Le lancer du poids aux championnats du monde 2003

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1.1 À l'aide de la figure 1, déterminer la composante v_{0x} du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet à la date $t = 0$ s.

Sur la figure 1, le point d'abscisse $t = 0$ s a pour ordonnée 10.

$v_{0x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

COMPRENDRE
Le « centre d'inertie » de ce sujet s'appelle aujourd'hui centre de masse.

1.1.2 Donner, en justifiant, la nature du mouvement de la projection du centre d'inertie sur l'axe Ox.

Tous les points de la figure 1 sont alignés sur une droite horizontale : v_x conserve la valeur $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à toutes les dates.

Sur l'axe Ox, le mouvement de la projection est **uniforme** (et rectiligne, puisqu'il a lieu le long d'un axe).

PIÈGE
Qualifier le mouvement du boulet lui-même de « rectiligne uniforme » : seule sa projection sur Ox l'est, la trajectoire est courbe.

1.1.3 Déterminer la composante v_{Sx} du vecteur vitesse lorsque le boulet est au sommet S de sa trajectoire.

v_x garde la même valeur pendant tout le vol, donc aussi au sommet S.

$v_{Sx} = v_{0x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1.2.1 À l'aide de la figure 2, déterminer la composante v_{0y} du vecteur vitesse à la date $t = 0$ s.

Sur la figure 2, le premier point ($t = 0$ s) est placé un peu en dessous de la graduation 10.

$v_{0y} \approx 9{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

COMPRENDRE
L'axe n'est gradué que de 5 en 5 : la lecture est peu précise et toute valeur comprise entre 9 et 9,5 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ est recevable.

1.2.2 Vérifier que la valeur de la vitesse initiale et l'angle de tir sont compatibles avec $v_0 = 13{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\alpha = 43^\circ$.

Données utiles $v_{0x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.1.1) ; $v_{0y} \approx 9{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.2.1)

Valeur de la vitesse : $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{10^2 + 9{,}3^2} = 13{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

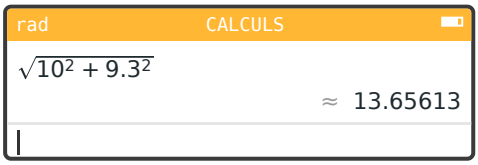
Angle de tir : $\tan\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} = \dfrac{9{,}3}{10} = 0{,}93$, d'où $\alpha = 43^\circ$.

$v_0 \approx 13{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\alpha \approx 43^\circ$: les lectures sont compatibles avec les valeurs du texte.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : les lectures graphiques n'en ont que deux, l'accord au dixième est donc en partie fortuit. Avec $v_{0y} = 9$, on trouve 13,5 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et 42° : cela reste compatible.

MÉTHODE
Dans le triangle rectangle formé par $\vec{v}_0$ et ses composantes : la valeur par Pythagore, l'angle par $\tan\alpha = v_{0y}/v_{0x}$.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Déterminer toutes les caractéristiques du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet au sommet de la trajectoire.

Données utiles $v_{Sx} = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.1.3)

Au sommet S, le boulet cesse de monter : $v_{Sy} = 0$ (sur la figure 2, v_y s'annule en changeant de signe). Il ne reste que la composante horizontale.

Caractéristiques de $\vec{v}_S$:

- direction : horizontale (tangente à la trajectoire en S) ;
- sens : celui de l'axe Ox, vers la droite ;
- valeur : $v_S = \sqrt{v_{Sx}^2 + v_{Sy}^2} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$\vec{v}_S$: horizontal, vers la droite, $v_S = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

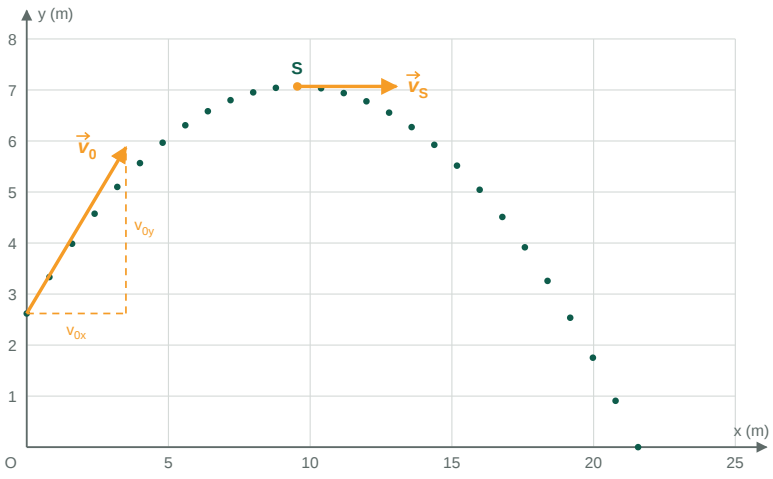
PIÈGE
Écrire que la vitesse est nulle au sommet. Seule la composante verticale s'annule ; le boulet avance toujours à $10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1.3.2 Sur le graphe $y = f(x)$ de l'annexe, tracer le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ à l'instant du lancer et le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ au sommet de la trajectoire, en cohérence avec les questions 1.1.1, 1.1.3 et 1.2.1.

- $\vec{v}_0$: origine au premier point de la trajectoire ($x = 0$; $y = 2{,}62$ m), tangent à la trajectoire, orienté vers le haut et vers la droite.
- $\vec{v}_S$: origine au sommet S, horizontal, orienté vers la droite.
- Cohérence : $v_{Sx} = v_{0x}$, donc la flèche de $\vec{v}_S$ a exactement la longueur de la projection horizontale de $\vec{v}_0$; elle est plus courte que celle de $\vec{v}_0$.

Voir l'annexe complétée ci-dessous.

COMPRENDRE
Les axes de l'annexe n'ont pas la même échelle : la tangente au départ n'y apparaît pas inclinée de 43°. On suit la direction des premiers points, sans rapporteur.



1.3.2 · Annexe complétée : $\vec{v}_0$ tangent à la trajectoire au départ, $\vec{v}_S$ horizontal au sommet, même composante horizontale

2.1 Exprimer littéralement la valeur P_A de la poussée d'Archimède exercée par l'air sur le boulet et la valeur P de son poids. Montrer que P_A est négligeable devant P.

Données utiles $\mu = 7{,}10 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\mu' = 1{,}29 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

La poussée d'Archimède a pour valeur le poids du volume d'air déplacé : $P_A = \mu' V g$.

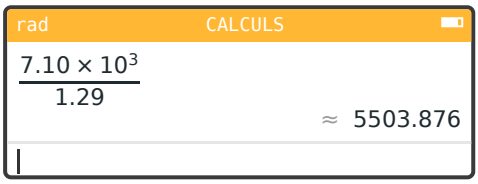
Poids du boulet, de masse $m = \mu V$: $P = m g = \mu V g$.

$$\frac{P}{P_A} = \frac{\mu V g}{\mu' V g} = \frac{\mu}{\mu'} = \frac{7{,}10 \times 10^3}{1{,}29} = 5{,}50 \times 10^3$$

$P_A = \dfrac{P}{5{,}50 \times 10^3}$: la poussée d'Archimède est environ 5500 fois plus faible que le poids, elle est négligeable.

MÉTHODE
Pour montrer qu'une force est négligeable devant une autre, former le rapport des deux valeurs : ici V et g se simplifient, aucune autre donnée n'est nécessaire.

À LA CALCULATRICE



2.2 En appliquant la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen, déterminer le vecteur accélération du centre d'inertie du boulet (frottements de l'air négligés).

Système : {boulet}, de masse m constante. Référentiel terrestre supposé galiléen.

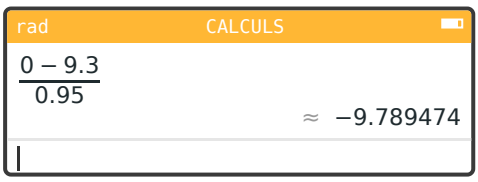
Bilan des forces : le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ seulement (poussée d'Archimède et frottements négligés).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$, soit $m\vec{g} = m\vec{a}$.

$\vec{a} = \vec{g}$: vecteur constant, vertical, dirigé vers le bas, de valeur g.

COMPRENDRE
La figure 2 le confirme : v_y décroît selon une droite, de 9,3 à 0 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ en 0,95 s environ, soit une pente proche de $-9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, c'est-à-dire $-g$.

À LA CALCULATRICE



2.3 Montrer que les équations horaires du mouvement sont $x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + h$.

Dans le repère (O, x, y) : $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Comme $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_y = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, $\vec{v}_0$ a pour coordonnées $(v_0 \cos\alpha\ ;\ v_0 \sin\alpha)$, donc :

$$v_x = v_0 \cos\alpha \qquad v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha$$

Comme $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on prend de nouveau les primitives : $x = (v_0 \cos\alpha)\,t + C_3$ et $y = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + C_4$.

À $t = 0$, le centre d'inertie G est en $(0\ ;\ h)$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + h$: ce sont les expressions attendues.

PIÈGE
Oublier la constante h : l'origine O est au sol, alors que le boulet quitte la main à l'altitude h.

MÉTHODE
Deux recherches de primitives successives ; chaque constante se fixe aussitôt avec la condition initiale correspondante (vitesse à $t = 0$, puis position à $t = 0$).

2.4 En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie.

On élimine le temps : $x = (v_0 \cos\alpha)\,t$ donne $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$.

On reporte dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha\,\frac{x}{v_0 \cos\alpha} + h$$

$$y = -\frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x + h$$

COMPRENDRE
C'est un polynôme du second degré en x à coefficient dominant négatif : la trajectoire est un arc de parabole tourné vers le bas, comme le graphe de l'annexe.

3.1 À partir des figures 3 et 4, entourer dans le tableau de l'annexe la proposition correcte donnant l'évolution de la longueur du jet, pour l'angle α fixé puis pour la valeur v_0 fixée.

La longueur D du jet est l'abscisse du point où la courbe coupe l'axe des abscisses ($y = 0$).

Figure 3 ($\alpha = 41^\circ$) : le point de chute s'éloigne quand v_0 passe de 13,2 à 13,8 puis à 14,0 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (environ 20 m, puis 21,7 m, puis plus de 22 m).

Figure 4 ($v_0 = 13{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$) : le jet est plus long pour 41° (21,69 m) que pour 37° et que pour 48° (environ 21 m dans les deux cas).

Angle fixé : D **augmente** avec v_0. Vitesse fixée : quand α augmente, D **augmente, passe par un maximum puis diminue**.

PIÈGE
Comparer les hauteurs des sommets au lieu des points de chute : sur la figure 4, la courbe à 48° monte le plus haut mais ne retombe pas le plus loin.

angle α fixé (figure 3)	vitesse initiale v_0 fixée (figure 4)
Quand v_0 augmente, la distance D du jet :	Quand α augmente, la distance D du jet :
– augmente	– augmente
– diminue	– diminue
– est la même	– est la même
– augmente, passe par un maximum puis diminue	**– augmente, passe par un maximum puis diminue**
– diminue, passe par un minimum puis augmente	– diminue, passe par un minimum puis augmente

3.1 · Tableau de l'annexe : propositions entourées

3.2 Confronter les figures 3 et 4 pour en déduire s'il existe, parmi les combinaisons proposées, une combinaison satisfaisante pour battre le record du monde. Justifier.

Données utiles record : $D = 21{,}69$ m

Figure 4 : avec $v_0 = 13{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, le meilleur des trois angles est 41° et le boulet retombe juste à $21{,}69$ m. Le record est égalé, pas battu ; les deux autres angles donnent moins.

Figure 3 : en conservant $\alpha = 41^\circ$, la courbe $v_0 = 14{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ coupe l'axe au-delà de 22 m, donc plus loin que $21{,}69$ m.

Oui : la combinaison $\alpha = 41^\circ$ et $v_0 = 14{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ permet de battre le record.

COMPRENDRE

L'athlète lâche le boulet plus bas que le champion ($2{,}45$ m contre $2{,}62$ m) : il doit compenser par une vitesse initiale plus grande, $14{,}0$ contre $13{,}7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.