Spécialité : Ondes le long d'une corde

Bac S 2004 Polynésie (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Comment nomme-t-on le système d'ondes qui s'établit le long de la corde ?

Les fuseaux sont stables et de même longueur : la vibration ne se déplace pas le long de la corde, dont certains points restent immobiles.

Il s'agit d'un système d'**ondes stationnaires**.

COMPRENDRE
L'onde se réfléchit aux deux extrémités fixes ; les ondes progressives de sens opposés se superposent. Les modes de vibration d'une corde (fondamental, harmoniques) ne figurent plus au programme actuel de spécialité.

2 Pour $M = 2$ kg, la corde vibre en un seul fuseau. a) Quelle est la longueur d'onde λ des ondes progressives ? b) Calculer leur célérité v. c) En déduire la masse m de la corde.

Données utiles $L = 1{,}0$ m ; $f = 50$ Hz ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$

a) Un fuseau a pour longueur une demi-longueur d'onde. Avec un seul fuseau entre les deux extrémités : $L = \dfrac{\lambda}{2}$, donc $\lambda = 2L = 2 \times 1{,}0 = 2{,}0$ m.

b) La corde vibre à la fréquence f du courant qui la parcourt, et $\lambda = \dfrac{v}{f}$, donc :

$$v = \lambda\, f = 2{,}0 \times 50 = 1{,}0 \times 10^{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) La masse marquée est immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen : son poids et la force exercée par la corde se compensent (principe d'inertie). La tension vaut donc $T = M\,g$.

La masse linéique de la corde est $\mu = \dfrac{m}{L}$. Alors :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{M\,g\,L}{m}} \quad \text{d'où} \quad v^2 = \frac{M\,g\,L}{m} \quad \text{et} \quad m = \frac{M\,g\,L}{v^2}$$

$$m = \frac{2 \times 10 \times 1{,}0}{(1{,}0 \times 10^{2})^2} = 2 \times 10^{-3}\ \text{kg}$$

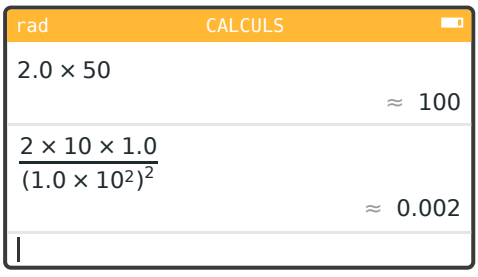
$\lambda = 2{,}0$ m ; $v = 1{,}0 \times 10^{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $m = 2 \times 10^{-3}$ kg, soit 2 g

PIÈGE
Écrire $\lambda = L$: deux nœuds voisins sont distants de $\dfrac{\lambda}{2}$. Ne pas confondre non plus la masse m de la corde avec sa masse linéique μ (en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$) ou avec la masse marquée M.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs pour v, comme L et f : on écrit $1{,}0 \times 10^{2}$ plutôt que 100. Un seul pour m, car $M = 2$ kg n'en a qu'un.

MÉTHODE
Pour isoler une grandeur placée sous une racine, élever d'abord la relation au carré, puis faire le produit en croix.

À LA CALCULATRICE



3 On veut que la corde vibre en plusieurs fuseaux, aimant et fréquence inchangés. a) Faut-il augmenter ou diminuer la masse M ? Justifier. b) Si le nombre de fuseaux est impair, quel est l'état vibratoire du milieu de la corde et quel nom donne-t-on à ce point ?

a) Avec n fuseaux : $L = n\dfrac{\lambda}{2}$, donc $\lambda = \dfrac{2L}{n}$ et $v = \lambda f = \dfrac{2Lf}{n}$.

L et f ne changent pas : plus le nombre de fuseaux est grand, plus la célérité doit être petite.

Or $v = \sqrt{\dfrac{M g L}{m}}$, avec g, L et m constantes : v diminue quand M diminue. Il faut donc diminuer la masse M.

b) Avec un nombre impair de fuseaux (3, 5…), il y a autant de fuseaux de part et d'autre du fuseau central : le milieu de la corde est au milieu de ce fuseau. Il vibre donc avec l'amplitude maximale.

Il faut **diminuer** M ; le milieu de la corde vibre avec l'amplitude maximale : c'est un **ventre** de vibration.

PIÈGE

Inverser les deux mots : un nœud est un point immobile, à la jonction de deux fuseaux ; un ventre est au milieu d'un fuseau.

COMPRENDRE

En combinant les deux relations, $M = \dfrac{4mLf^2}{gn^2}$: seules certaines valeurs de M donnent des fuseaux stables, et M est divisée par n^2 pour obtenir n fuseaux.

4 La masse suspendue est maintenant $M' = \dfrac{M}{4}$. a) Calculer la nouvelle célérité v'. b) En déduire la longueur d'onde λ'. c) Combien de fuseaux observe-t-on ? d) Comment placer l'aimant pour que les fuseaux soient bien visibles ?

Données utiles $v = 1{,}0 \times 10^2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Q2) ; $f = 50\ \text{Hz}$; $L = 1{,}0\ \text{m}$

a) Seule la masse suspendue change :

$$v' = \sqrt{\frac{M' g L}{m}} = \sqrt{\frac{M g L}{4 m}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{M g L}{m}} = \frac{v}{2} = \frac{1{,}0 \times 10^2}{2} = 50\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La fréquence est inchangée : $\lambda' = \dfrac{v'}{f} = \dfrac{50}{50} = 1{,}0\ \text{m}$.

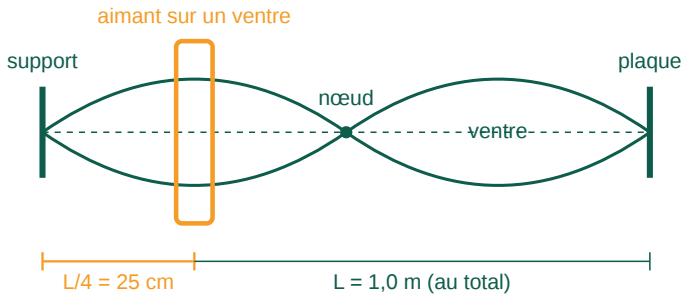
c) Chaque fuseau mesure $\dfrac{\lambda'}{2} = 0{,}50\ \text{m}$. Le nombre de fuseaux est $n = \dfrac{2L}{\lambda'} = \dfrac{2 \times 1{,}0}{1{,}0} = 2$.

d) Avec 2 fuseaux, le milieu de la corde est un nœud : l'aimant laissé à cet endroit agit sur un point qui doit rester immobile, et la corde vibre très peu. Il faut le placer au niveau d'un ventre, au milieu d'un fuseau, donc au quart ou aux trois quarts de la corde, à $\dfrac{L}{4} = 25\ \text{cm}$ d'une extrémité.

$v' = 50\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\lambda' = 1{,}0\ \text{m}$; 2 fuseaux ; aimant sur un ventre, à $\dfrac{L}{4}$ ou $\dfrac{3L}{4}$.

PIÈGE
Diviser la célérité par 4 : la masse est sous la racine, la célérité n'est divisée que par $\sqrt{4} = 2$.

COMPRENDRE
La corde est excitée efficacement là où elle peut bouger le plus. C'est pourquoi l'aimant placé au milieu convenait pour un nombre impair de fuseaux (question 3).



4 · Deux fuseaux : nœud au milieu de la corde, aimant déplacé sur un ventre

À LA CALCULATRICE

