteur monte et descend, puis retrouve sa position initiale : son mouvement est vertical, perpendiculaire à la propagation (onde transversale).

Non : le flotteur oscille verticalement sur place ; il n'est pas emporté à la célérité v.

COMPRENDRE
v est la célérité de la perturbation, pas la vitesse d'un point du milieu. La vitesse verticale du flotteur dépend de l'amplitude et de la durée de la perturbation.

6 Deux ébranlements se propagent en sens contraire sur une corde tendue. Parmi les situations A, B et C du schéma 2, laquelle est physiquement possible après leur rencontre ?

Avant la rencontre, le grand ébranlement est à gauche et va vers la droite ; le petit est à droite et va vers la gauche.

Pendant le croisement, les deux perturbations s'ajoutent. Ensuite chacune poursuit son chemin, sans changer de forme, d'amplitude ni de sens.

Après la rencontre, le grand est donc à droite et s'éloigne vers la droite ; le petit est à gauche et s'éloigne vers la gauche.

- A : les deux ébranlements sont repartis en arrière ; impossible.
- C : un seul ébranlement subsiste ; l'addition n'a lieu que pendant le croisement.

La situation **B** est la seule possible.

MÉTHODE

Deux ondes qui se croisent ne rebondissent pas l'une sur l'autre et ne fusionnent pas : après le croisement, dessiner chaque ébranlement comme si l'autre n'existait pas.

Aïe, j'ai une crampe

Bac S 2004 Polynésie (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 a) Exprimer la constante d'acidité K_{a1} du couple régulateur et en déduire la relation entre pH et $\mathrm{p}K_{a1}$. b) Calculer le rapport $\dfrac{[\mathrm{HCO_3^-}]}{[\mathrm{CO_2,H_2O}]}$ dans le sang artériel normal. c) Comment devrait varier le pH si la concentration en dioxyde de carbone dissous augmente ?

Données utiles pH du sang artériel normal : 7,4 ; $\mathrm{p}K_{a1} = 6{,}1$ à 37 °C

a) Pour la réaction 1, l'eau étant le solvant :

$$K_{a1} = \frac{[\mathrm{HCO_3^-}]_{éq}\,[\mathrm{H_3O^+}]_{éq}}{[\mathrm{CO_2,H_2O}]_{éq}}$$

On prend l'opposé du logarithme décimal de chaque membre :

$-\log K_{a1} = -\log[\mathrm{H_3O^+}] - \log\dfrac{[\mathrm{HCO_3^-}]}{[\mathrm{CO_2,H_2O}]}$, avec $\mathrm{p}K_{a1} = -\log K_{a1}$ et $\mathrm{pH} = -\log[\mathrm{H_3O^+}]$. D'où :

$$\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{a1} + \log\frac{[\mathrm{HCO_3^-}]}{[\mathrm{CO_2,H_2O}]}$$

b) $\dfrac{[\mathrm{HCO_3^-}]}{[\mathrm{CO_2,H_2O}]} = 10^{\mathrm{pH}-\mathrm{p}K_{a1}} = 10^{7{,}4-6{,}1} = 10^{1{,}3} \approx 20$

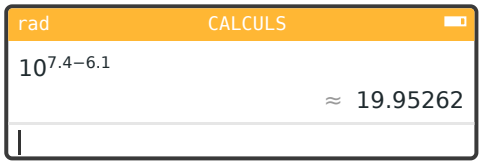
c) Si $[\mathrm{CO_2,H_2O}]$ augmente, le rapport diminue, donc son logarithme aussi : d'après la relation du a), le pH devrait diminuer.

$\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{a1} + \log\dfrac{[\mathrm{HCO_3^-}]}{[\mathrm{CO_2,H_2O}]}$; rapport ≈ 20 ; le pH devrait diminuer.

PIÈGE
Inverser le rapport : la forme basique est au numérateur du logarithme. Les concentrations de K_a sont en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$, divisées par $c^\circ = 1\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$: K_a n'a pas d'unité.

COMPRENDRE
Le pH et le $\mathrm{p}K_a$ sont donnés au dixième : le rapport n'est connu qu'avec deux chiffres significatifs au mieux. À pH 7,4, la base $\mathrm{HCO_3^-}$ prédomine largement, car $\mathrm{pH} > \mathrm{p}K_{a1}$.

À LA CALCULATRICE



1.2 Qualitativement : a) dans quel sens l'équilibre 2 est-il déplacé au voisinage du poumon, où la quantité de $\mathrm{O_2}$ dissous augmente ? b) Et au voisinage du muscle, où la quantité de $\mathrm{CO_2}$ dissous augmente ? c) Expliquer comment la respiration maintient constant le pH sanguin.

Pour la réaction 2, le quotient de réaction est $Q_r = \dfrac{[\mathrm{HbCO_2}]\,[\mathrm{O_2}]}{[\mathrm{HbO_2}]\,[\mathrm{CO_2}]}$; à l'équilibre, $Q_r = K$.

a) Près du poumon, $[\mathrm{O_2}]$ augmente : Q_r devient supérieur à K. Le système évolue dans le sens inverse : $\mathrm{O_2}$ est consommé, l'hémoglobine se charge en dioxygène ($\mathrm{HbO_2}$) et libère du $\mathrm{CO_2}$.

b) Près du muscle, $[\mathrm{CO_2}]$ augmente : Q_r devient inférieur à K. Le système évolue dans le sens direct : $\mathrm{CO_2}$ est consommé, fixé sous la forme $\mathrm{HbCO_2}$, et du dioxygène est libéré.

c) Au niveau du muscle, l'hémoglobine capte le $\mathrm{CO_2}$ en excès (sens direct). Le sang le transporte jusqu'aux poumons, où l'apport de dioxygène le libère (sens inverse) : il est alors rejeté par l'expiration. La concentration $[\mathrm{CO_2,H_2O}]$ dans le sang n'augmente donc pas, le rapport $\dfrac{[\mathrm{HCO_3^-}]}{[\mathrm{CO_2,H_2O}]}$ reste voisin de 20 et le pH reste proche de 7,4.

a) sens inverse ; b) sens direct ; c) la respiration évacue le $\mathrm{CO_2}$ en excès, ce qui maintient le rapport des concentrations, donc le pH.

COMPRENDRE
Le couple $\mathrm{CO_2,H_2O}$ / $\mathrm{HCO_3^-}$ limite les variations de pH du sang : c'est le principe d'une solution tampon.

MÉTHODE
Pour prévoir un sens d'évolution : écrire Q_r, voir comment la perturbation le modifie, puis comparer à K. Si $Q_r < K$, sens direct ; si $Q_r > K$, sens inverse.

2.1 Donner la formule développée de l'acide lactique ; entourer et nommer les groupes fonctionnels de la molécule.

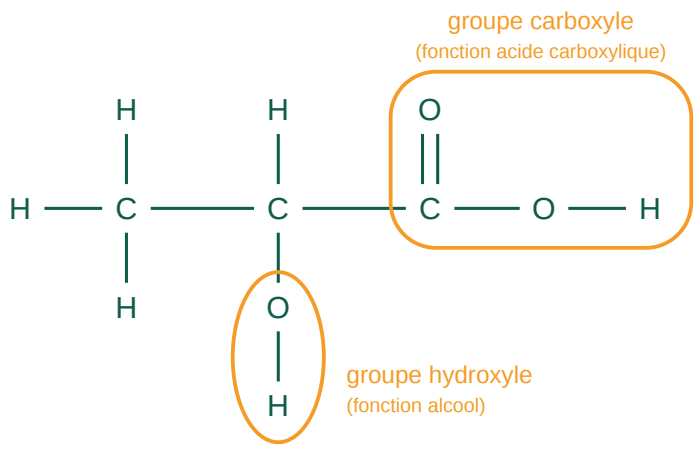
Dans la formule développée, toutes les liaisons sont représentées, y compris les liaisons $C-H$ et $O-H$ (voir la figure).

La molécule porte deux groupes caractéristiques :

- le groupe hydroxyle $-OH$, sur le carbone central ;
- le groupe carboxyle $-COOH$, en bout de chaîne.

Groupe hydroxyle (famille des alcools) et groupe carboxyle (famille des acides carboxyliques).

PIÈGE
Le $-OH$ du groupe carboxyle n'est pas un groupe hydroxyle : il forme un tout avec $C=O$. Une formule semi-développée ne répond pas à la question.



2.1 · Formule développée de l'acide lactique et groupes caractéristiques

2.2 Donner la définition d'un acide selon Brönsted.

Un acide selon Brönsted est une espèce chimique capable de céder au moins un ion hydrogène H^+ (un proton).

COMPRENDRE
L'espèce obtenue après la perte du proton est la base conjuguée : acide lactique et ion lactate forment un couple acide-base.

2.3 Écrire l'équation de la réaction de l'acide lactique avec l'eau.

L'acide lactique cède un proton à l'eau, qui joue le rôle de base (couple H_3O^+ / H_2O) :

$$CH_3-CHOH-COOH\,(aq) + H_2O\,(l) = CH_3-CHOH-COO^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

Il se forme l'ion lactate $CH_3-CHOH-COO^-$ et l'ion oxonium H_3O^+ .

PIÈGE
C'est l'hydrogène du groupe carboxyle qui part, pas celui du groupe hydroxyle. Vérifier la conservation des charges : zéro de chaque côté.

2.4 Écrire la demi-équation électronique du couple acide pyruvique / acide lactique. L'acide pyruvique subit-il une oxydation ou une réduction dans la cellule musculaire ?

Données utiles acide pyruvique $CH_3-CO-COOH$; acide lactique $CH_3-CHOH-COOH$

Dans le couple, l'acide pyruvique ($C_3H_4O_3$) est l'oxydant et l'acide lactique ($C_3H_6O_3$) le réducteur. Les carbones et les oxygènes sont déjà équilibrés ; on ajoute deux H^+ pour les hydrogènes, puis deux électrons pour les charges :

$$CH_3-CO-COOH + 2\,H^+ + 2\,e^- = CH_3-CHOH-COOH$$

Dans la cellule musculaire, l'acide pyruvique est transformé en acide lactique : il gagne des électrons.

L'acide pyruvique, oxydant du couple, subit une **réduction**.

PIÈGE
Confondre le rôle et la transformation : l'oxydant est réduit. Une réduction est un gain d'électrons.

MÉTHODE
Demi-équation en milieu acide : équilibrer l'élément principal, puis O avec H_2O, puis H avec H^+, enfin les charges avec des électrons, placés du côté de l'oxydant.

3.1 Calculer la constante d'équilibre K de la réaction 3.

Données utiles $pK_{a1} = 6{,}1$; $pK_{a2} = 3{,}6$

En notant AH l'acide lactique et A^- l'ion lactate :

$$K = \frac{[A^-]_{éq}\,[CO_2, H_2O]_{éq}}{[AH]_{éq}\,[HCO_3^-]_{éq}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur par $[H_3O^+]_{éq}$ pour faire apparaître les deux constantes d'acidité :

$$K = \frac{[A^-]\,[H_3O^+]}{[AH]} \times \frac{[CO_2, H_2O]}{[HCO_3^-]\,[H_3O^+]} = \frac{K_{a2}}{K_{a1}} = 10^{\,pK_{a1} - pK_{a2}}$$

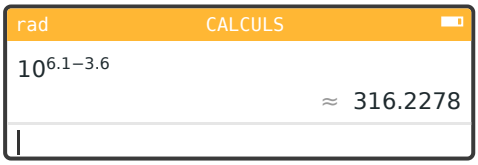
$$K = 10^{6{,}1-3{,}6} = 10^{2{,}5}$$

$K \approx 3{,}2 \times 10^2$

PIÈGE
Inverser le quotient et trouver $10^{-2{,}5}$. Contrôle : l'acide le plus fort (plus petit pK_a) réagit sur la base de l'autre couple, donc $K > 1$.

MÉTHODE
Pour une réaction entre l'acide d'un couple et la base d'un autre : $K = \frac{K_a(\text{acide qui réagit})}{K_a(\text{acide formé})}$. On le démontre en multipliant haut et bas par $[H_3O^+]$.

À LA CALCULATRICE



3.2 En supposant la transformation totale, compléter le tableau d'avancement fourni en annexe.

Données utiles $V = 100$ mL ; $n_0 = 3{,}0 \times 10^{-4}$ mol ; $[HCO_3^-]_i = 2{,}7 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $[CO_2, H_2O]_i = 1{,}4 \times 10^{-3}$ mol · L^{-1}

Quantités initiales dans $V = 0{,}100$ L de sang :

$n_i(HCO_3^-) = [HCO_3^-]_i \times V = 2{,}7 \times 10^{-2} \times 0{,}100 = 2{,}7 \times 10^{-3}$ mol

$n_i(CO_2, H_2O) = [CO_2, H_2O]_i \times V = 1{,}4 \times 10^{-3} \times 0{,}100 = 1{,}4 \times 10^{-4}$ mol

Réactif limitant : si c'est AH, $x_{max} = 3{,}0 \times 10^{-4}$ mol ; si c'est HCO_3^-, $x_{max} = 2{,}7 \times 10^{-3}$ mol. La plus petite valeur l'emporte : l'acide lactique est limitant.

État final : $n_f(HCO_3^-) = 2{,}7 \times 10^{-3} - 3{,}0 \times 10^{-4} = 2{,}4 \times 10^{-3}$ mol et $n_f(CO_2, H_2O) = 1{,}4 \times 10^{-4} + 3{,}0 \times 10^{-4} = 4{,}4 \times 10^{-4}$ mol.

$x_{max} = 3{,}0 \times 10^{-4}$ mol : l'acide lactique est entièrement consommé (tableau complété ci-dessous).

PIÈGE
Laisser à zéro la case initiale de CO_2, H_2O : le sang en contient déjà avant l'effort. Convertir aussi 100 mL en litres avant de calculer les quantités.

COMPRENDRE
L'hypothèse « totale » est justifiée : avec $K \approx 320$ et un large excès d'ions hydrogénocarbonate, il reste moins de 0,1 % de l'acide lactique à l'équilibre.

Avancement	AH (aq)	+	HCO_3^- (aq)	=	A^- (aq)	+	CO_2,H_2O (aq)
État initial x = 0 n (mol)	$n_0 = 3{,}0\times10^{-4}$		$2{,}7\times10^{-3}$		0		$1{,}4\times10^{-4}$
État intermédiaire x	$3{,}0\times10^{-4} - x$		$2{,}7\times10^{-3} - x$		x		$1{,}4\times10^{-4} + x$
État final $x = x_{max}$	0		$2{,}4\times10^{-3}$		$3{,}0\times10^{-4}$		$4{,}4\times10^{-4}$

3.2 · Annexe complétée (quantités en mol), x max = 0,00030 mol

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2.7 \times 10^{-2} \times 0.100 \approx 0.0027$

$1.4 \times 10^{-3} \times 0.100 \approx 1.4 \times 10^{-4}$

$2.7 \times 10^{-3} - 3.0 \times 10^{-4} \approx 0.0024$

$1.4 \times 10^{-4} + 3.0 \times 10^{-4} \approx 4.4 \times 10^{-4}$

3.3 Calculer, pour le sang après effort, les concentrations $[HCO_3^-]_f$ et $[CO_2, H_2O]_f$.

Données utiles $n_f(HCO_3^-) = 2{,}4 \times 10^{-3}$ mol et $n_f(CO_2, H_2O) = 4{,}4 \times 10^{-4}$ mol (3.2) ; $V = 0{,}100$ L

$$[HCO_3^-]_f = \frac{n_f(HCO_3^-)}{V} = \frac{2{,}4 \times 10^{-3}}{0{,}100} = 2{,}4 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[CO_2, H_2O]_f = \frac{n_f(CO_2, H_2O)}{V} = \frac{4{,}4 \times 10^{-4}}{0{,}100} = 4{,}4 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$[HCO_3^-]_f = 2{,}4 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $[CO_2, H_2O]_f = 4{,}4 \times 10^{-3}$ mol · L^{-1}

COMPRENDRE

La réaction 3 consomme un peu d'ions hydrogénocarbonate (de 2,7 à 2,4) mais triple la concentration en dioxyde de carbone dissous (de 1,4 à 4,4) : c'est surtout ce second effet qui modifie le rapport.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{2.4 \times 10^{-3}}{0.100} \approx 0.024$

$\frac{4.4 \times 10^{-4}}{0.100} \approx 0.0044$

3.4 En utilisant la relation établie au 1.1.a), calculer le pH local du sang après effort.

Données utiles $pK_{a1} = 6{,}1$; $[HCO_3^-]_f = 2{,}4 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} et $[CO_2, H_2O]_f = 4{,}4 \times 10^{-3}$ mol · L^{-1} (3.3)

$$pH = pK_{a1} + \log \frac{[HCO_3^-]_f}{[CO_2, H_2O]_f} = 6{,}1 + \log \frac{2{,}4 \times 10^{-2}}{4{,}4 \times 10^{-3}}$$

$pH \approx 6{,}8$: sans les processus de maintien, le pH local du sang passerait de 7,4 à 6,8.

PIÈGE

Donner 6,84 : un pH calculé à partir d'un pK_a connu au dixième s'écrit avec un seul chiffre après la virgule.

COMPRENDRE

Vérification avec les valeurs d'avant l'effort : $6{,}1 + \log \frac{2{,}7 \times 10^{-2}}{1{,}4 \times 10^{-3}} \approx 7{,}4$, le pH du sang normal. Une baisse de 0,6 unité correspond à une concentration en H_3O^+ multipliée par quatre environ.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$6.1 + \log\left(\frac{2.4 \times 10^{-2}}{4.4 \times 10^{-3}}\right) \approx 6.836759$

Spécialité : Ondes le long d'une corde

Bac S 2004 Polynésie (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Comment nomme-t-on le système d'ondes qui s'établit le long de la corde ?

Les fuseaux sont stables et de même longueur : la vibration ne se déplace pas le long de la corde, dont certains points restent immobiles.

Il s'agit d'un système d'**ondes stationnaires**.

COMPRENDRE
L'onde se réfléchit aux deux extrémités fixes ; les ondes progressives de sens opposés se superposent. Les modes de vibration d'une corde (fondamental, harmoniques) ne figurent plus au programme actuel de spécialité.

2 Pour $M = 2$ kg, la corde vibre en un seul fuseau. a) Quelle est la longueur d'onde λ des ondes progressives ? b) Calculer leur célérité v. c) En déduire la masse m de la corde.

Données utiles $L = 1{,}0$ m ; $f = 50$ Hz ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$

a) Un fuseau a pour longueur une demi-longueur d'onde. Avec un seul fuseau entre les deux extrémités : $L = \dfrac{\lambda}{2}$, donc $\lambda = 2L = 2 \times 1{,}0 = 2{,}0$ m.

b) La corde vibre à la fréquence f du courant qui la parcourt, et $\lambda = \dfrac{v}{f}$, donc :

$$v = \lambda\, f = 2{,}0 \times 50 = 1{,}0 \times 10^{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) La masse marquée est immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen : son poids et la force exercée par la corde se compensent (principe d'inertie). La tension vaut donc $T = M\,g$.

La masse linéique de la corde est $\mu = \dfrac{m}{L}$. Alors :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{M\,g\,L}{m}} \quad \text{d'où} \quad v^2 = \frac{M\,g\,L}{m} \quad \text{et} \quad m = \frac{M\,g\,L}{v^2}$$

$$m = \frac{2 \times 10 \times 1{,}0}{(1{,}0 \times 10^{2})^2} = 2 \times 10^{-3}\ \text{kg}$$

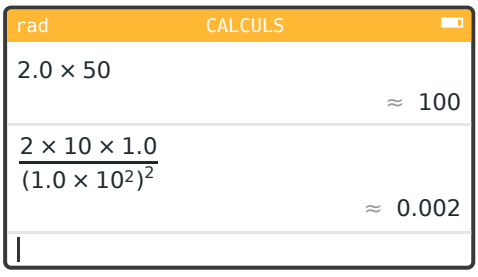
$\lambda = 2{,}0$ m ; $v = 1{,}0 \times 10^{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $m = 2 \times 10^{-3}$ kg, soit 2 g

PIÈGE
Écrire $\lambda = L$: deux nœuds voisins sont distants de $\dfrac{\lambda}{2}$. Ne pas confondre non plus la masse m de la corde avec sa masse linéique μ (en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$) ou avec la masse marquée M.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs pour v, comme L et f : on écrit $1{,}0 \times 10^{2}$ plutôt que 100. Un seul pour m, car $M = 2$ kg n'en a qu'un.

MÉTHODE
Pour isoler une grandeur placée sous une racine, élever d'abord la relation au carré, puis faire le produit en croix.

À LA CALCULATRICE



3 On veut que la corde vibre en plusieurs fuseaux, aimant et fréquence inchangés. a) Faut-il augmenter ou diminuer la masse M ? Justifier. b) Si le nombre de fuseaux est impair, quel est l'état vibratoire du milieu de la corde et quel nom donne-t-on à ce point ?

a) Avec n fuseaux : $L = n\dfrac{\lambda}{2}$, donc $\lambda = \dfrac{2L}{n}$ et $v = \lambda f = \dfrac{2Lf}{n}$.

L et f ne changent pas : plus le nombre de fuseaux est grand, plus la célérité doit être petite.

Or $v = \sqrt{\dfrac{Mgl}{m}}$, avec g, L et m constantes : v diminue quand M diminue. Il faut donc diminuer la masse M.

b) Avec un nombre impair de fuseaux (3, 5…), il y a autant de fuseaux de part et d'autre du fuseau central : le milieu de la corde est au milieu de ce fuseau. Il vibre donc avec l'amplitude maximale.

Il faut **diminuer** M ; le milieu de la corde vibre avec l'amplitude maximale : c'est un **ventre** de vibration.

PIÈGE

Inverser les deux mots : un nœud est un point immobile, à la jonction de deux fuseaux ; un ventre est au milieu d'un fuseau.

COMPRENDRE

En combinant les deux relations, $M = \dfrac{4mLf^2}{gn^2}$: seules certaines valeurs de M donnent des fuseaux stables, et M est divisée par n^2 pour obtenir n fuseaux.

4 La masse suspendue est maintenant $M' = \dfrac{M}{4}$. a) Calculer la nouvelle célérité v'. b) En déduire la longueur d'onde λ'. c) Combien de fuseaux observe-t-on ? d) Comment placer l'aimant pour que les fuseaux soient bien visibles ?

Données utiles $v = 1{,}0 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Q2) ; $f = 50$ Hz ; $L = 1{,}0$ m

a) Seule la masse suspendue change :

$$v' = \sqrt{\frac{M' g L}{m}} = \sqrt{\frac{M g L}{4 m}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{M g L}{m}} = \frac{v}{2} = \frac{1{,}0 \times 10^2}{2} = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La fréquence est inchangée : $\lambda' = \dfrac{v'}{f} = \dfrac{50}{50} = 1{,}0$ m.

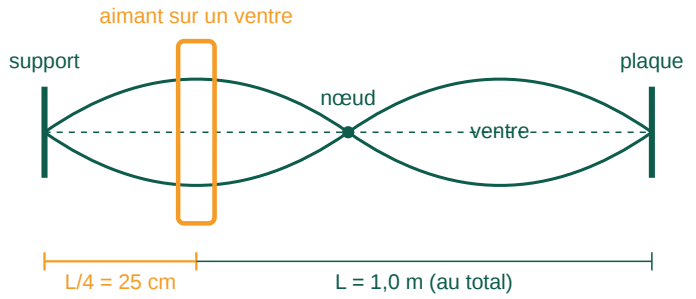
c) Chaque fuseau mesure $\dfrac{\lambda'}{2} = 0{,}50$ m. Le nombre de fuseaux est $n = \dfrac{2L}{\lambda'} = \dfrac{2 \times 1{,}0}{1{,}0} = 2$.

d) Avec 2 fuseaux, le milieu de la corde est un nœud : l'aimant laissé à cet endroit agit sur un point qui doit rester immobile, et la corde vibre très peu. Il faut le placer au niveau d'un ventre, au milieu d'un fuseau, donc au quart ou aux trois quarts de la corde, à $\dfrac{L}{4} = 25$ cm d'une extrémité.

$v' = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\lambda' = 1{,}0$ m ; 2 fuseaux ; aimant sur un ventre, à $\dfrac{L}{4}$ ou $\dfrac{3L}{4}$.

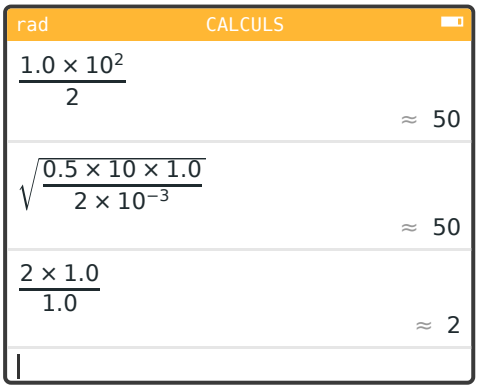
PIÈGE
Diviser la célérité par 4 : la masse est sous la racine, la célérité n'est divisée que par $\sqrt{4} = 2$.

COMPRENDRE
La corde est excitée efficacement là où elle peut bouger le plus. C'est pourquoi l'aimant placé au milieu convenait pour un nombre impair de fuseaux (question 3).



4 · Deux fuseaux : nœud au milieu de la corde, aimant déplacé sur un ventre

À LA CALCULATRICE



Principe de fonctionnement d'un bac à décantation à flux horizontal

Bac S 2004 Polynésie (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Par une analyse dimensionnelle, vérifier que l'unité du coefficient de frottement f est bien le $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

La force de frottement a pour valeur $F = f\,v$, donc $f = \dfrac{F}{v}$.

Une force est le produit d'une masse par une accélération : $[F] = M\cdot L\cdot T^{-2}$. Une vitesse : $[v] = L\cdot T^{-1}$.

$$[f] = \frac{M\cdot L\cdot T^{-2}}{L\cdot T^{-1}} = M\cdot T^{-1}$$

f est une masse divisée par un temps : son unité est bien le $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

MÉTHODE
Pour la dimension d'une force, partir d'une relation connue : $P = m\,g$ ou $F = m\,a$. Le newton vaut ainsi $1\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

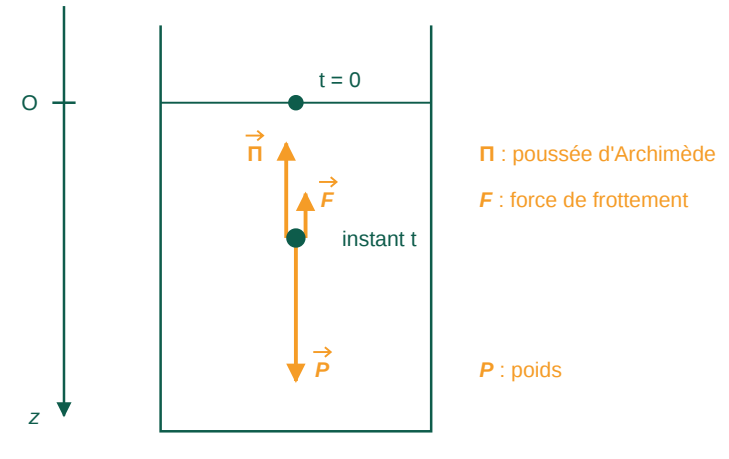
1.2 Compléter l'annexe 1 en représentant les forces qui s'exercent sur la particule à l'instant t de sa chute.

Trois forces verticales s'appliquent à la particule :

- le poids $\vec{P}$, vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, vers le haut ;
- la force de frottement $\vec{F}$, opposée à la vitesse, donc vers le haut.

Voir l'annexe 1 complétée : $\vec{P}$ vers le bas, $\vec{\Pi}$ et $\vec{F}$ vers le haut, avec $\Pi + F \leqslant P$.

PIÈGE
Dessiner $\vec{\Pi}$ plus longue que $\vec{P}$: la particule remonterait. Ici $\rho_l < \rho_S$, donc $\Pi < P$, et tant que la vitesse augmente, $\Pi + F < P$.



1.2 · Annexe 1 complétée : les trois forces à l'instant t

1.3 En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de la particule.

Système {particule} de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{F} = m\,\vec{a}$.

Projection sur l'axe Oz dirigé vers le bas, avec $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$:

$$m\,g - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_l\,g - f\,v = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

Le volume de la sphère est $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{m}{\rho_S}$, donc $\Pi = \dfrac{\rho_l}{\rho_S}\,m\,g$. En divisant par m :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{f}{m}\,v = g\left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_S}\right)$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{f}{m}\,v = g\left(\frac{\rho_S - \rho_l}{\rho_S}\right)}$$

PIÈGE
Les signes de la projection : l'axe est orienté vers le bas, le poids compte donc positivement, la poussée d'Archimède et le frottement négativement.

COMPRENDRE
La poussée d'Archimède est le poids du liquide déplacé : même volume V que la particule, mais masse volumique ρ_l. D'où le rapport ρ_l/ρ_S avec le poids.

1.4 En déduire l'expression de la vitesse limite v_l atteinte par les particules, puis calculer v_l.

Données utiles $\rho_l = 1{,}0 \times 10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$; $\rho_S = 1{,}5 \times 10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$; $m = 5{,}0 \times 10^{-14}$ kg ; $f = 3{,}1 \times 10^{-12}\ \mathrm{kg\cdot s^{-1}}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{N\cdot kg^{-1}}$

Quand la vitesse limite est atteinte, $v = v_l$ est constante : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation différentielle devient

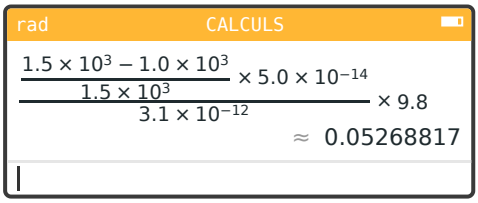
$$\frac{f}{m}\,v_l = g\left(\frac{\rho_S - \rho_l}{\rho_S}\right) \quad \text{soit} \quad v_l = \frac{\rho_S - \rho_l}{\rho_S} \cdot \frac{m}{f} \cdot g$$

$$v_l = \frac{1{,}5 \times 10^3 - 1{,}0 \times 10^3}{1{,}5 \times 10^3} \times \frac{5{,}0 \times 10^{-14}}{3{,}1 \times 10^{-12}} \times 9{,}8$$

$$\boxed{v_l = 5{,}3 \times 10^{-2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}$$

COMPRENDRE
Toutes les données ont deux chiffres significatifs : le résultat en garde deux. Cette valeur, environ 5 cm par seconde, s'accorde avec le palier du graphe de la question 1.6.

À LA CALCULATRICE



1.5 À partir de la solution $v(t) = v_l\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{f}{m}t}\right)$, déterminer la date t_1 à partir de laquelle la vitesse vaut 99 % de la vitesse limite.

Données utiles $m = 5{,}0 \times 10^{-14}$ kg ; $f = 3{,}1 \times 10^{-12}\ \mathrm{kg\cdot s^{-1}}$

On cherche t_1 tel que $v(t_1) = 0{,}99\,v_l$:

$$v_l\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{f}{m}t_1}\right) = 0{,}99\,v_l \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{e}^{-\frac{f}{m}t_1} = 0{,}01$$

$$-\frac{f}{m}\,t_1 = \ln(0{,}01) \quad \Longrightarrow \quad t_1 = -\frac{m}{f}\ln(0{,}01) = -\frac{5{,}0 \times 10^{-14}}{3{,}1 \times 10^{-12}} \times \ln(0{,}01)$$

$$\boxed{t_1 = 7{,}4 \times 10^{-2}\ \mathrm{s}\text{, soit } 74\ \mathrm{ms}}$$

COMPRENDRE
Comme $\ln(0{,}01) = -4{,}6$, on trouve $t_1 = 4{,}6\,\dfrac{m}{f}$: c'est l'origine de la règle « régime permanent atteint au bout d'environ 5 fois le temps caractéristique ».

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{-5.0 \times 10^{-14}}{3.1 \times 10^{-12}} \times \ln(0.01) \approx 0.07427694$$

1.6 a) Déterminer, par la méthode de son choix, le temps caractéristique τ_1 de l'évolution de la vitesse. b) Décrire et nommer les phases du mouvement entre $t = 0$ et $t' = 100$ ms.

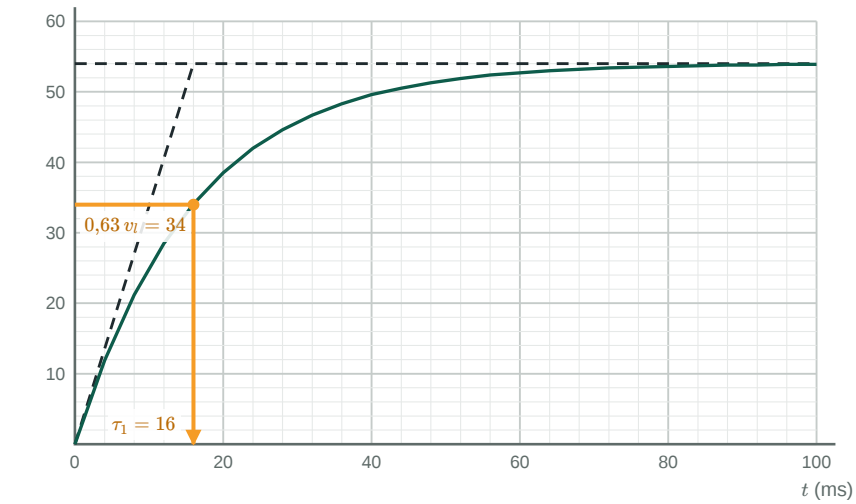
Données utiles graphe $v(t)$ du sujet ; palier lu : $v_l \approx 54 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

a) À la date $t = \tau_1$, la vitesse vaut 63 % de la vitesse limite : $0{,}63 \times 54 = 34$ (en $10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$). Sur le graphe, cette valeur est atteinte à la date 16 ms. La tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale à la même abscisse.

$\tau_1 \approx 16$ ms

b) De $t = 0$ à environ 80 ms ($5\,\tau_1$) : **régime transitoire**. La vitesse augmente, de moins en moins vite ; le mouvement est rectiligne accéléré.

Au-delà et jusqu'à 100 ms : **régime permanent**. La vitesse garde la valeur v_l ; le mouvement est rectiligne uniforme.



1.6 · Graphe du sujet : tangente à l'origine, asymptote et lecture à 63 % de la vitesse limite

PIÈGE
Oublier le facteur de l'axe vertical : les graduations sont en millièmes de mètre par seconde, le palier vaut donc $5{,}4 \times 10^{-2}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

COMPRENDRE
Contrôle par le calcul : $\tau_1 = \frac{m}{f} = \frac{5{,}0 \times 10^{-14}}{3{,}1 \times 10^{-12}} = 1{,}6 \times 10^{-2}$ s. La lecture graphique donne bien 16 ms ; une valeur entre 15 et 20 ms est acceptable.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$0.63 \times 54 \approx 34.02$$

2.1 Si la particule restait à la surface de l'eau, quelle durée τ_2 mettrait-elle pour parcourir la longueur L du bac ?

Données utiles $L = 1{,}0$ m ; $v_h = 0{,}10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

La particule est entraînée par l'eau à la vitesse constante v_h sur la distance L :

$$\tau_2 = \frac{L}{v_h} = \frac{1{,}0}{0{,}10}$$

$\tau_2 = 10$ s

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.0}{0.10} \approx 10$$

2.2 En comparant τ_1 et τ_2, justifier que la vitesse de la particule dans la conduite peut s'écrire $\vec{v} = \vec{v}_h + \vec{v}_l$.

Données utiles $\tau_1 \approx 16$ ms (1.6) ; $\tau_2 = 10$ s (2.1)

$\dfrac{\tau_2}{\tau_1} = \dfrac{10}{16 \times 10^{-3}} \approx 6 \times 10^2$: τ_1 est très petit devant τ_2.

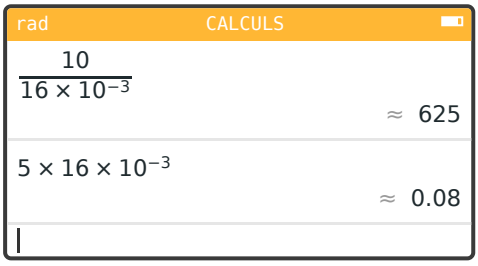
Le régime transitoire de la chute dure environ $5\,\tau_1 = 0{,}08$ s, soit moins de 1 % de la durée de la traversée. Sa durée est négligeable : on considère que la particule tombe à la vitesse verticale v_l dès son entrée dans le bac.

Elle est de plus entraînée horizontalement par l'eau à la vitesse $\vec{v}_h$.

$\tau_1 \ll \tau_2$: la vitesse limite est atteinte presque aussitôt, donc $\vec{v} = \vec{v}_h + \vec{v}_l$.

COMPRENDRE
Pendant le régime transitoire, la particule n'avance que de $0{,}10 \times 0{,}08 = 8 \times 10^{-3}$ m, soit 8 mm sur une longueur de 1 m.

À LA CALCULATRICE



2.3 Compléter la dernière ligne du tableau de l'annexe : les positions $x(t)$ et $z(t)$.

Chaque coordonnée de la position est une primitive de la coordonnée correspondante de la vitesse, qui est constante :

$x(t) = v_h\,t + x_0$ et $z(t) = v_l\,t + z_0$.

À $t = 0$, la particule est en $x_0 = 0$ et $z_0 = 0$: les deux constantes sont nulles.

$x(t) = v_h\,t$ et $z(t) = v_l\,t$

PIÈGE
Ne pas justifier les constantes d'intégration. Elles sont nulles ici grâce aux conditions initiales, et il faut l'écrire. Le sujet annonce « annexe 2 » alors que le tableau s'intitule « annexe 3 » : c'est le même.

	Projection selon Ox	Projection selon Oz
Accélération	$a_x(t) = 0$	$a_z(t) = 0$
Vitesse	$v_x(t) = v_h$	$v_z(t) = v_l$
Position	$x(t) = v_h \times t$	$z(t) = v_l \times t$

2.3 · Annexe complétée (dernière ligne)

2.4 En déduire que la trajectoire $z = f(x)$ est une droite, de coefficient directeur $\alpha = \dfrac{\rho_S - \rho_l}{\rho_S} \cdot \dfrac{m\,g}{f\,v_h}$.

On élimine le temps : $x = v_h\,t$ donne $t = \dfrac{x}{v_h}$, que l'on reporte dans $z = v_l\,t$:

$$z = \frac{v_l}{v_h}\,x$$

C'est une fonction linéaire de x : la trajectoire est une droite passant par l'origine, de coefficient directeur $\alpha = \dfrac{v_l}{v_h}$.

Avec l'expression de v_l établie à la question 1.4 :

$$z = \alpha\,x \text{ avec } \alpha = \frac{v_l}{v_h} = \frac{\rho_S - \rho_l}{\rho_S} \cdot \frac{m\,g}{f\,v_h}$$

MÉTHODE
Équation de trajectoire : exprimer t à partir de l'équation horaire la plus simple, puis le remplacer dans l'autre. Le temps disparaît, il reste une relation entre z et x.

2.5 Calculer la masse m_C d'une particule qui tombe dans le bac de récupération au point de coordonnées $x = L$ et $z = H_0$.

Données utiles $H_0 = 0{,}54$ m ; $L = 1{,}0$ m ; $v_h = 0{,}10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $f = 3{,}1 \times 10^{-12}\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$; $g = 9{,}8\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$; ρ_S et ρ_l

Le point $(L\,;\,H_0)$ appartient à la trajectoire : $H_0 = \alpha\,L$, soit

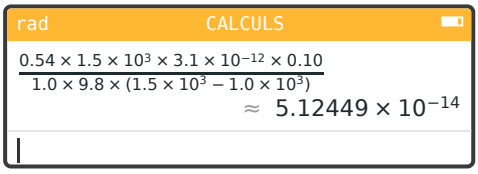
$$H_0 = \frac{\rho_S - \rho_l}{\rho_S} \cdot \frac{m_C\,g}{f\,v_h}\,L \quad\Longrightarrow\quad m_C = \frac{H_0\,\rho_S\,f\,v_h}{L\,g\,(\rho_S - \rho_l)}$$

$$m_C = \frac{0{,}54 \times 1{,}5 \times 10^3 \times 3{,}1 \times 10^{-12} \times 0{,}10}{1{,}0 \times 9{,}8 \times (1{,}5 \times 10^3 - 1{,}0 \times 10^3)}$$

$$m_C = 5{,}1 \times 10^{-14}\ \text{kg}$$

COMPRENDRE
La particule de la partie 1 ($m = 5{,}0 \times 10^{-14}$ kg) est un peu plus légère que m_C : avec ce modèle, elle arrive en $x = L$ à la profondeur 0,53 m, juste au-dessus du fond.

À LA CALCULATRICE



2.6 Dans quelle zone tombent les particules de masse m et de même masse volumique ρ_S si $m < m_C$, puis si $m > m_C$? Justifier.

Le coefficient directeur α est proportionnel à m. La particule atteint le fond ($z = H_0$) à l'abscisse $x = \dfrac{H_0}{\alpha}$, d'autant plus petite que m est grande.

- Si $m < m_C$: α est plus petit, donc en $x = L$ la profondeur $z = \alpha\,L$ est inférieure à H_0. La particule n'a pas atteint le fond en bout de conduite : elle sort avec l'eau, au-delà du bac de récupération.
- Si $m > m_C$: α est plus grand, le fond est atteint à une abscisse $x < L$. La particule tombe dans le bac de récupération, d'autant plus près de l'entrée qu'elle est lourde.

$m < m_C$: la particule est emportée au-delà du bac ; $m > m_C$: elle se dépose dans le bac, avant $x = L$.

COMPRENDRE
C'est le principe de la séparation : les particules les plus lourdes se déposent près de l'entrée, les plus légères plus loin. La masse m_C est la plus petite masse retenue par le bac.