# Deux isotopes de l'iode pour étudier la thyroïde

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

**1** Donner la composition du noyau de l'isotope $^{131}_{53}\mathrm{I}$.

Le numéro atomique est $Z = 53$ et le nombre de masse $A = 131$ ; le nombre de neutrons est $A - Z = 131 - 53 = 78$.

Le noyau d'iode 131 contient **53 protons** et **78 neutrons**.

**PIÈGE**
Le nombre 131 compte tous les nucléons (protons et neutrons), pas les neutrons seuls. Les électrons n'appartiennent pas au noyau.

**2** Montrer que le nombre d'atomes radioactifs initialement présents dans la dose ingérée est égal à $4{,}60 \times 10^{15}$.

**Données utiles** $m = 1{,}00\ \mu\mathrm{g} = 1{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{g}$ ; $M = 131\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$

La quantité de matière d'iode 131 est $n = \dfrac{m}{M}$ et le nombre d'atomes $N_0 = n\,N_A$, donc :

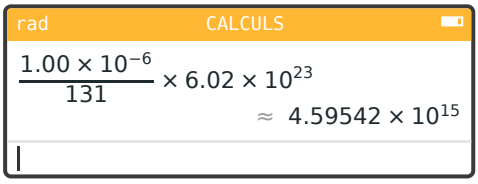
$$N_0 = \frac{m}{M}\,N_A = \frac{1{,}00 \times 10^{-6}}{131} \times 6{,}02 \times 10^{23}$$

$N_0 = 4{,}60 \times 10^{15}$ atomes : c'est la valeur attendue.

**PIÈGE**
La masse est en microgrammes : $1\ \mu\mathrm{g} = 10^{-6}\ \mathrm{g}$. Avec $10^{-3}$ (milligramme), le résultat est mille fois trop grand.

**COMPRENDRE**
Les trois données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois, d'où $4{,}60$ et non $4{,}6$.

**À LA CALCULATRICE**




**3** L'iode 131 est radioactif $\beta^-$. Préciser les lois de conservation utilisées, puis écrire l'équation de sa désintégration (noyau fils non excité).

**Données utiles** $_{51}\mathrm{Sb}$ ; $_{52}\mathrm{Te}$ ; $_{53}\mathrm{I}$ ; $_{54}\mathrm{Xe}$ ; $_{55}\mathrm{Cs}$

Lors d'une réaction nucléaire, deux grandeurs se conservent : le nombre de nucléons $A$ et le nombre de charge $Z$.

Une désintégration $\beta^-$ émet un électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$. Pour le noyau fils $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ :

- nucléons : $131 = A + 0$, donc $A = 131$ ;
- charge : $53 = Z - 1$, donc $Z = 54$, c'est le xénon.

$$^{131}_{53}\mathrm{I} \longrightarrow {}^{131}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

**PIÈGE**
Avec $\beta^-$, $Z$ augmente d'une unité : le noyau fils est le xénon, pas le tellure. Un neutron du noyau s'est transformé en proton.

**COMPRENDRE**
Le noyau fils n'étant pas excité, aucun photon $\gamma$ ne s'ajoute à l'équation. Un antineutrino est aussi émis ; le sujet ne le demande pas.

**4.1** Rappeler la loi de décroissance radioactive en faisant intervenir $N_0$ et la constante radioactive $\lambda$.

$N(t)$ est le nombre de noyaux d'iode 131 encore présents à la date $t$, $N_0$ leur nombre à $t = 0$.

$$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

**COMPRENDRE**
$\lambda$ s'exprime en $\mathrm{s^{-1}}$ : le produit $\lambda t$ est sans unité. Le signe « $-$ » traduit la décroissance.

**4.2.1** Définir la demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon radioactif.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs présents au départ dans l'échantillon s'est désintégrée.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

**PIÈGE**
La demi-vie n'est pas la moitié de la durée de vie de l'échantillon : après deux demi-vies, il reste encore un quart des noyaux.

**4.2.2** En déduire la relation $\ln 2 = \lambda\, t_{1/2}$.

À la date $t_{1/2}$, la loi de décroissance s'écrit $N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln \dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$\ln 2 = \lambda\, t_{1/2}$$

**MÉTHODE**
Pour isoler une grandeur placée en exposant d'une exponentielle : isoler l'exponentielle, puis appliquer $\ln$ aux deux membres, avec $\ln(\mathrm{e}^x) = x$ et $\ln(1/a) = -\ln a$.

**4.3** Tracer sur la figure l'allure de l'évolution du nombre de noyaux radioactifs au cours du temps, en justifiant, et placer les points d'abscisses $t_{1/2}$, $2\,t_{1/2}$ et $3\,t_{1/2}$.

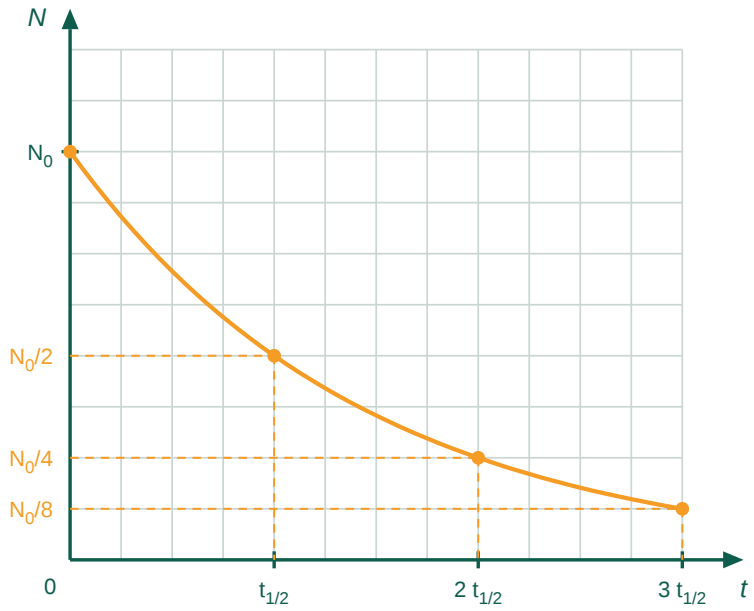
À chaque demi-vie écoulée, le nombre de noyaux restants est divisé par 2 :

- à $t = 0$ : $N = N_0$ ;
- à $t_{1/2}$ : $N = \dfrac{N_0}{2}$ ;
- à $2\,t_{1/2}$ : $N = \dfrac{N_0}{4}$ ;
- à $3\,t_{1/2}$ : $N = \dfrac{N_0}{8}$.

Sur la figure, $N_0$ correspond à 8 carreaux : les ordonnées des trois points sont 4, 2 et 1 carreaux. La courbe, exponentielle décroissante, passe par ces points et tend vers l'axe des abscisses.

Points $\left(t_{1/2}\,;\ \dfrac{N_0}{2}\right)$, $\left(2\,t_{1/2}\,;\ \dfrac{N_0}{4}\right)$, $\left(3\,t_{1/2}\,;\ \dfrac{N_0}{8}\right)$, reliés par une courbe décroissante.

**PIÈGE**
Relier les points à la règle ou faire toucher l'axe des temps. La courbe est arrondie, de moins en moins pentue, et $N$ ne s'annule jamais.




**4.3** · Figure du sujet complétée : le nombre de noyaux est divisé par 2 à chaque demi-vie

**5.1** À partir de la loi de décroissance, montrer que l'activité $A(t) = \left|\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}\right|$ est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs à la date $t$.

On dérive $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ par rapport au temps :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda\,N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = -\lambda\,N(t)$$

Comme $\lambda$ et $N(t)$ sont positifs, la valeur absolue donne :

$A(t) = \lambda\,N(t)$ : l'activité est proportionnelle à $N(t)$, de coefficient $\lambda$.

**COMPRENDRE**
La dérivée est négative car $N$ diminue ; la valeur absolue rend l'activité positive. Elle compte les désintégrations par seconde.

**5.2** En déduire l'expression de l'activité $A_0$ à l'origine des dates en fonction de $N_0$ et $t_{1/2}$, puis calculer sa valeur dans le système international.

**Données utiles** $N_0 = 4{,}60 \times 10^{15}$ (Q2) ; $t_{1/2} = 8{,}0$ jours

À $t = 0$ : $A_0 = \lambda\,N_0$, avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (Q4.2.2), donc $A_0 = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}\,N_0$.

La demi-vie doit être en secondes : $t_{1/2} = 8{,}0 \times 24 \times 3600 = 6{,}9 \times 10^5$ s.

$$A_0 = \frac{\ln 2}{8{,}0 \times 24 \times 3600} \times 4{,}60 \times 10^{15}$$

$$A_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}\,N_0 = 4{,}6 \times 10^9\ \text{Bq}$$

**PIÈGE**
Laisser la demi-vie en jours donne des désintégrations par jour. Le becquerel est une désintégration par seconde : il faut des secondes.

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs seulement, comme la demi-vie (8,0 jours), donnée la moins précise.

**À LA CALCULATRICE**

rad CALCULS

$8.0 \times 24 \times 3600$ ≈ 691200

$\dfrac{\ln(2)}{691\,200} \times 4.60 \times 10^{15}$ ≈ $4.612959 \times 10^9$

**5.3** Calculer, dans le système international, l'activité $A$ de l'échantillon d'iode 131 à l'instant de l'examen, pratiqué quatre heures après l'ingestion.

**Données utiles** $A_0 = 4{,}6 \times 10^9$ Bq (Q5.2) ; $t = 4$ h ; $t_{1/2} = 8{,}0$ jours $= 192$ h

L'activité étant proportionnelle à $N(t)$, elle suit la même loi : $A(t) = \lambda N_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda t} = A_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec $\lambda t = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} t$.

En exprimant $t$ et $t_{1/2}$ en heures :

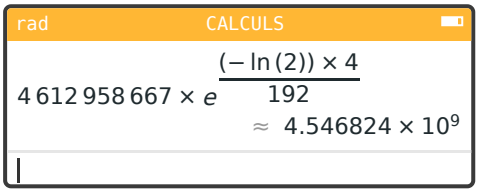
$$A = 4{,}6 \times 10^9 \times \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2 \times 4}{192}}$$

$$\boxed{A = 4{,}5 \times 10^9 \text{ Bq}}$$

**MÉTHODE**

Dans $\dfrac{t}{t_{1/2}}$, il suffit que les deux durées soient dans la même unité. On calcule avec la valeur non arrondie de $A_0$ gardée en mémoire.

**À LA CALCULATRICE**




**5.4** En déduire la perte relative d'activité $\dfrac{|\Delta A|}{A_0} = \dfrac{|A(t) - A_0|}{A_0}$ entre les deux instants, exprimée en pourcentage.

**Données utiles** $t = 4$ h ; $t_{1/2} = 192$ h

Comme $A(t) = A_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda t} < A_0$ :

$$\frac{|\Delta A|}{A_0} = \frac{A_0 - A(t)}{A_0} = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2 \times 4}{192}} = 0{,}014$$

$$\boxed{\frac{|\Delta A|}{A_0} = 1{,}4\ \% \text{ : l'activité a très peu diminué en quatre heures.}}$$

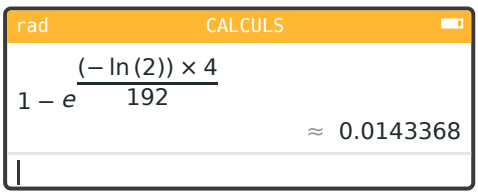
**PIÈGE**

Avec les valeurs arrondies $4{,}5 \times 10^9$ et $4{,}6 \times 10^9$, on trouve $2{,}2\ \%$ : la différence de deux nombres voisins amplifie l'arrondi. Garder les valeurs non arrondies.

**COMPRENDRE**

Quatre heures représentent $\dfrac{1}{48}$ de demi-vie : il est normal que l'activité ait à peine changé.

**À LA CALCULATRICE**



**6** Avec l'iode 123 (demi-vie 13,2 h) ingéré avec la même activité initiale $A_0$, l'activité $A$ de la question 5.3 sera-t-elle atteinte après une durée identique, plus petite ou plus grande qu'avec l'iode 131 ? Justifier.

**Données utiles** $t_{1/2}(^{123}\text{I}) = 13{,}2\text{ h}$ ; $t_{1/2}(^{131}\text{I}) = 192\text{ h}$ ; $t = 4\text{ h}$ (Q5.3)

Les deux activités partent de la même valeur $A_0$ et suivent $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

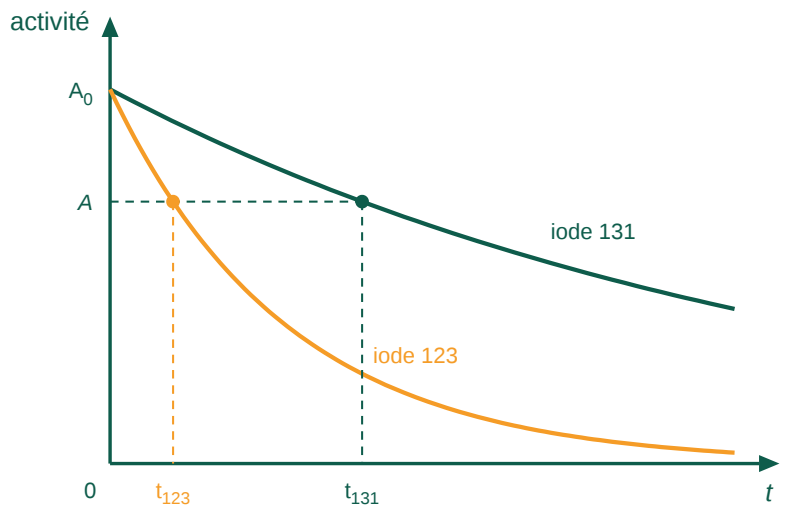
La demi-vie de l'iode 123 est plus courte, donc sa constante $\lambda$ est plus grande : son activité décroît plus vite. Sur le graphique, sa courbe est sous celle de l'iode 131 et coupe la droite d'ordonnée $A$ plus tôt.

Par le calcul : même rapport $\dfrac{A}{A_0}$, donc même produit $\lambda t$, soit $t' = t \times \dfrac{13{,}2}{192} = 0{,}28\text{ h}$.

La durée est **plus petite** avec l'iode 123 : environ 0,28 h (17 min) au lieu de 4 h.

**COMPRENDRE**

Le même rapport $\dfrac{A}{A_0}$ est atteint après la même fraction de demi-vie : $\dfrac{1}{48}$ de 13,2 h au lieu de $\dfrac{1}{48}$ de 192 h.




**6** · Allure des deux décroissances (échelles non respectées) : l'iode 123 atteint l'activité $A$ plus tôt

**À LA CALCULATRICE**

