Corrigé complet — Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Etat final d'un système chimique: étude par spectrophotométrie et titrage** Loi de Beer-Lambert · Suivi cinétique et vitesse volumique · Facteurs cinétiques · Titrage colorimétrique et équivalence · Tableau d'avancement et réactif limitant · Oxydoréduction	6,5 pts	1 h 18	16 questions	p. 2
Ex 2	**Spécialité : La physique et le violon** Onde transversale · Onde stationnaire sur une corde · Célérité et tension d'une corde · Spectre et harmoniques · Niveau d'intensité sonore	4 pts	52 min	10 questions	p. 8
Ex 3	**Deux isotopes de l'iode pour étudier la thyroïde** Composition d'un noyau · Désintégration β^- et lois de conservation · Loi de décroissance radioactive · Demi-vie · Activité d'un échantillon	4 pts	52 min	12 questions	p. 12
Ex 4	**Le lancer du poids aux championnats du monde 2003** Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Deuxième loi de Newton · Équations horaires · Équation de la trajectoire · Vecteur vitesse · Poussée d'Archimède	5,5 pts	1 h 05	13 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Etat final d'un système chimique: étude par spectrophotométrie et titrage

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 La spectrophotométrie est une méthode de suivi non destructive. Proposer une autre méthode de suivi cinétique non destructive.

La réaction (1) consomme et forme des ions : la conductivité du mélange varie au cours du temps. On peut donc suivre la transformation par **conductimétrie**, en plongeant une cellule de mesure dans le mélange.

Autre méthode non destructive : la conductimétrie.

COMPRENDRE
Non destructive : la mesure ne consomme aucune espèce et ne modifie pas le système. Un titrage, au contraire, détruit le prélèvement. Pour d'autres réactions, on citerait aussi la mesure d'une pression ou d'un volume de gaz.

1.2.1 Montrer que le coefficient de proportionnalité k entre A et c vaut $3{,}4 \times 10^2$ et préciser son unité.

Données utiles $c = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $A = 1{,}70$

A est proportionnelle à c : $A = k\,c$, donc $k = \dfrac{A}{c}$.

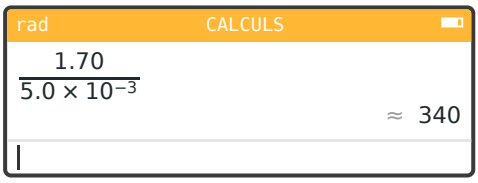
$$k = \frac{1{,}70}{5{,}0 \times 10^{-3}} = 3{,}4 \times 10^2\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

L'absorbance n'a pas d'unité : k a l'unité de l'inverse d'une concentration.

$k = 3{,}4 \times 10^2\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$: on retrouve la valeur annoncée.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : la donnée la moins précise, c, en a deux ; le résultat s'écrit donc avec deux chiffres. C'est la loi de Beer-Lambert, avec $k = \varepsilon\,\ell$.

À LA CALCULATRICE



1.2.2 Montrer que, pour le mélange réactionnel S, la quantité de diiode formé à l'instant t s'écrit $n_{I_2}(t) = \dfrac{A(t)}{k}(V_1 + V_2)$.

Le diiode est la seule espèce colorée : à chaque instant, $A(t) = k\,[\text{I}_2](t)$, soit $[\text{I}_2](t) = \dfrac{A(t)}{k}$.

Le prélèvement placé dans la cuve a la même concentration que le mélange S, dont le volume est $V_S = V_1 + V_2$. Or $n_{I_2}(t) = [\text{I}_2](t) \times V_S$, d'où :

$$n_{I_2}(t) = \frac{A(t)}{k}(V_1 + V_2)$$

PIÈGE
Multiplier par le volume de la cuve. L'absorbance donne une concentration, identique dans la cuve et dans le bécher ; la quantité cherchée est celle de tout le mélange, de volume $V_1 + V_2$.

1.2.3 Calculer la quantité de matière de diiode formé à la date $t = 90$ min.

Données utiles $A(90) = 0{,}79$ (tableau) ; $k = 3{,}4 \times 10^2\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$ (1.2.1) ; $V_1 = V_2 = 10{,}0$ mL

$$n_{I_2}(90) = \frac{A(90)}{k}(V_1 + V_2) = \frac{0{,}79}{3{,}4 \times 10^2} \times 20{,}0 \times 10^{-3}$$

$$n_{I_2}(90) = 4{,}6 \times 10^{-5}\ \text{mol}$$

PIÈGE
Laisser le volume en mL : k est en $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$, il faut $V_1 + V_2 = 20{,}0 \times 10^{-3}$ L.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.79}{3.4 \times 10^{2}} \times 20.0 \times 10^{-3} \approx 4.647059 \times 10^{-5}$$

1.3.1 En précisant la méthode utilisée, décrire l'évolution de la vitesse volumique de réaction $v = \frac{1}{V_S}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ au cours du temps.

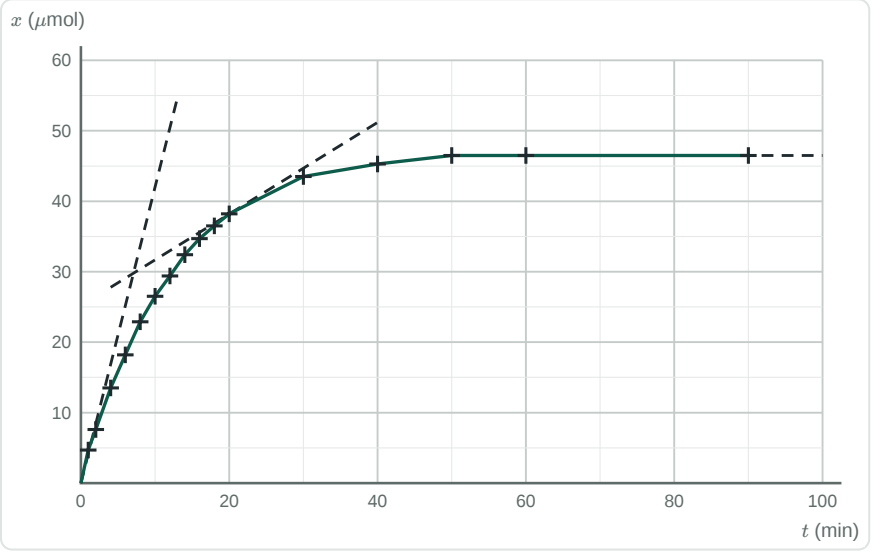
À une date t, $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$. Comme V_S est constant, v est proportionnelle à ce coefficient directeur.

On trace la tangente à plusieurs dates : elle est de moins en moins inclinée, puis horizontale à partir de 50 à 60 min environ.

La vitesse volumique est maximale à $t = 0$, diminue au cours du temps, puis s'annule.

COMPRENDRE
L'énoncé renvoie à « la relation donnée à la question 1.2.3 » : il s'agit de la relation de la question 1.2.2, qui a servi à calculer chaque valeur de x à partir de A.

MÉTHODE
Pour comparer des vitesses, inutile de calculer : tracer deux ou trois tangentes et comparer leurs pentes suffit. Pour une valeur, prendre deux points éloignés sur la tangente et diviser la pente par V_S.



1.3.1 · Courbe $x = f(t)$ (points calculés à partir du tableau) et tangentes à trois dates : leur pente diminue

1.3.2 Justifier cette évolution d'après les connaissances du cours.

La concentration des réactifs est un facteur cinétique : plus elle est faible, plus la transformation est lente. Au cours du temps, les ions iodure et peroxodisulfate sont consommés, leurs concentrations diminuent, donc la vitesse diminue (la température reste constante).

La vitesse diminue car les concentrations des réactifs diminuent ; elle est nulle quand le système n'évolue plus.

1.3.3 Donner une méthode qui permettrait d'obtenir plus rapidement la même quantité finale de diiode à partir du même mélange réactionnel S.

La température est un facteur cinétique : en chauffant le mélange S (bain thermostaté), la transformation est plus rapide, et la quantité finale de diiode est inchangée puisque les quantités de réactifs sont les mêmes.

Il faut augmenter la température du mélange réactionnel.

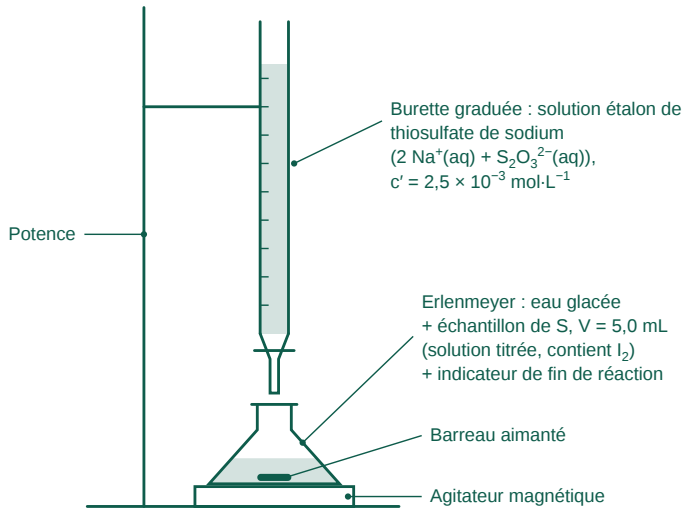
PIÈGE
Proposer d'augmenter la concentration d'un réactif : ce ne serait plus le même mélange S. Un catalyseur conviendrait aussi, car il accélère la transformation sans modifier l'état final.

2.1 Représenter le schéma du dispositif de titrage en précisant le nom du matériel et la nature des solutions.

Voir le schéma. La solution titrante (thiosulfate de sodium, de concentration connue) est dans la burette graduée ; la solution titrée (échantillon de S contenant le diiode, dilué dans l'eau glacée) est dans l'erlenmeyer, avec l'indicateur de fin de réaction, sous agitation.

Burette : solution de thiosulfate de sodium. Erlenmeyer : échantillon de S, eau glacée, indicateur.

COMPRENDRE
L'eau glacée réalise une trempe : le refroidissement et la dilution bloquent la réaction (1) pendant le titrage, sans changer la quantité de diiode présente dans l'échantillon.



2.1 · Dispositif de titrage du diiode par les ions thiosulfate

2.2 Définir l'équivalence du titrage.

À l'équivalence, le réactif titrant (ions thiosulfate) et le réactif titré (diiode) ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support du titrage : ils sont tous deux entièrement consommés.

Équivalence : réactifs titrant et titré introduits en proportions stœchiométriques ; le réactif limitant change.

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, le thiosulfate versé est limitant et il reste du diiode ; après, le diiode a disparu et le thiosulfate s'accumule. L'indicateur de fin de réaction repère ce passage par un changement de couleur.

2.3.1 Exprimer littéralement, en fonction de c' et de V'_E, la quantité de matière de diiode formé à $t = 90$ min dans le mélange réactionnel décrit au début de l'exercice.

À l'équivalence (tableau d'avancement) : $n(\mathrm{I_2}) - x_E = 0$ et $c'\,V'_E - 2\,x_E = 0$. La quantité de diiode dans l'échantillon de volume $V = 5{,}0$ mL est donc :

$$n(\mathrm{I_2})_{\text{échantillon}} = x_E = \frac{c'\,V'_E}{2}$$

Le mélange S a un volume $V_1 + V_2 = 20{,}0$ mL, soit quatre fois celui de l'échantillon : $n_{\mathrm{I_2}}(90) = \dfrac{V_1 + V_2}{V} \times \dfrac{c'\,V'_E}{2} = 4 \times \dfrac{c'\,V'_E}{2}$.

$$n_{\mathrm{I_2}}(90) = 2\,c'\,V'_E$$

Relation stœchiométrique		$I_2(aq)$	$+ 2\ S_2O_3^{2-}(aq)$	$= 2\ I^-(aq)$	$+ S_4O_6^{2-}(aq)$
État du système	Avancement	Quantité de matière en mol			
État initial	x = 0	$n(I_2)$	$c'\cdot V'_E$	n_0	0
Au cours de la transformation	x	$n(I_2) - x$	$c'\cdot V'_E - 2x$	$n_0 + 2x$	x
À l'équivalence	x_E	$n(I_2) - x_E = 0$	$c'\cdot V'_E - 2x_E = 0$	$n_0 + 2x_E$	x_E

2.3.1 · Tableau d'avancement de la réaction de titrage, pour l'échantillon de 5,0 mL (n_0 : ions iodure déjà présents)

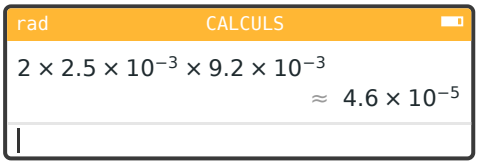
2.3.2 Calculer la valeur de cette quantité de diiode formé.

Données utiles $c' = 2{,}5 \times 10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $V'_E = 9{,}2\ \text{mL}$

$$n_{I_2}(90) = 2\,c'\,V'_E = 2 \times 2{,}5 \times 10^{-3} \times 9{,}2 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{n_{I_2}(90) = 4{,}6 \times 10^{-5}\ \text{mol}}$$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
S'arrêter à $\frac{c'\,V'_E}{2} = 1{,}15 \times 10^{-5}$ mol : c'est le diiode de l'échantillon de 5,0 mL seulement. Autre erreur fréquente : oublier le coefficient 2 des ions thiosulfate.

2.3.3 Cette valeur est-elle compatible avec celle trouvée à la question 1.2.3 ?

Données utiles spectrophotométrie : $4{,}6 \times 10^{-5}$ mol (1.2.3) ; titrage : $4{,}6 \times 10^{-5}$ mol (2.3.2)

Les deux méthodes, indépendantes l'une de l'autre, conduisent à la même valeur avec deux chiffres significatifs.

$$\boxed{\text{Oui : le titrage confirme } n_{I_2}(90) = 4{,}6 \times 10^{-5}\ \text{mol.}}$$

3.1 À partir des demi-équations des couples $I_2(aq)/I^-(aq)$ et $S_2O_8^{2-}(aq)/SO_4^{2-}(aq)$, retrouver l'équation (1).

Oxydation des ions iodure : $2\,I^-(aq) = I_2(aq) + 2\,e^-$

Réduction des ions peroxodisulfate : $S_2O_8^{2-}(aq) + 2\,e^- = 2\,SO_4^{2-}(aq)$

Chaque demi-équation échange deux électrons : on les additionne membre à membre.

$$\boxed{2\,I^-(aq) + S_2O_8^{2-}(aq) = I_2(aq) + 2\,SO_4^{2-}(aq)}$$

MÉTHODE
Écrire chaque demi-équation dans le sens où elle se produit (réactif à gauche), vérifier les éléments et les charges, puis combiner pour que les électrons disparaissent du bilan.

3.2.1 La transformation étant supposée totale, compléter le tableau d'avancement à partir des données du mélange réactionnel S.

Données utiles $c_1 = 5{,}0 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $c_2 = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_1 = V_2 = 10{,}0\ \text{mL}$

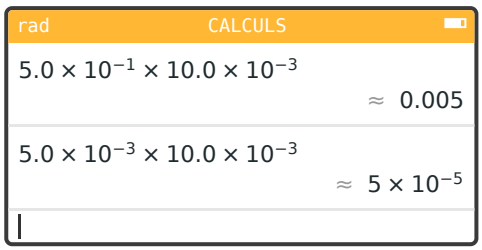
Quantités initiales :

$n_0(\text{I}^-) = c_1 V_1 = 5{,}0 \times 10^{-1} \times 10{,}0 \times 10^{-3} = 5{,}0 \times 10^{-3}$ mol

$n_0({\text{S}_2\text{O}_8}^{2-}) = c_2 V_2 = 5{,}0 \times 10^{-3} \times 10{,}0 \times 10^{-3} = 5{,}0 \times 10^{-5}$ mol

Tableau complété ci-dessous, avec $n_0(\text{I}^-) = 5{,}0 \times 10^{-3}$ mol et $n_0({\text{S}_2\text{O}_8}^{2-}) = 5{,}0 \times 10^{-5}$ mol.

À LA CALCULATRICE



Relation stœchiométrique		$2\ \text{I}^-(\text{aq})$	$+\ {\text{S}_2\text{O}_8}^{2-}(\text{aq})$	$= \text{I}_2(\text{aq})$	$+\ 2\ {\text{SO}_4}^{2-}(\text{aq})$
État du système	Avancement	Quantité de matière en mol			
État initial	x = 0	$5{,}0 \times 10^{-3}$	$5{,}0 \times 10^{-5}$	0	0
Au cours de la transformation	x	$5{,}0 \times 10^{-3} - 2x$	$5{,}0 \times 10^{-5} - x$	x	2x
État final attendu	x_{max}	$5{,}0 \times 10^{-3} - 2x_{max}$	$5{,}0 \times 10^{-5} - x_{max}$	x_{max}	$2x_{max}$

3.2.1 · Tableau d'avancement de la réaction (1), complété pour le mélange S

3.2.2 En déduire l'avancement maximal de la réaction et la quantité de matière maximale de diiode formé.

Données utiles $n_0(\text{I}^-) = 5{,}0 \times 10^{-3}$ mol et $n_0({\text{S}_2\text{O}_8}^{2-}) = 5{,}0 \times 10^{-5}$ mol (3.2.1)

Si I^- est limitant : $5{,}0 \times 10^{-3} - 2\,x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 2{,}5 \times 10^{-3}$ mol.

Si ${\text{S}_2\text{O}_8}^{2-}$ est limitant : $5{,}0 \times 10^{-5} - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 5{,}0 \times 10^{-5}$ mol.

La plus petite valeur est la bonne : l'ion peroxodisulfate est le réactif limitant. D'après le tableau, $n_{max}(\text{I}_2) = x_{max}$.

$x_{max} = 5{,}0 \times 10^{-5}$ mol et $n_{max}(\text{I}_2) = 5{,}0 \times 10^{-5}$ mol

PIÈGE
Comparer directement $5{,}0 \times 10^{-3}$ et $5{,}0 \times 10^{-5}$ sans tenir compte du coefficient 2 des ions iodure. Ici la conclusion serait la même, mais le raisonnement serait faux.

COMPRENDRE
Les ions iodure sont en très large excès (cent fois plus que les ions peroxodisulfate) : c'est ce qui permet au diiode formé de rester dissous, sous forme d'ions triiodure.

3.3 À l'aide de l'écart relatif $\frac{n_{exp}(\mathrm{I_2}) - n_{th}(\mathrm{I_2})}{n_{th}(\mathrm{I_2})}$, comparer les résultats expérimentaux (1.2.3 et 2.3.2) au résultat théorique de la question 3.2.2. Commenter.

Données utiles $n_{exp}(\mathrm{I_2}) = 4{,}6 \times 10^{-5}$ mol (1.2.3 et 2.3.2) ; $n_{th}(\mathrm{I_2}) = 5{,}0 \times 10^{-5}$ mol (3.2.2)

Les deux valeurs expérimentales sont identiques :

$$\frac{n_{exp}(\mathrm{I_2}) - n_{th}(\mathrm{I_2})}{n_{th}(\mathrm{I_2})} = \frac{4{,}6 \times 10^{-5} - 5{,}0 \times 10^{-5}}{5{,}0 \times 10^{-5}} = -0{,}080$$

La quantité de diiode mesurée est inférieure de 8 % à la quantité attendue pour une transformation totale.

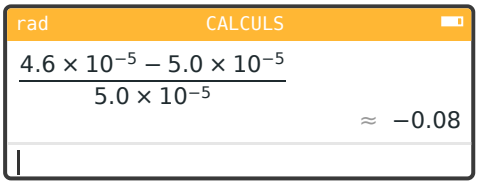
Commentaire : l'absorbance ne varie plus depuis 50 min, le système a donc cessé d'évoluer. L'écart, modéré, peut venir des incertitudes expérimentales (concentrations des solutions, valeur de k obtenue avec un seul couple de mesures, repérage de V_E') ; si la réaction n'était pas tout à fait terminée à 90 min, l'écart irait dans le même sens.

Écart relatif de $-8\,\%$: résultats expérimentaux concordants, un peu inférieurs à la valeur théorique.

COMPRENDRE

Le signe « $-$ » indique que la valeur expérimentale est plus petite que la valeur théorique. Deux méthodes indépendantes qui donnent le même écart suggèrent une cause commune, par exemple la concentration réelle d'une des solutions de départ.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : La physique et le violon

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Le fuseau observé sur la corde pincée est-il dû à des ondes longitudinales ou transversales ? Justifier en définissant le terme choisi.

Chaque point de la corde se déplace perpendiculairement à la corde, alors que l'onde se propage le long de la corde.

Une onde est transversale quand la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation.

Le fuseau est dû à des ondes **transversales**.

PIÈGE
Répondre « transversale » sans la définition : la question demande de définir le terme, c'est la définition qui rapporte le point.

1.2 À partir des connaissances du cours, montrer que la longueur ℓ de la corde vibrante est liée à la longueur d'onde par $\ell = \dfrac{\lambda}{2}$.

Les ondes se réfléchissent aux deux extrémités fixes A et O et se superposent : il s'établit une onde stationnaire, avec un nœud de vibration à chaque extrémité.

Deux nœuds consécutifs sont distants de $\dfrac{\lambda}{2}$, donc la corde contient un nombre entier n de fuseaux : $\ell = n\,\dfrac{\lambda}{2}$.

L'élève observe un seul fuseau (mode fondamental) : $n = 1$.

$$\boxed{\ell = \frac{\lambda}{2}}$$

COMPRENDRE
Un fuseau est la portion de corde comprise entre deux nœuds voisins ; le ventre, où l'amplitude est maximale, se trouve au milieu. Avec deux fuseaux on aurait $\ell = \lambda$.

1.3 Les vibrations de la corde sont transmises à la caisse en bois du violon. Quel est le rôle de cette caisse ?

La corde seule, très fine, met peu d'air en mouvement : le son qu'elle produit est à peine audible.

La caisse, mise en vibration forcée par la corde, possède une grande surface en contact avec l'air et lui transmet efficacement les vibrations.

La caisse est une **caisse de résonance** : elle amplifie le son émis et le rayonne dans l'air.

2 La corde « la3 » est accordée sur le diapason (440 Hz). Calculer la tension de la corde après cette opération.

Données utiles $\ell = 55{,}0$ cm ; $f_3 = 440$ Hz ; $\mu = 0{,}95\ \text{g}\cdot\text{m}^{-1}$; $v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

Dans le mode fondamental, $\lambda = 2\ell$ (1.2). Comme $\lambda = \dfrac{v}{f_3}$, la célérité vaut $v = 2\,\ell\,f_3$.

Or $v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$, donc $F = \mu\,v^2$:

$$F = 4\,\mu\,\ell^2\,f_3^2$$

Avec $\mu = 0{,}95 \times 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$ et $\ell = 0{,}550$ m :

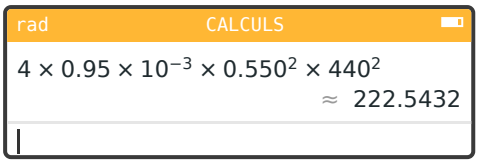
$$F = 4 \times 0{,}95 \times 10^{-3} \times 0{,}550^2 \times 440^2$$

$$\boxed{F = 2{,}2 \times 10^{2}\ \text{N}}$$

PIÈGE
Laisser μ en $\text{g}\cdot\text{m}^{-1}$ ou ℓ en cm : le résultat est alors faux d'un facteur 1000 ou 10 000. Le newton exige des kilogrammes et des mètres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme μ, la donnée la moins précise. Tendre la corde augmente F, donc v, donc la fréquence : c'est ce que fait la cheville.

À LA CALCULATRICE



3.1 En appuyant en B sur la corde « ré3 » sans changer sa tension, quelle grandeur le violoniste modifie-t-il ?

La tension F et la masse linéique μ restent les mêmes : la célérité $v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ est inchangée.

Le doigt impose un nœud en B : seule la portion AB vibre.

Le violoniste modifie la **longueur** de la corde vibrante (elle diminue), donc la longueur d'onde $\lambda = 2\ell$ et la fréquence $f = \dfrac{v}{2\ell}$ du son émis.

3.2 À quelle distance du chevalet l'élève appuie-t-il sur la corde « ré3 » pour que la note émise ait pour fréquence fondamentale 440 Hz ?

Données utiles $\ell = 55{,}0$ cm ; $f_2 = 294$ Hz ; $f_3 = 440$ Hz

Corde entière (longueur ℓ) : $v = 2\,\ell\,f_2$.

Corde raccourcie (longueur $\ell' = AB$) : $v = 2\,\ell'\,f_3$.

La célérité est la même dans les deux cas (3.1), donc $\ell'\,f_3 = \ell\,f_2$:

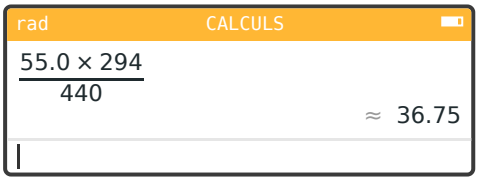
$$\ell' = \ell\,\frac{f_2}{f_3} = 55{,}0 \times \frac{294}{440}$$

$AB = \ell' = 36{,}8$ cm : l'élève appuie à 36,8 cm du chevalet.

PIÈGE
Donner la distance OB (18,2 cm, comptée depuis la cheville) : la partie qui vibre est située entre le chevalet A et le doigt B.

MÉTHODE
À célérité constante, le produit $\ell \times f$ est constant : longueur et fréquence sont inversement proportionnelles. Un rapport suffit, sans calculer v ni convertir les centimètres.

À LA CALCULATRICE



4.1 Identifier chacun des deux spectres (corde « la3 » du violon, diapason 440 Hz) en justifiant la réponse.

Le diapason émet un son de fréquence unique 440 Hz (son pur) : son spectre ne comporte qu'un seul pic, vers 440 Hz. C'est le spectre n°1.

Le spectre n°2 présente plusieurs pics : le fondamental à 440 Hz et d'autres pics à des fréquences multiples de 440 Hz. C'est un son complexe, celui du violon.

Spectre n°1 : diapason ; spectre n°2 : corde « la3 » du violon.

COMPRENDRE
Les deux sons ont le même fondamental, donc la même hauteur ; ils diffèrent par leurs harmoniques, donc par leur timbre. Harmoniques, hauteur et timbre ne figurent plus au programme actuel de spécialité.

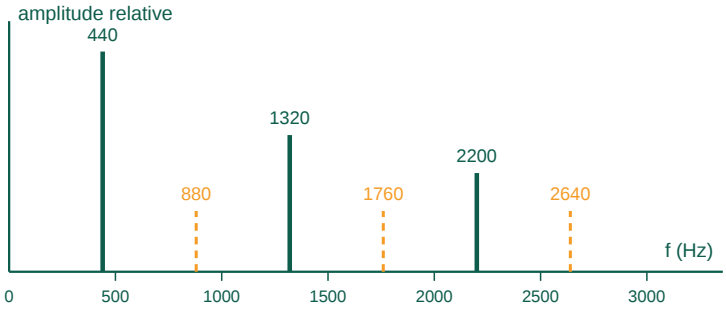
4.2 Pour le spectre du violon, entre 0 et 3000 Hz, quelles sont les fréquences des harmoniques manquants ?

Données utiles fondamental $f_3 = 440$ Hz ; pics lus sur le spectre n°2 : environ 440 Hz, 1300 Hz et 2200 Hz

Les harmoniques ont pour fréquences $n \times 440$ Hz, avec n entier.
Jusqu'à 3000 Hz : 440 ; 880 ; 1320 ; 1760 ; 2200 ; 2640 Hz.

Les pics du spectre n°2 correspondent à 440 Hz ($n = 1$), 1320 Hz ($n = 3$) et 2200 Hz ($n = 5$).

Il manque les harmoniques de rang pair : **880 Hz, 1760 Hz et 2640 Hz**.



rangs 1, 3, 5 présents ; rangs 2, 4, 6 absents

4.2 · Spectre n°2 : pics présents (vert) et harmoniques manquants (orange)

MÉTHODE
Dresser d'abord la liste complète des multiples du fondamental dans l'intervalle demandé, puis rayer ceux qui apparaissent sur le spectre. Le suivant, 3080 Hz, dépasse 3000 Hz.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
2×440 → 880
4×440 → 1 760
6×440 → 2 640

5 Un violon seul donne un niveau sonore de 70 dBA. Quel niveau sonore indiquera le sonomètre lorsque deux violons joueront ensemble la même note, au même niveau sonore et à la même distance ?

Données utiles $L_1 = 70$ dBA ; $L = 10 \log \dfrac{I}{I_0}$; les intensités sonores s'additionnent

Un violon seul : intensité I_1 et $L_1 = 10 \log \dfrac{I_1}{I_0} = 70$ dBA.

Les deux violons ont le même niveau sonore, donc la même intensité.
Les intensités s'ajoutent : $I = 2\,I_1$.

$$L_2 = 10 \log \frac{2\,I_1}{I_0} = 10 \log 2 + 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log 2 + L_1$$

$L_2 = 3{,}0 + 70$

$L_2 = 73$ dBA

PIÈGE
Additionner les niveaux : $70 + 70 = 140$ dBA est faux. Ce sont les intensités qui s'ajoutent, pas les niveaux sonores.

COMPRENDRE
Doubler l'intensité sonore ajoute toujours 3 dB, quel que soit le niveau de départ, car $\log(2I) = \log 2 + \log I$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$10 \times \log(2) + 70$ → $\approx$ 73.0103

6 Trouver la relation mathématique simple entre les fréquences fondamentales des cordes données dans le tableau et en déduire la valeur de f_4.

Données utiles $f_1 = 196$ Hz ; $f_2 = 294$ Hz ; $f_3 = 440$ Hz

On calcule les rapports de deux fréquences successives :

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{294}{196} = 1{,}50 \qquad \frac{f_3}{f_2} = \frac{440}{294} = 1{,}50$$

On passe d'une corde à la suivante en multipliant la fréquence par 1,50 : $f_{n+1} = 1{,}50 \times f_n$ (suite géométrique de raison 1,50).

Donc $f_4 = 1{,}50 \times f_3 = 1{,}50 \times 440$

$$\boxed{f_4 = 660 \text{ Hz}}$$

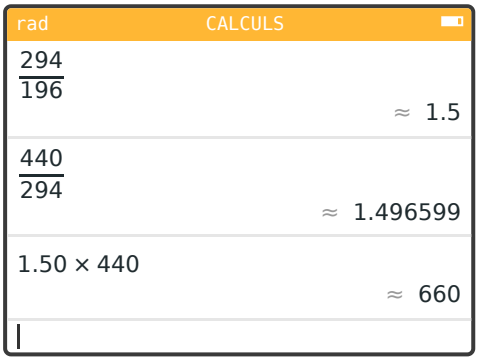
PIÈGE

Chercher un écart constant : $294 - 196 = 98$ Hz mais $440 - 294 = 146$ Hz. C'est le rapport des fréquences qui est constant, pas leur différence.

COMPRENDRE

Le second rapport vaut 1,497, soit 1,50 à trois chiffres significatifs. Le rapport $\frac{3}{2}$ entre deux notes est l'intervalle que les musiciens appellent une quinte.

À LA CALCULATRICE



Deux isotopes de l'iode pour étudier la thyroïde

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Donner la composition du noyau de l'isotope $^{131}_{53}\mathrm{I}$.

Le numéro atomique est $Z = 53$ et le nombre de masse $A = 131$; le nombre de neutrons est $A - Z = 131 - 53 = 78$.

Le noyau d'iode 131 contient **53 protons** et **78 neutrons**.

PIÈGE
Le nombre 131 compte tous les nucléons (protons et neutrons), pas les neutrons seuls. Les électrons n'appartiennent pas au noyau.

2 Montrer que le nombre d'atomes radioactifs initialement présents dans la dose ingérée est égal à $4{,}60 \times 10^{15}$.

Données utiles $m = 1{,}00\ \mu\mathrm{g} = 1{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{g}$; $M = 131\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$

La quantité de matière d'iode 131 est $n = \dfrac{m}{M}$ et le nombre d'atomes $N_0 = n\,N_A$, donc :

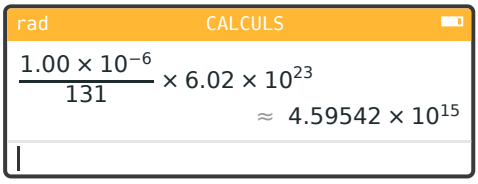
$$N_0 = \frac{m}{M}\,N_A = \frac{1{,}00 \times 10^{-6}}{131} \times 6{,}02 \times 10^{23}$$

$N_0 = 4{,}60 \times 10^{15}$ atomes : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
La masse est en microgrammes : $1\ \mu\mathrm{g} = 10^{-6}\ \mathrm{g}$. Avec 10^{-3} (milligramme), le résultat est mille fois trop grand.

COMPRENDRE
Les trois données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois, d'où $4{,}60$ et non $4{,}6$.

À LA CALCULATRICE



3 L'iode 131 est radioactif β^-. Préciser les lois de conservation utilisées, puis écrire l'équation de sa désintégration (noyau fils non excité).

Données utiles $_{51}\mathrm{Sb}$; $_{52}\mathrm{Te}$; $_{53}\mathrm{I}$; $_{54}\mathrm{Xe}$; $_{55}\mathrm{Cs}$

Lors d'une réaction nucléaire, deux grandeurs se conservent : le nombre de nucléons A et le nombre de charge Z.

Une désintégration β^- émet un électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$. Pour le noyau fils $^{A}_{Z}\mathrm{X}$:

- nucléons : $131 = A + 0$, donc $A = 131$;
- charge : $53 = Z - 1$, donc $Z = 54$, c'est le xénon.

$$^{131}_{53}\mathrm{I} \longrightarrow {}^{131}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

PIÈGE
Avec β^-, Z augmente d'une unité : le noyau fils est le xénon, pas le tellure. Un neutron du noyau s'est transformé en proton.

COMPRENDRE
Le noyau fils n'étant pas excité, aucun photon γ ne s'ajoute à l'équation. Un antineutrino est aussi émis ; le sujet ne le demande pas.

4.1 Rappeler la loi de décroissance radioactive en faisant intervenir N_0 et la constante radioactive λ.

$N(t)$ est le nombre de noyaux d'iode 131 encore présents à la date t, N_0 leur nombre à $t = 0$.

$$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

COMPRENDRE
λ s'exprime en $\mathrm{s^{-1}}$: le produit λt est sans unité. Le signe « $-$ » traduit la décroissance.

4.2.1 Définir la demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon radioactif.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs présents au départ dans l'échantillon s'est désintégrée.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

PIÈGE
La demi-vie n'est pas la moitié de la durée de vie de l'échantillon : après deux demi-vies, il reste encore un quart des noyaux.

4.2.2 En déduire la relation $\ln 2 = \lambda\, t_{1/2}$.

À la date $t_{1/2}$, la loi de décroissance s'écrit $N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln \dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$\ln 2 = \lambda\, t_{1/2}$$

MÉTHODE
Pour isoler une grandeur placée en exposant d'une exponentielle : isoler l'exponentielle, puis appliquer $\ln$ aux deux membres, avec $\ln(\mathrm{e}^x) = x$ et $\ln(1/a) = -\ln a$.

4.3 Tracer sur la figure l'allure de l'évolution du nombre de noyaux radioactifs au cours du temps, en justifiant, et placer les points d'abscisses $t_{1/2}$, $2\,t_{1/2}$ et $3\,t_{1/2}$.

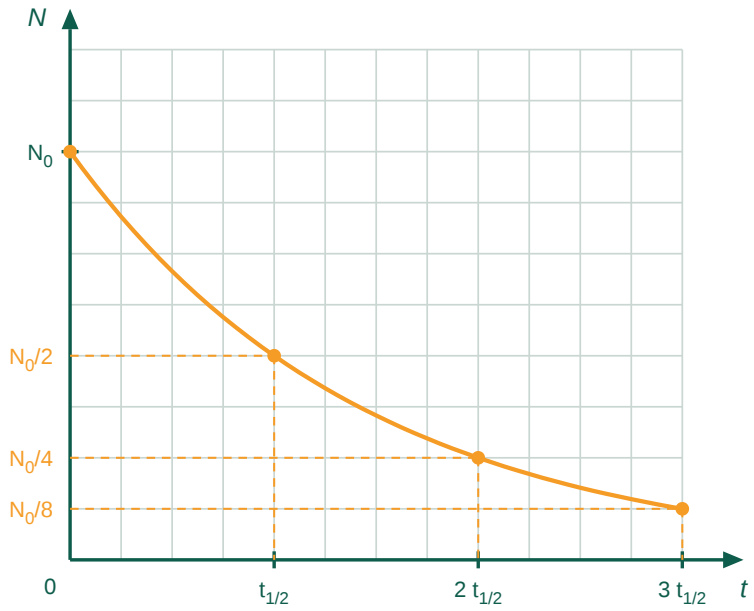
À chaque demi-vie écoulée, le nombre de noyaux restants est divisé par 2 :

- à $t = 0$: $N = N_0$;
- à $t_{1/2}$: $N = \dfrac{N_0}{2}$;
- à $2\,t_{1/2}$: $N = \dfrac{N_0}{4}$;
- à $3\,t_{1/2}$: $N = \dfrac{N_0}{8}$.

Sur la figure, N_0 correspond à 8 carreaux : les ordonnées des trois points sont 4, 2 et 1 carreaux. La courbe, exponentielle décroissante, passe par ces points et tend vers l'axe des abscisses.

Points $\left(t_{1/2}\,;\ \dfrac{N_0}{2}\right)$, $\left(2\,t_{1/2}\,;\ \dfrac{N_0}{4}\right)$, $\left(3\,t_{1/2}\,;\ \dfrac{N_0}{8}\right)$, reliés par une courbe décroissante.

PIÈGE
Relier les points à la règle ou faire toucher l'axe des temps. La courbe est arrondie, de moins en moins pentue, et N ne s'annule jamais.



4.3 · Figure du sujet complétée : le nombre de noyaux est divisé par 2 à chaque demi-vie

5.1 À partir de la loi de décroissance, montrer que l'activité $A(t) = \left|\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}\right|$ est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs à la date t.

On dérive $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ par rapport au temps :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda\,N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = -\lambda\,N(t)$$

Comme λ et $N(t)$ sont positifs, la valeur absolue donne :

$A(t) = \lambda\,N(t)$: l'activité est proportionnelle à $N(t)$, de coefficient λ.

COMPRENDRE
La dérivée est négative car N diminue ; la valeur absolue rend l'activité positive. Elle compte les désintégrations par seconde.

5.2 En déduire l'expression de l'activité A_0 à l'origine des dates en fonction de N_0 et $t_{1/2}$, puis calculer sa valeur dans le système international.

Données utiles $N_0 = 4{,}60 \times 10^{15}$ (Q2) ; $t_{1/2} = 8{,}0$ jours

À $t = 0$: $A_0 = \lambda\,N_0$, avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (Q4.2.2), donc $A_0 = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}\,N_0$.

La demi-vie doit être en secondes : $t_{1/2} = 8{,}0 \times 24 \times 3600 = 6{,}9 \times 10^5$ s.

$$A_0 = \frac{\ln 2}{8{,}0 \times 24 \times 3600} \times 4{,}60 \times 10^{15}$$

$$A_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}\,N_0 = 4{,}6 \times 10^9 \text{ Bq}$$

PIÈGE
Laisser la demi-vie en jours donne des désintégrations par jour. Le becquerel est une désintégration par seconde : il faut des secondes.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement, comme la demi-vie (8,0 jours), donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$8.0 \times 24 \times 3600$ ≈ 691200

$\dfrac{\ln(2)}{691\,200} \times 4.60 \times 10^{15}$ ≈ 4.612959×10^9

5.3 Calculer, dans le système international, l'activité A de l'échantillon d'iode 131 à l'instant de l'examen, pratiqué quatre heures après l'ingestion.

Données utiles $A_0 = 4{,}6 \times 10^9$ Bq (Q5.2) ; $t = 4$ h ; $t_{1/2} = 8{,}0$ jours $= 192$ h

L'activité étant proportionnelle à $N(t)$, elle suit la même loi : $A(t) = \lambda N_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda t} = A_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec $\lambda t = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} t$.

En exprimant t et $t_{1/2}$ en heures :

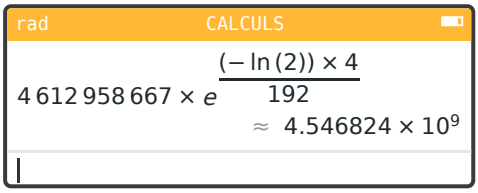
$$A = 4{,}6 \times 10^9 \times \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2 \times 4}{192}}$$

$$\boxed{A = 4{,}5 \times 10^9 \text{ Bq}}$$

MÉTHODE

Dans $\dfrac{t}{t_{1/2}}$, il suffit que les deux durées soient dans la même unité. On calcule avec la valeur non arrondie de A_0 gardée en mémoire.

À LA CALCULATRICE



5.4 En déduire la perte relative d'activité $\dfrac{|\Delta A|}{A_0} = \dfrac{|A(t) - A_0|}{A_0}$ entre les deux instants, exprimée en pourcentage.

Données utiles $t = 4$ h ; $t_{1/2} = 192$ h

Comme $A(t) = A_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda t} < A_0$:

$$\frac{|\Delta A|}{A_0} = \frac{A_0 - A(t)}{A_0} = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2 \times 4}{192}} = 0{,}014$$

$\dfrac{|\Delta A|}{A_0} = 1{,}4\ \%$: l'activité a très peu diminué en quatre heures.

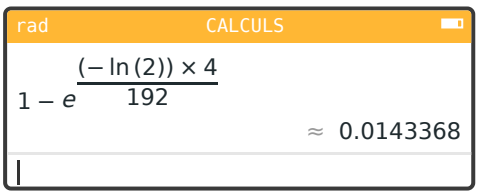
PIÈGE

Avec les valeurs arrondies $4{,}5 \times 10^9$ et $4{,}6 \times 10^9$, on trouve $2{,}2\ \%$: la différence de deux nombres voisins amplifie l'arrondi. Garder les valeurs non arrondies.

COMPRENDRE

Quatre heures représentent $\dfrac{1}{48}$ de demi-vie : il est normal que l'activité ait à peine changé.

À LA CALCULATRICE



6 Avec l'iode 123 (demi-vie 13,2 h) ingéré avec la même activité initiale A_0, l'activité A de la question 5.3 sera-t-elle atteinte après une durée identique, plus petite ou plus grande qu'avec l'iode 131 ? Justifier.

Données utiles $t_{1/2}(^{123}\mathrm{I}) = 13{,}2\ \mathrm{h}$; $t_{1/2}(^{131}\mathrm{I}) = 192\ \mathrm{h}$; $t = 4\ \mathrm{h}$ (Q5.3)

Les deux activités partent de la même valeur A_0 et suivent $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

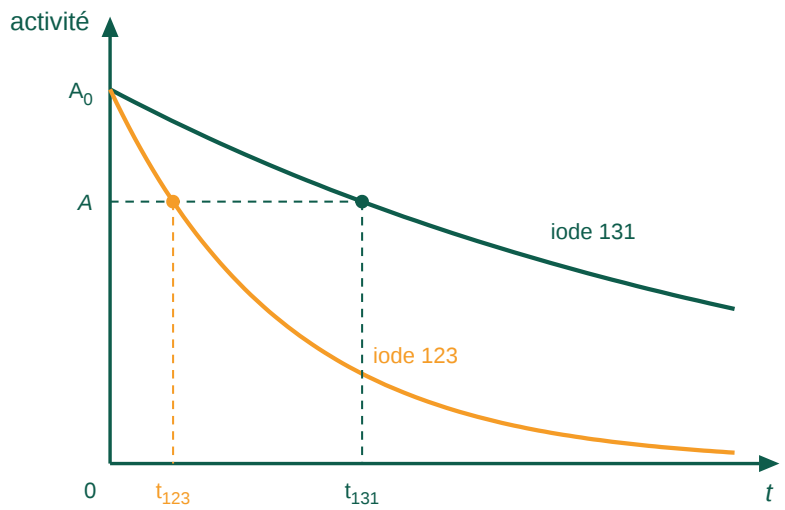
La demi-vie de l'iode 123 est plus courte, donc sa constante λ est plus grande : son activité décroît plus vite. Sur le graphique, sa courbe est sous celle de l'iode 131 et coupe la droite d'ordonnée A plus tôt.

Par le calcul : même rapport $\dfrac{A}{A_0}$, donc même produit λt, soit $t' = t \times \dfrac{13{,}2}{192} = 0{,}28\ \mathrm{h}$.

La durée est **plus petite** avec l'iode 123 : environ 0,28 h (17 min) au lieu de 4 h.

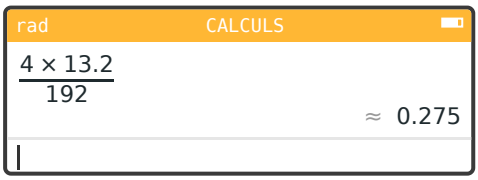
COMPRENDRE

Le même rapport $\dfrac{A}{A_0}$ est atteint après la même fraction de demi-vie : $\dfrac{1}{48}$ de 13,2 h au lieu de $\dfrac{1}{48}$ de 192 h.



6 · Allure des deux décroissances (échelles non respectées) : l'iode 123 atteint l'activité A plus tôt

À LA CALCULATRICE



Le lancer du poids aux championnats du monde 2003

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1.1 À l'aide de la figure 1, déterminer la composante v_{0x} du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet à la date $t = 0$ s.

Sur la figure 1, le point d'abscisse $t = 0$ s a pour ordonnée 10.

$v_{0x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

COMPRENDRE
Le « centre d'inertie » de ce sujet s'appelle aujourd'hui centre de masse.

1.1.2 Donner, en justifiant, la nature du mouvement de la projection du centre d'inertie sur l'axe Ox.

Tous les points de la figure 1 sont alignés sur une droite horizontale : v_x conserve la valeur $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à toutes les dates.

Sur l'axe Ox, le mouvement de la projection est **uniforme** (et rectiligne, puisqu'il a lieu le long d'un axe).

PIÈGE
Qualifier le mouvement du boulet lui-même de « rectiligne uniforme » : seule sa projection sur Ox l'est, la trajectoire est courbe.

1.1.3 Déterminer la composante v_{Sx} du vecteur vitesse lorsque le boulet est au sommet S de sa trajectoire.

v_x garde la même valeur pendant tout le vol, donc aussi au sommet S.

$v_{Sx} = v_{0x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1.2.1 À l'aide de la figure 2, déterminer la composante v_{0y} du vecteur vitesse à la date $t = 0$ s.

Sur la figure 2, le premier point ($t = 0$ s) est placé un peu en dessous de la graduation 10.

$v_{0y} \approx 9{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

COMPRENDRE
L'axe n'est gradué que de 5 en 5 : la lecture est peu précise et toute valeur comprise entre 9 et 9,5 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ est recevable.

1.2.2 Vérifier que la valeur de la vitesse initiale et l'angle de tir sont compatibles avec $v_0 = 13{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\alpha = 43^\circ$.

Données utiles $v_{0x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.1.1) ; $v_{0y} \approx 9{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.2.1)

Valeur de la vitesse : $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{10^2 + 9{,}3^2} = 13{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

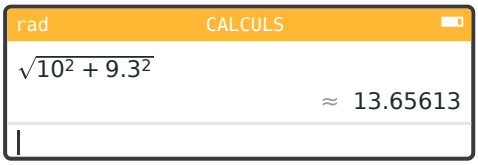
Angle de tir : $\tan\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} = \dfrac{9{,}3}{10} = 0{,}93$, d'où $\alpha = 43^\circ$.

$v_0 \approx 13{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\alpha \approx 43^\circ$: les lectures sont compatibles avec les valeurs du texte.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : les lectures graphiques n'en ont que deux, l'accord au dixième est donc en partie fortuit. Avec $v_{0y} = 9$, on trouve 13,5 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et 42° : cela reste compatible.

MÉTHODE
Dans le triangle rectangle formé par $\vec{v}_0$ et ses composantes : la valeur par Pythagore, l'angle par $\tan\alpha = v_{0y}/v_{0x}$.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Déterminer toutes les caractéristiques du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet au sommet de la trajectoire.

Données utiles $v_{Sx} = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.1.3)

Au sommet S, le boulet cesse de monter : $v_{Sy} = 0$ (sur la figure 2, v_y s'annule en changeant de signe). Il ne reste que la composante horizontale.

Caractéristiques de $\vec{v}_S$:

- direction : horizontale (tangente à la trajectoire en S) ;
- sens : celui de l'axe Ox, vers la droite ;
- valeur : $v_S = \sqrt{v_{Sx}^2 + v_{Sy}^2} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$\vec{v}_S$: horizontal, vers la droite, $v_S = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

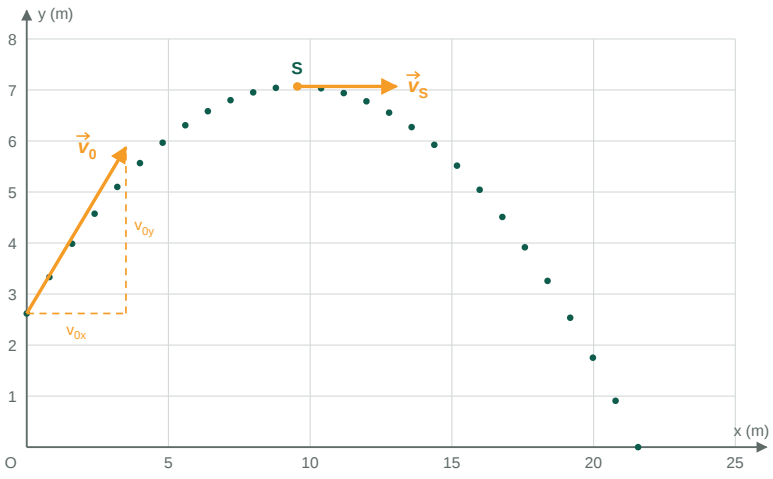
PIÈGE
Écrire que la vitesse est nulle au sommet. Seule la composante verticale s'annule ; le boulet avance toujours à $10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1.3.2 Sur le graphe $y = f(x)$ de l'annexe, tracer le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ à l'instant du lancer et le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ au sommet de la trajectoire, en cohérence avec les questions 1.1.1, 1.1.3 et 1.2.1.

- $\vec{v}_0$: origine au premier point de la trajectoire ($x = 0$; $y = 2{,}62$ m), tangent à la trajectoire, orienté vers le haut et vers la droite.
- $\vec{v}_S$: origine au sommet S, horizontal, orienté vers la droite.
- Cohérence : $v_{Sx} = v_{0x}$, donc la flèche de $\vec{v}_S$ a exactement la longueur de la projection horizontale de $\vec{v}_0$; elle est plus courte que celle de $\vec{v}_0$.

Voir l'annexe complétée ci-dessous.

COMPRENDRE
Les axes de l'annexe n'ont pas la même échelle : la tangente au départ n'y apparaît pas inclinée de 43°. On suit la direction des premiers points, sans rapporteur.



1.3.2 · Annexe complétée : $\vec{v}_0$ tangent à la trajectoire au départ, $\vec{v}_S$ horizontal au sommet, même composante horizontale

2.1 Exprimer littéralement la valeur P_A de la poussée d'Archimède exercée par l'air sur le boulet et la valeur P de son poids. Montrer que P_A est négligeable devant P.

Données utiles $\mu = 7{,}10 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\mu' = 1{,}29 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

La poussée d'Archimède a pour valeur le poids du volume d'air déplacé : $P_A = \mu' V g$.

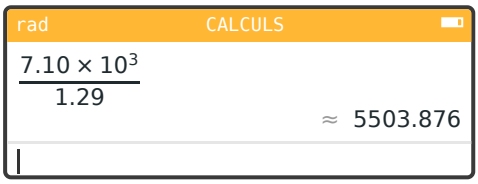
Poids du boulet, de masse $m = \mu V$: $P = m g = \mu V g$.

$$\frac{P}{P_A} = \frac{\mu V g}{\mu' V g} = \frac{\mu}{\mu'} = \frac{7{,}10 \times 10^3}{1{,}29} = 5{,}50 \times 10^3$$

$P_A = \dfrac{P}{5{,}50 \times 10^3}$: la poussée d'Archimède est environ 5500 fois plus faible que le poids, elle est négligeable.

MÉTHODE
Pour montrer qu'une force est négligeable devant une autre, former le rapport des deux valeurs : ici V et g se simplifient, aucune autre donnée n'est nécessaire.

À LA CALCULATRICE



2.2 En appliquant la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen, déterminer le vecteur accélération du centre d'inertie du boulet (frottements de l'air négligés).

Système : {boulet}, de masse m constante. Référentiel terrestre supposé galiléen.

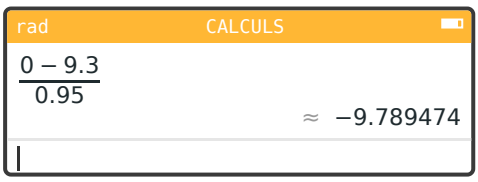
Bilan des forces : le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ seulement (poussée d'Archimède et frottements négligés).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$, soit $m\vec{g} = m\vec{a}$.

$\vec{a} = \vec{g}$: vecteur constant, vertical, dirigé vers le bas, de valeur g.

COMPRENDRE
La figure 2 le confirme : v_y décroît selon une droite, de 9,3 à 0 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ en 0,95 s environ, soit une pente proche de $-9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, c'est-à-dire $-g$.

À LA CALCULATRICE



2.3 Montrer que les équations horaires du mouvement sont $x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + h$.

Dans le repère (O, x, y) : $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Comme $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_y = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, $\vec{v}_0$ a pour coordonnées $(v_0 \cos\alpha\ ;\ v_0 \sin\alpha)$, donc :

$$v_x = v_0 \cos\alpha \qquad v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha$$

Comme $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on prend de nouveau les primitives : $x = (v_0 \cos\alpha)\,t + C_3$ et $y = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + C_4$.

À $t = 0$, le centre d'inertie G est en $(0\ ;\ h)$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + h$: ce sont les expressions attendues.

PIÈGE
Oublier la constante h : l'origine O est au sol, alors que le boulet quitte la main à l'altitude h.

MÉTHODE
Deux recherches de primitives successives ; chaque constante se fixe aussitôt avec la condition initiale correspondante (vitesse à $t = 0$, puis position à $t = 0$).

2.4 En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie.

On élimine le temps : $x = (v_0 \cos\alpha)\,t$ donne $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$.

On reporte dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha\,\frac{x}{v_0 \cos\alpha} + h$$

$$y = -\frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x + h$$

COMPRENDRE
C'est un polynôme du second degré en x à coefficient dominant négatif : la trajectoire est un arc de parabole tourné vers le bas, comme le graphe de l'annexe.

3.1 À partir des figures 3 et 4, entourer dans le tableau de l'annexe la proposition correcte donnant l'évolution de la longueur du jet, pour l'angle α fixé puis pour la valeur v_0 fixée.

La longueur D du jet est l'abscisse du point où la courbe coupe l'axe des abscisses ($y = 0$).

Figure 3 ($\alpha = 41^\circ$) : le point de chute s'éloigne quand v_0 passe de 13,2 à 13,8 puis à 14,0 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (environ 20 m, puis 21,7 m, puis plus de 22 m).

Figure 4 ($v_0 = 13{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$) : le jet est plus long pour 41° (21,69 m) que pour 37° et que pour 48° (environ 21 m dans les deux cas).

Angle fixé : D **augmente** avec v_0. Vitesse fixée : quand α augmente, D **augmente, passe par un maximum puis diminue**.

PIÈGE
Comparer les hauteurs des sommets au lieu des points de chute : sur la figure 4, la courbe à 48° monte le plus haut mais ne retombe pas le plus loin.

angle α fixé (figure 3)	vitesse initiale v_0 fixée (figure 4)
Quand v_0 augmente, la distance D du jet :	Quand α augmente, la distance D du jet :
– augmente	– augmente
– diminue	– diminue
– est la même	– est la même
– augmente, passe par un maximum puis diminue	**– augmente, passe par un maximum puis diminue**
– diminue, passe par un minimum puis augmente	– diminue, passe par un minimum puis augmente

3.1 · Tableau de l'annexe : propositions entourées

3.2 Confronter les figures 3 et 4 pour en déduire s'il existe, parmi les combinaisons proposées, une combinaison satisfaisante pour battre le record du monde. Justifier.

Données utiles record : $D = 21{,}69$ m

Figure 4 : avec $v_0 = 13{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, le meilleur des trois angles est 41° et le boulet retombe juste à $21{,}69$ m. Le record est égalé, pas battu ; les deux autres angles donnent moins.

Figure 3 : en conservant $\alpha = 41^\circ$, la courbe $v_0 = 14{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ coupe l'axe au-delà de 22 m, donc plus loin que $21{,}69$ m.

Oui : la combinaison $\alpha = 41^\circ$ et $v_0 = 14{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ permet de battre le record.

COMPRENDRE

L'athlète lâche le boulet plus bas que le champion ($2{,}45$ m contre $2{,}62$ m) : il doit compenser par une vitesse initiale plus grande, $14{,}0$ contre $13{,}7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.