Corrigé complet — Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Le dihydrogène pour la protection de l'environnement** Pile à combustible · Oxydant et réducteur · Quantité d'électricité · Tableau d'avancement · Quotient de réaction · Électrolyse de l'eau	6,5 pts	1 h 18	14 questions	p. 2
Ex 2	**Spécialité : La lunette de Kepler** Lunette astronomique afocale · Image intermédiaire et foyers · Grossissement · Cercle oculaire · Relation de conjugaison · Grandissement	4 pts	52 min	10 questions	p. 7
Ex 3	**La tomographie par émission de positons: une technique d'imagerie médicale** Radioactivité β+ · Énergie de liaison · Équivalence masse-énergie · Loi de décroissance radioactive · Demi-vie · Annihilation électron-positon	4 pts	52 min	13 questions	p. 12
Ex 4	**Oscillateur solide - ressort** Force de rappel d'un ressort · Deuxième loi de Newton · Équation différentielle et période propre · Analyse dimensionnelle · Énergie mécanique · Régime pseudo-périodique	5,5 pts	1 h 05	16 questions	p. 16

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Le dihydrogène pour la protection de l'environnement

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Des deux gaz réactifs, préciser lequel est le réducteur et lequel est l'oxydant, en justifiant. Montrer que l'équation globale de fonctionnement s'écrit $2\,H_2\,(g) + O_2\,(g) = 2\,H_2O\,(l)$.

Le dihydrogène cède des électrons ($H_2\,(g) = 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^-$) : il est oxydé, c'est le **réducteur**.

Le dioxygène capte des électrons ($O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^- = 2\,H_2O\,(l)$) : il est réduit, c'est l'**oxydant**.

Les électrons cédés par le réducteur sont tous captés par l'oxydant. On multiplie donc la première demi-équation par 2, pour échanger 4 électrons, puis on additionne :

$$2\,H_2\,(g) + O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^- = 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^- + 2\,H_2O\,(l)$$

Après simplification des ions H^+ et des électrons :

$$2\,H_2\,(g) + O_2\,(g) = 2\,H_2O\,(l)$$

MÉTHODE
Un réducteur cède des électrons, un oxydant en capte. Pour l'équation globale, on ajuste les deux demi-équations au même nombre d'électrons avant de les additionner : aucun électron ne doit rester dans le bilan.

1.2 Pour l'environnement, quel est l'avantage d'une pile à combustible utilisant le dihydrogène par rapport à un carburant classique ?

D'après l'équation globale, le seul produit formé par la pile est l'eau.

La pile ne rejette ni dioxyde de carbone ni gaz polluants (oxydes d'azote, hydrocarbures imbrûlés), contrairement à la combustion d'un carburant classique.

COMPRENDRE
Le bilan environnemental réel dépend aussi de la façon dont le dihydrogène est produit : c'est l'objet de la partie 2.

1.3 Des électrodes 1 ou 2, laquelle est appelée « cathode » ? Justifier.

La cathode est l'électrode où se produit la réduction. L'espèce réduite est le dioxygène, qui arrive sur l'électrode 1 d'après le schéma.

La cathode est l'électrode 1.

MÉTHODE
Moyen mnémotechnique valable pour une pile comme pour un électrolyseur : cathode et réduction commencent par une consonne, anode et oxydation par une voyelle.

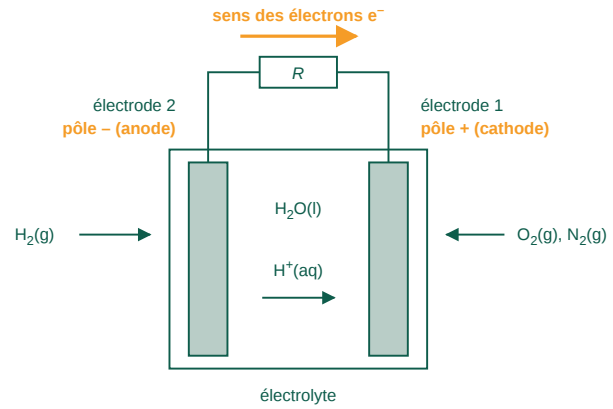
1.4 Indiquer sur le schéma le sens de circulation des électrons. En déduire l'électrode qui correspond au pôle positif et celle qui correspond au pôle négatif.

À l'électrode 2, l'oxydation du dihydrogène libère des électrons. Ils traversent le circuit extérieur (résistance R) jusqu'à l'électrode 1, où la réduction du dioxygène les consomme.

Dans le circuit extérieur, les électrons partent du pôle négatif et arrivent au pôle positif.

Les électrons circulent de l'électrode 2 vers l'électrode 1 : l'électrode 2 est le pôle négatif, l'électrode 1 le pôle positif.

PIÈGE
Les électrons ne traversent jamais l'électrolyte : dans la solution, le courant est transporté par les ions, ici H^+ qui migre de l'électrode 2 vers l'électrode 1.



1.4 · Annexe complétée : sens des électrons et polarité de la cellule

1.5 Le platine joue le rôle de catalyseur. Définir un catalyseur.

Un catalyseur est une espèce chimique qui augmente la vitesse d'une réaction sans figurer dans son équation : il est consommé puis régénéré, et ne modifie pas l'état final du système.

PIÈGE
Dire seulement « il accélère la réaction » est incomplet. Il faut préciser qu'il n'apparaît pas dans l'équation de la réaction.

1.6 La cellule débite un courant d'intensité constante pendant une durée donnée. Calculer la quantité de matière de chacun des gaz réactifs nécessaire à son fonctionnement.

Données utiles $\Delta t = 192$ h ; $I = 300$ A ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C

Quantité d'électricité débitée : $Q = I\,\Delta t = n(\text{e}^-)\,N_A\,e$, avec $\Delta t = 192 \times 3600 = 6{,}91 \times 10^5$ s.

$$n(\text{e}^-) = \frac{I\,\Delta t}{N_A\,e} = \frac{300 \times 192 \times 3600}{6{,}02 \times 10^{23} \times 1{,}6 \times 10^{-19}} = 2{,}15 \times 10^3\ \text{mol}$$

À l'électrode 2, $\text{H}_2\,(\text{g}) = 2\,\text{H}^+\,(\text{aq}) + 2\,\text{e}^-$: une mole de dihydrogène libère 2 moles d'électrons.

$$n(\text{H}_2) = \frac{n(\text{e}^-)}{2} = \frac{I\,\Delta t}{2\,N_A\,e} = 1{,}1 \times 10^3\ \text{mol}$$

À l'électrode 1, $\text{O}_2\,(\text{g}) + 4\,\text{H}^+\,(\text{aq}) + 4\,\text{e}^- = 2\,\text{H}_2\text{O}\,(\text{l})$: une mole de dioxygène consomme 4 moles d'électrons.

$$n(\text{O}_2) = \frac{n(\text{e}^-)}{4} = \frac{I\,\Delta t}{4\,N_A\,e} = 5{,}4 \times 10^2\ \text{mol}$$

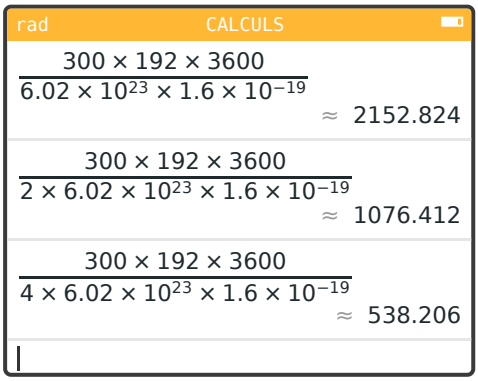
$n(\text{H}_2) = 1{,}1 \times 10^3$ mol et $n(\text{O}_2) = 5{,}4 \times 10^2$ mol

PIÈGE
La durée doit être convertie en secondes : $Q = I\,\Delta t$ n'est en coulombs que si I est en ampères et Δt en secondes.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise ($e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C). On vérifie que $n(\text{H}_2) = 2\,n(\text{O}_2)$, comme l'impose l'équation globale.

MÉTHODE
Le produit $N_A\,e$ est la charge d'une mole d'électrons, c'est-à-dire la constante de Faraday $F \approx 9{,}6 \times 10^4\ \text{C} \cdot \text{mol}^{-1}$. On retient $Q = I\,\Delta t = n(\text{e}^-)\,F$.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Écrire l'équation de la réaction de dissolution du sulfate de sodium solide.

$\mathrm{Na_2SO_4\,(s) = 2\,Na^+\,(aq) + SO_4^{2-}\,(aq)}$

PIÈGE
Vérifier la neutralité électrique : deux ions $\mathrm{Na^+}$ compensent la charge d'un ion $\mathrm{SO_4^{2-}}$.

2.1.2 Compléter littéralement, en fonction de c, V et x_f, le tableau descriptif de l'évolution du système donné en annexe.

La concentration en soluté apporté est c : la quantité initiale de sulfate de sodium solide est $n_0 = c\,V$.

Pour un avancement x, il disparaît x mol de solide ; il se forme $2x$ mol d'ions sodium et x mol d'ions sulfate.

État final : $n(\mathrm{Na_2SO_4}) = c\,V - x_f$; $n(\mathrm{Na^+}) = 2\,x_f$; $n(\mathrm{SO_4^{2-}}) = x_f$ (tableau ci-dessous).

Équation		$Na_2SO_4(s)$ =	$2\ Na^+(aq)$ +	$SO_4^{2-}(aq)$
État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (en mol)		
État initial	0	$c \times V$	0	0
En cours	x	$c \times V - x$	$2\,x$	x
État final	x_f	$c \times V - x_f$	$2\,x_f$	x_f

2.1.2 · Annexe complétée : tableau d'évolution de la dissolution

2.1.3 Dans l'état final, la quantité de matière d'ions sodium est de 1,0 mol. En déduire l'avancement final. La transformation est-elle totale ?

Données utiles $c = 1{,}0\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V = 500$ mL ; $n_f(\mathrm{Na^+}) = 1{,}0$ mol

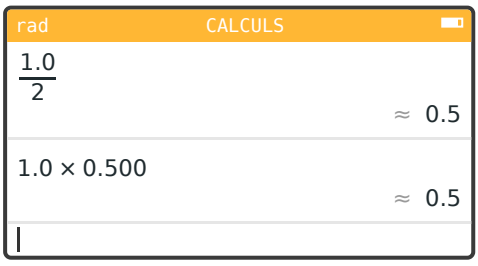
D'après le tableau, $n_f(\mathrm{Na^+}) = 2\,x_f$, donc $x_f = \dfrac{n_f(\mathrm{Na^+})}{2} = \dfrac{1{,}0}{2} = 0{,}50$ mol.

Si la transformation est totale, le solide disparaît entièrement : $c\,V - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = c\,V = 1{,}0 \times 0{,}500 = 0{,}50$ mol.

$x_f = x_{max} = 0{,}50$ mol : la transformation est totale.

PIÈGE
Le volume doit être exprimé en litres : $V = 0{,}500$ L.

À LA CALCULATRICE



2.2 Donner l'expression du quotient de réaction $Q_{r,f}$ dans l'état final du système. Calculer sa valeur.

Données utiles $x_f = 0{,}50$ mol (2.1.3) ; $V = 0{,}500$ L

Le solide ne figure pas dans le quotient de réaction :

$$Q_{r,f} = [\mathrm{Na^+}]_f^2 \times [\mathrm{SO_4^{2-}}]_f = \left(\frac{2\,x_f}{V}\right)^2 \times \frac{x_f}{V} = \frac{4\,x_f^3}{V^3}$$

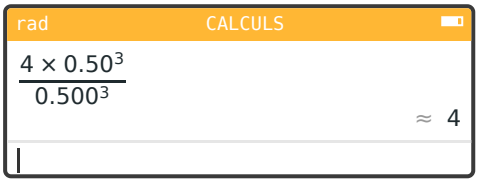
$$Q_{r,f} = \frac{4 \times 0{,}50^3}{0{,}500^3} = 4{,}0$$

$Q_{r,f} = 4{,}0$ (sans unité)

PIÈGE
Oublier le carré sur $[\mathrm{Na^+}]$, ou oublier que $[\mathrm{Na^+}]_f = 2{,}0\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ est le double de c.

COMPRENDRE
Les concentrations sont en réalité divisées par $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, ce qui rend Q_r sans unité. Le solide ayant disparu, l'équilibre n'est pas atteint : $Q_{r,f}$ n'est pas égal à la constante d'équilibre.

À LA CALCULATRICE



2.3.1 Quelle est la réaction qui a lieu à l'anode ? Quelle est celle qui a lieu à la cathode ?

À l'anode se produit une oxydation (des électrons sont libérés) ; à la cathode, une réduction (des électrons sont captés).

Anode : $2\,\mathrm{H_2O\,(l)} = \mathrm{O_2\,(g)} + 4\,\mathrm{H^+\,(aq)} + 4\,\mathrm{e^-}$; cathode : $2\,\mathrm{H_2O\,(l)} + 2\,\mathrm{e^-} = \mathrm{H_2\,(g)} + 2\,\mathrm{HO^-\,(aq)}$

COMPRENDRE
Dans un électrolyseur, l'anode est reliée à la borne $+$ du générateur, qui lui arrache des électrons. La polarité est inversée par rapport à la pile, mais anode et oxydation restent associées.

2.3.2 Quelle couleur prend la solution du côté de la cathode ? du côté de l'anode ?

Données utiles bleu de bromothymol : zone de virage 6,0 – 7,6 ; forme acide jaune ; forme basique bleue

À la cathode, il se forme des ions hydroxyde $\mathrm{HO^-}$: la solution devient basique.

À l'anode, il se forme des ions $\mathrm{H^+}$: la solution devient acide.

La solution devient bleue du côté de la cathode et jaune du côté de l'anode.

2.3.3 Écrire l'équation de la réaction qui a lieu lors de l'électrolyse.

On multiplie la demi-équation de la cathode par 2 pour échanger 4 électrons, puis on additionne :

$$6\,\mathrm{H_2O\,(l)} = \mathrm{O_2\,(g)} + 2\,\mathrm{H_2\,(g)} + 4\,\mathrm{H^+\,(aq)} + 4\,\mathrm{HO^-\,(aq)}$$

Les ions $\mathrm{H^+}$ et $\mathrm{HO^-}$ se recombinent en 4 molécules d'eau, que l'on simplifie avec celles du membre de gauche :

$2\,\mathrm{H_2O\,(l)} = \mathrm{O_2\,(g)} + 2\,\mathrm{H_2\,(g)}$

COMPRENDRE
C'est l'inverse de la réaction de fonctionnement de la pile à combustible (question 1.1) : l'électrolyse est une transformation forcée, rendue possible par l'énergie électrique du générateur.

2.3.4 L'électrolyse terminée, on mélange les deux solutions dans un bécher. Quelle sera théoriquement la teinte finale ? Justifier qualitativement à l'aide des quantités de matière.

Les deux électrodes sont traversées par la même quantité d'électrons. Pour 4 moles d'électrons échangées, il se forme 4 moles d'ions $\mathrm{H^+}$ à l'anode et 4 moles d'ions $\mathrm{HO^-}$ à la cathode : les deux ions sont produits en quantités égales.

Lors du mélange, ils réagissent totalement selon $\mathrm{H^+(aq) + HO^-(aq) = H_2O(l)}$, sans excès de l'un ni de l'autre. La solution redevient neutre, de pH proche de 7, valeur située dans la zone de virage de l'indicateur.

La solution obtenue reprend théoriquement la teinte verte initiale.

COMPRENDRE
Le dioxyde de carbone dissous rend l'eau distillée légèrement acide : le pH réel peut passer sous 6,0 et la solution tirer vers le jaune.

Spécialité : La lunette de Kepler

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Compléter le schéma n°1 (échelle 1/2 sur l'axe horizontal) en plaçant l'oculaire (L₂) de façon que son foyer objet F_2 coïncide avec le foyer image F_1' de l'objectif.

Données utiles $f_1' = 250$ mm ; $f_2' = 50$ mm ; échelle horizontale 1/2

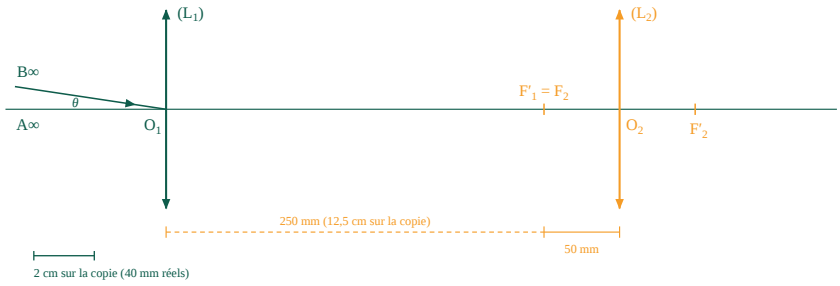
F_1' est à la distance $\overline{O_1F_1'} = f_1' = 250$ mm de O_1, soit 12,5 cm sur le schéma.

F_2 est confondu avec F_1' et $\overline{F_2O_2} = f_2' = 50$ mm : O_2 est 2,5 cm après F_1' sur le schéma, et F_2' encore 2,5 cm plus loin.

$O_1O_2 = f_1' + f_2' = 300$ mm, soit 15,0 cm sur le schéma.

PIÈGE
Oublier l'échelle : une longueur réelle se divise par deux avant d'être reportée. L'oculaire tracé à 30 cm de l'objectif sort de la feuille.

COMPRENDRE
Foyer image de l'objectif et foyer objet de l'oculaire confondus : la lunette est dite afocale. Elle donne d'un objet à l'infini une image à l'infini.



1 · Schéma n°1 : position de l'oculaire (L₂)

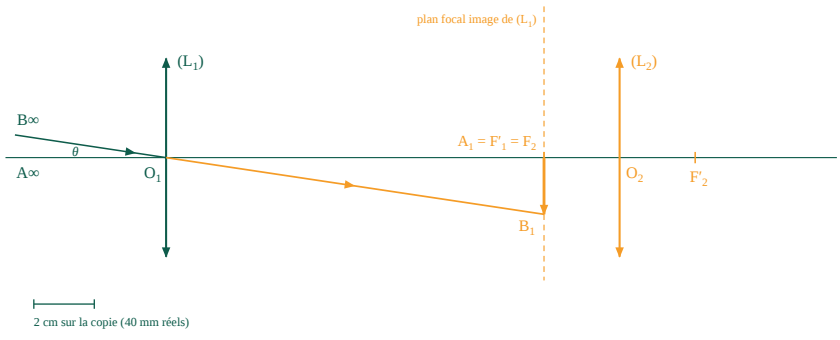
2.1 Construire sur le schéma n°1 l'image A_1B_1 de l'astre donnée par l'objectif (L₁), en justifiant la méthode.

L'astre est à l'infini : son image par (L₁) se forme dans le plan focal image de l'objectif. A est sur l'axe optique, donc A_1 est confondu avec F_1'.

Le rayon issu de B qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié. On le prolonge : B_1 est son intersection avec le plan focal image, perpendiculaire à l'axe en F_1'.

A_1B_1 est dans le plan focal image de (L₁), avec $A_1 = F_1'$ et B_1 sur le rayon (BO_1) prolongé ; l'image est renversée.

MÉTHODE
Objet à l'infini : un seul rayon suffit, celui qui passe par le centre optique. L'image est là où il coupe le plan focal image.



2.1 · Schéma n°1 : image intermédiaire A₁B₁

2.2 Où se forme l'image définitive A_2B_2 donnée par l'oculaire (L2) ? Justifier.

A_1B_1 joue le rôle d'objet pour l'oculaire. Comme F_2 est confondu avec F'_1, cet objet est dans le plan focal objet de (L2).

Une lentille convergente donne d'un objet situé dans son plan focal objet une image à l'infini. On le retrouve avec la relation de conjugaison, avec $\overline{O_2A_1} = -f'_2$:

$$\frac{1}{\overline{O_2A_2}} = \frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{f'_2} = -\frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_2} = 0$$

L'image définitive A_2B_2 se forme à l'infini.

COMPRENDRE
Un œil normal voit sans accommoder un objet à l'infini : l'observation à travers la lunette afocale se fait sans fatigue.

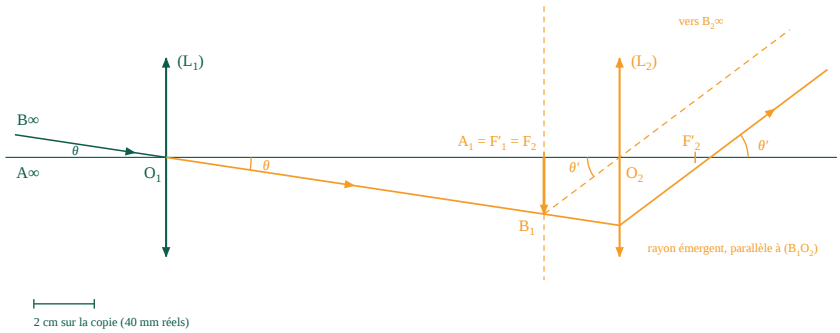
2.3 Tracer le rayon émergeant de la lunette qui correspond au rayon incident issu de B, en justifiant les tracés.

Le rayon incident traverse (L1) sans déviation, passe par B_1 et atteint l'oculaire.

B_1 est dans le plan focal objet de (L2) : tous les rayons issus de B_1 sortent de l'oculaire parallèles entre eux. Parmi eux, celui qui passe par O_2 n'est pas dévié : la droite (B_1O_2), tracée en pointillés, donne leur direction commune.

Le rayon émergent part du point où le rayon incident rencontre (L2) et il est parallèle à la droite (B_1O_2).

PIÈGE
Faire sortir le rayon parallèlement à l'axe optique, ou le faire passer par F'_2 : ce serait vrai pour un rayon passant par F_2 ou parallèle à l'axe, pas ici.



2.3 · Schéma n°1 complété : rayon émergent et angle θ′

2.4 Indiquer θ' sur le schéma n°1, montrer que le grossissement de cette lunette s'écrit $G = \dfrac{f'_1}{f'_2}$, puis calculer sa valeur.

Données utiles $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$; $\tan\theta \approx \theta$ pour les petits angles en radians ; $f'_1 = 250$ mm ; $f'_2 = 50$ mm

θ' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents, donc entre l'axe et la droite (B_1O_2) : voir le schéma de la question 2.3.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta = \dfrac{A_1B_1}{O_1A_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$,

d'où $\theta \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta' = \dfrac{A_1B_1}{O_2A_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$,

d'où $\theta' \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$.

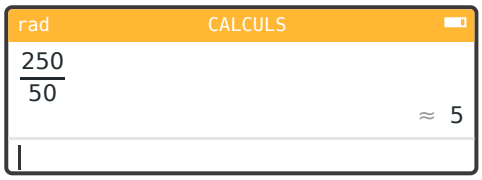
$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

$$G = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{250}{50} = 5{,}0$$

PIÈGE
Inverser le rapport. L'objectif a la grande distance focale, l'oculaire la petite : G est supérieur à 1.

COMPRENDRE
G est un rapport d'angles, sans unité. Deux chiffres significatifs, comme $f'_2 = 50$ mm. L'astre est vu sous un angle cinq fois plus grand qu'à l'œil nu.

À LA CALCULATRICE



2.5 Déterminer les deux valeurs extrêmes de f'_2 qui donnent des grossissements allant de $\dfrac{N}{7}$ à N.

Données utiles $N = 25$; $f'_1 = 250$ mm ; $G = \dfrac{f'_1}{f'_2}$ (2.4)

De $G = \dfrac{f'_1}{f'_2}$ on tire $f'_2 = \dfrac{f'_1}{G}$.

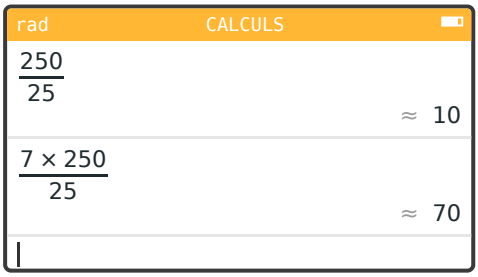
Grossissement maximal $G = N = 25$: $f'_2 = \dfrac{250}{25} = 10$ mm.

Grossissement minimal $G = \dfrac{N}{7}$: $f'_2 = \dfrac{7\,f'_1}{N} = \dfrac{7 \times 250}{25} = 70$ mm.

$$10 \text{ mm} \leqslant f'_2 \leqslant 70 \text{ mm}$$

COMPRENDRE
Plus la distance focale de l'oculaire est courte, plus le grossissement est fort. L'oculaire de 50 mm étudié ($G = 5{,}0$) est bien dans la gamme, côté faibles grossissements.

À LA CALCULATRICE



3.1 Définir le cercle oculaire.

Le cercle oculaire est l'image de l'objectif (de sa monture circulaire) donnée par l'oculaire.

COMPRENDRE
Tout rayon entré dans la lunette a traversé l'objectif : à la sortie, il traverse donc forcément l'image de l'objectif.

3.2 Construire le cercle oculaire sur le schéma n°2. Quel est son intérêt pratique ?

On cherche l'image par (L₂) des deux bords M et N de l'objectif. Pour chacun, on trace deux rayons :

- le rayon passant par O_2, qui n'est pas dévié ;
- le rayon parallèle à l'axe optique, qui émerge de (L₂) en passant par F'_2.

Leurs intersections donnent M' et N' : le segment $M'N'$ est un diamètre du cercle oculaire, situé juste après F'_2.

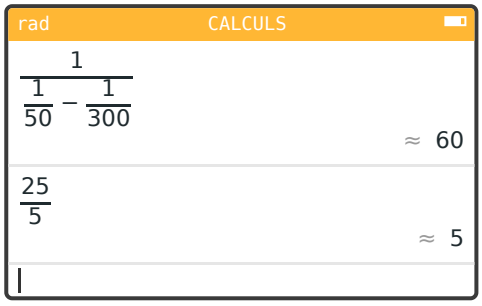
Intérêt : toute la lumière entrée par l'objectif ressort en traversant ce cercle, où le faisceau est le plus étroit.

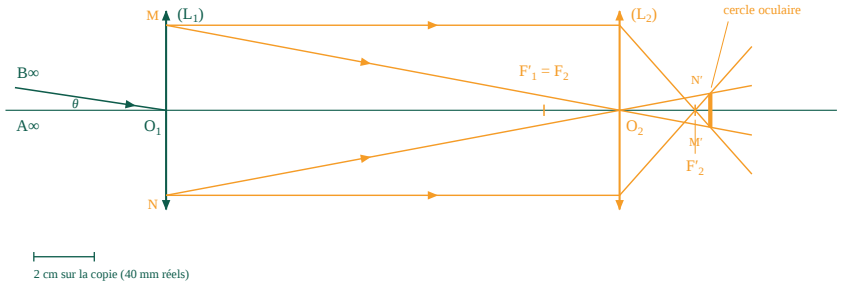
> En plaçant la pupille de l'œil au niveau du cercle oculaire, l'observateur reçoit le maximum de lumière : l'image est la plus lumineuse.

COMPRENDRE

Vérification par le calcul : $\frac{1}{\overline{O_2C}} = \frac{1}{50} - \frac{1}{300}$ donne $\overline{O_2C} = 60$ mm, soit 3,0 cm sur le schéma. Le diamètre vaut $\frac{D}{G} = 5{,}0$ mm, moins qu'une pupille dans l'obscurité.

À LA CALCULATRICE





3.2 · Schéma n°2 complété : construction du cercle oculaire

4.1 L'oculaire est approché de 5 mm vers l'objectif. Déterminer par le calcul la position de l'image définitive A_3B_3.

Données utiles $f'_2 = 50$ mm ; A_1 en F'_1 (2.1) ; déplacement de (L₂) : 5 mm

L'image intermédiaire A_1B_1 n'a pas bougé. Elle était à 50 mm devant l'oculaire ; elle est maintenant à 45 mm : $\overline{O_2A_1} = -45$ mm.

Relation de conjugaison pour (L₂) : $\frac{1}{\overline{O_2A_3}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2}$, d'où

$$\overline{O_2A_3} = \frac{f'_2 \times \overline{O_2A_1}}{f'_2 + \overline{O_2A_1}} = \frac{50 \times (-45)}{50 - 45} = -450 \text{ mm}$$

> $\overline{O_2A_3} = -450$ mm : l'image A_3B_3 est virtuelle, à 45 cm en avant de l'oculaire, du côté de l'objectif.

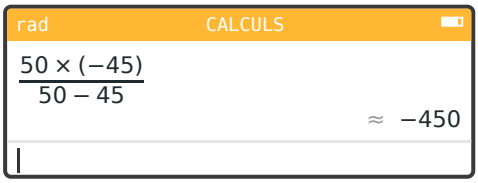
PIÈGE

Les grandeurs sont algébriques : A_1 est avant la lentille, donc $\overline{O_2A_1}$ est négatif. Avec $+45$ mm, on trouve une image réelle à 24 mm, ce qui est faux.

COMPRENDRE

L'objet A_1B_1 est entre le foyer objet et la lentille : l'oculaire fonctionne en loupe. L'image n'est plus à l'infini, l'œil doit accommoder pour la voir.

À LA CALCULATRICE



4.2 Calculer le grandissement γ de l'oculaire dans ce cas.

Données utiles $\overline{O_2A_3} = -450$ mm (4.1) ; $\overline{O_2A_1} = -45$ mm (4.1)

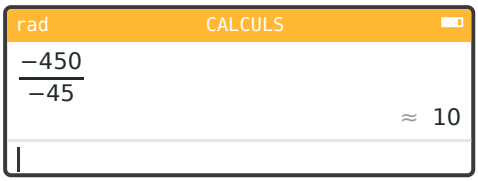
$$\gamma = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A_3}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{-450}{-45}$$

$\gamma = 10$

COMPRENDRE

$\gamma > 0$: A_3B_3 est dans le même sens que A_1B_1, donc renversée par rapport à l'astre. $|\gamma| > 1$: elle est dix fois plus grande que l'image intermédiaire.

À LA CALCULATRICE



La tomographie par émission de positons: une technique d'imagerie médicale

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Donner, en la justifiant, l'écriture symbolique ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ du noyau d'oxygène 15.

D'après le texte, ce noyau contient 8 protons et 7 neutrons.

Numéro atomique : $Z = 8$. Nombre de nucléons : $A = 8 + 7 = 15$.

${}^{15}_{8}\mathrm{O}$

PIÈGE
Inverser les deux nombres : A (nucléons) s'écrit en haut, Z (protons) en bas. Le nombre de neutrons, $A - Z = 7$, n'apparaît pas dans le symbole.

1.2 Écrire l'équation de la désintégration du noyau d'oxygène 15, sans tenir compte du neutrino.

L'oxygène 15 est émetteur β^+ : il émet un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$. Le noyau fils a pour nombre de charge $8 - 1 = 7$ (azote) et pour nombre de nucléons $15 - 0 = 15$.

${}^{15}_{8}\mathrm{O} \rightarrow {}^{15}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

PIÈGE
Écrire ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: ce serait un électron (radioactivité β^-) et le noyau fils serait du fluor.

COMPRENDRE
Un proton du noyau devient un neutron : A ne change pas, Z diminue d'une unité. Le noyau fils figure dans le tableau de données : c'est l'azote 15.

1.3.1 Définir l'énergie de liaison E_l du noyau.

L'énergie de liaison E_l est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le séparer en ses nucléons isolés et au repos.

COMPRENDRE
Elle est liée au défaut de masse du noyau : $E_l = \Delta m \cdot c^2$, où Δm est la masse des nucléons séparés moins celle du noyau. Elle est toujours positive.

1.3.2 Calculer, en MeV, la variation d'énergie ΔE_3 indiquée sur la figure 1.

Données utiles $\frac{E_l}{A}\left({}^{15}_{7}\mathrm{N}\right) = 7{,}699\ \mathrm{MeV \cdot nucléon^{-1}}$; noyau fils ${}^{15}_{7}\mathrm{N}$ (1.2)

ΔE_3 correspond au passage des 7 protons et 8 neutrons séparés au noyau d'azote 15, le positon restant inchangé. C'est l'opposé de l'énergie de liaison du noyau fils :

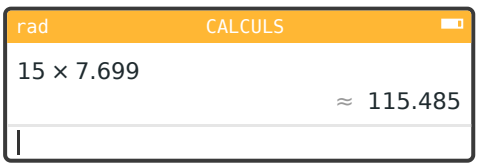
$$\Delta E_3 = -E_l\left({}^{15}_{7}\mathrm{N}\right) = -A \times \frac{E_l}{A} = -15 \times 7{,}699$$

$\Delta E_3 = -115{,}5\ \mathrm{MeV}$

PIÈGE
Oublier le signe. La flèche de ΔE_3 descend : les nucléons qui s'assemblent cèdent de l'énergie, alors que $\Delta E_1 = +E_l\left({}^{15}_{8}\mathrm{O}\right)$ est positif.

COMPRENDRE
Quatre chiffres significatifs, comme la donnée 7,699 ; le nombre de nucléons 15 est exact. Même précision que $\Delta E_1 = 15 \times 7{,}463 = 111{,}9$ MeV.

À LA CALCULATRICE



1.3.3 En utilisant les masses des particules, calculer, en MeV, la variation d'énergie ΔE_2 (deux chiffres significatifs).

Données utiles $m_p = 1{,}672\,62 \times 10^{-27}$ kg ; $m_n = 1{,}674\,92 \times 10^{-27}$ kg ; $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg ; $c = 2{,}998 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $1\ \text{MeV} = 1{,}602 \times 10^{-13}$ J

ΔE_2 correspond au passage de (8 p + 7 n) à (7 p + 8 n + un positon), toutes les particules étant au repos :

$$\Delta E_2 = [(7\,m_p + 8\,m_n + m_e) - (8\,m_p + 7\,m_n)]\,c^2 = (m_n + m_e - m_p)\,c^2$$

$$\Delta E_2 = \left(1{,}674\,92 \times 10^{-27} + 9{,}109 \times 10^{-31} - 1{,}672\,62 \times 10^{-27}\right) \times \left(2{,}998 \times 10^{8}\right)^2 = 2{,}886 \times 10^{-13}\ \text{J}$$

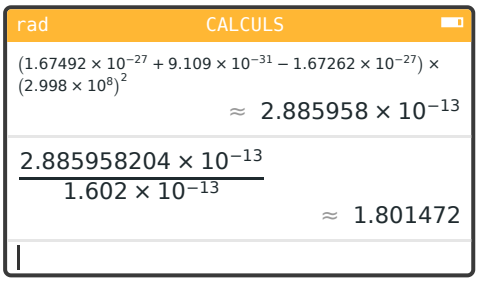
$$\Delta E_2 = \frac{2{,}886 \times 10^{-13}}{1{,}602 \times 10^{-13}} = 1{,}801\ \text{MeV}$$

$$\boxed{\Delta E_2 = 1{,}8\ \text{MeV}}$$

PIÈGE
Arrondir les masses avant de les soustraire : $m_n - m_p$ ne porte que sur les derniers chiffres. Oublier la masse du positon donne $1{,}3$ MeV au lieu de $1{,}8$ MeV.

MÉTHODE
Variation d'énergie de masse : (masse finale − masse initiale) $\times c^2$, masses en kg et résultat en joules. Conversion ensuite : $1\ \text{MeV} = 10^{6} \times 1{,}602 \times 10^{-19}$ J.

À LA CALCULATRICE



1.3.4 Déduire des résultats précédents la valeur, en MeV, de la variation d'énergie ΔE lors de la désintégration d'un noyau d'oxygène 15.

Données utiles $\Delta E_1 = 111{,}9$ MeV ; $\Delta E_2 = 1{,}8$ MeV (1.3.3) ; $\Delta E_3 = -115{,}5$ MeV (1.3.2)

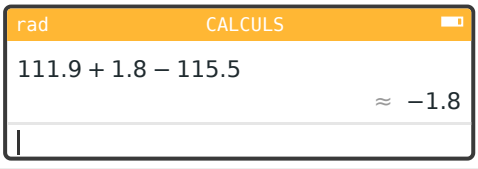
Sur le diagramme, on passe du noyau d'oxygène 15 à l'ensemble (noyau fils + positon) par les trois étapes successives :

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 = 111{,}9 + 1{,}8 - 115{,}5$$

$$\boxed{\Delta E = -1{,}8\ \text{MeV}}$$

COMPRENDRE
ΔE est négative : le système perd de l'énergie de masse. Cette énergie, $1{,}8$ MeV par noyau, est libérée vers l'extérieur, emportée surtout par le positon et le neutrino.

À LA CALCULATRICE



2.1 Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

2.2.1 À partir de la loi de décroissance, montrer que la constante radioactive a pour expression $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

Loi de décroissance : $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$.

À la date $t = t_{1/2}$, $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$, donc $\dfrac{N_0}{2} = N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$, soit $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln \dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$\boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$$

MÉTHODE
Pour isoler une durée ou une constante placée dans une exponentielle : isoler l'exponentielle, puis appliquer $\ln$ aux deux membres, avec $\ln(e^x) = x$ et $\ln \dfrac{1}{a} = -\ln a$.

2.2.2 Calculer la valeur de la constante radioactive λ.

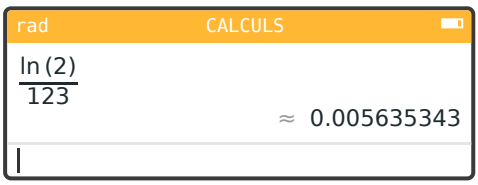
Données utiles $t_{1/2} = 123$ s

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{123}$$

$$\boxed{\lambda = 5{,}64 \times 10^{-3}\ \text{s}^{-1}}$$

PIÈGE
Oublier l'unité : λ est l'inverse d'une durée, ici en s^{-1} puisque $t_{1/2}$ est en secondes.

À LA CALCULATRICE



2.3 Calculer la date t_1 à laquelle le nombre de noyaux d'oxygène 15 restants est de l'ordre de 5 % du nombre N_0 initialement injecté.

Données utiles $N(t_1) = 0{,}05\, N_0$; $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (2.2.1) ; $t_{1/2} = 123$ s

$N(t_1) = N_0\, e^{-\lambda t_1} = 0{,}05\, N_0$, donc $e^{-\lambda t_1} = 0{,}05$, soit $-\lambda\, t_1 = \ln(0{,}05)$.

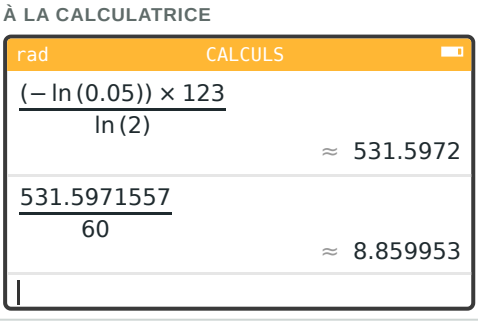
$$t_1 = -\frac{\ln(0{,}05)}{\lambda} = -\frac{\ln(0{,}05) \times t_{1/2}}{\ln 2} = -\frac{\ln(0{,}05) \times 123}{\ln 2}$$

$$\boxed{t_1 = 532\ \text{s, soit environ } 9\ \text{min.}}$$

PIÈGE
Écrire $N(t_1) = 0{,}95\, N_0$: 5 % est la part des noyaux restants, pas celle des noyaux désintégrés.

COMPRENDRE
Vérification rapide : $0{,}05 \approx \dfrac{1}{2^{4{,}3}}$, il faut donc un peu plus de quatre demi-vies, soit un peu plus de $4 \times 123 = 492$ s. Le résultat est cohérent.

À LA CALCULATRICE



2.4 Justifier la durée d'espacement des injections évoquée dans le texte.

Données utiles $t_1 \approx 9$ min (2.3)

Le texte indique que deux injections successives sont espacées de 8 à 10 minutes.

Au bout de $t_1 \approx 9$ min, il ne reste qu'environ 5 % des noyaux d'oxygène 15 injectés : l'activité est devenue trop faible pour poursuivre l'examen et une nouvelle injection est nécessaire.

La date $t_1 \approx 9$ min est comprise entre 8 et 10 min : l'espacement annoncé dans le texte est justifié.

3.1 Écrire l'équation de la réaction ayant lieu lors de la rencontre d'un positon avec un électron du milieu, en notant γ chaque photon émis.

D'après le texte, le positon et l'électron s'annihilent en libérant une paire de photons.

$${}^{0}_{1}\mathrm{e} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \rightarrow 2\,\gamma$$

COMPRENDRE

Le photon n'a ni charge ni nucléon : on peut le noter ${}^{0}_{0}\gamma$. La charge est bien conservée : $1 + (-1) = 0$.

3.2 Calculer l'énergie de chaque photon gamma émis, l'énergie libérée étant partagée également entre les deux photons. Est-elle en accord avec celle donnée dans le texte ?

Données utiles $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg (électron et positon) ; $c = 2{,}998 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $1\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J ; texte : 511 keV

Toute la masse du positon et de l'électron est transformée en énergie : $E_{\text{libérée}} = 2\,m_e\,c^2$.

Chaque photon en emporte la moitié :

$$E_\gamma = \frac{2\,m_e\,c^2}{2} = m_e\,c^2$$

$$E_\gamma = 9{,}109 \times 10^{-31} \times \left(2{,}998 \times 10^{8}\right)^2 = 8{,}187 \times 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

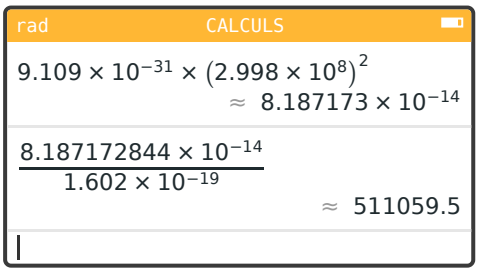
$$E_\gamma = \frac{8{,}187 \times 10^{-14}}{1{,}602 \times 10^{-19}} = 5{,}111 \times 10^{5}\ \mathrm{eV}$$

$E_\gamma = 511{,}1\ \mathrm{keV}$: cette valeur est en accord avec les 511 keV du texte.

COMPRENDRE

L'électron et le positon sont supposés au repos : leur énergie cinétique est négligée devant leur énergie de masse. L'énergie totale libérée vaut $1{,}637 \times 10^{-13}$ J, soit 1,022 MeV.

À LA CALCULATRICE



Oscillateur solide - ressort

Bac S 2004 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1.1 Nommer les trois forces qui s'exercent sur le solide dans une position quelconque et les représenter en G sur le schéma n°1 de l'annexe.

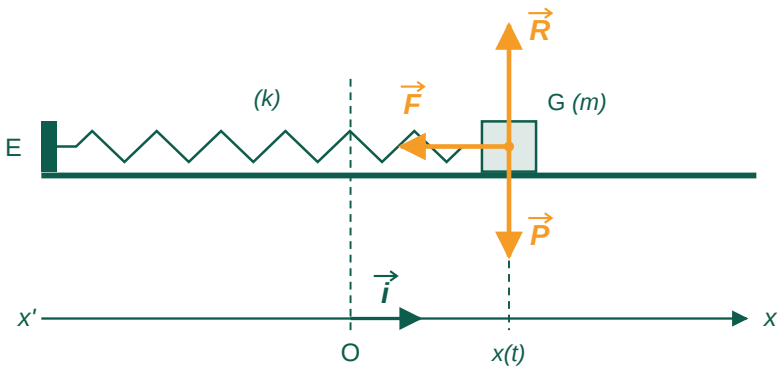
Système {solide}, référentiel terrestre supposé galiléen. Sans frottement, le solide est soumis à :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;
- la réaction $\vec{R}$ du banc (action du coussin d'air), verticale, vers le haut ;
- la force de rappel $\vec{F}$ du ressort, horizontale.

Trois forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{F}$, tracées en G sur le schéma, avec $\vec{P}$ et $\vec{R}$ de même longueur.

PIÈGE
Sur le schéma, G est à droite de O : le ressort est étiré, $\vec{F}$ doit être dirigée vers la gauche. Sans frottement, $\vec{R}$ est perpendiculaire au banc.

COMPRENDRE
L'oscillateur masse-ressort ne figure plus au programme actuel de spécialité. L'exercice reste un bon entraînement à la deuxième loi de Newton, aux équations différentielles et à l'énergie mécanique.



1.1.1 · Schéma n°1 complété : les trois forces appliquées en G (G à droite de O)

1.1.2 Rappeler l'expression de $\vec{F}$ en fonction de l'allongement x et vérifier que cette force a le sens attendu lorsque G est à droite de la position d'équilibre.

Force de rappel : $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$.

Si G est à droite de O, alors $x > 0$. Comme $k > 0$, la coordonnée $F_x = -k\,x$ est négative : $\vec{F}$ est de sens opposé à $\vec{i}$, donc dirigée vers la gauche.

$\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$ avec $x > 0$: $\vec{F}$ est orientée vers O, le ressort étiré ramène le solide vers sa position d'équilibre.

COMPRENDRE
Le signe « $-$ » traduit le rappel : la force est toujours opposée à l'écart. Pour $x < 0$ (ressort comprimé), $F_x > 0$ et le ressort repousse le solide vers O.

1.2.1 En appliquant la deuxième loi de Newton au solide, établir l'équation différentielle du mouvement de son centre d'inertie G.

Deuxième loi de Newton appliquée au solide de masse m constante, dans le référentiel terrestre galiléen :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$$

Projection sur l'axe (Ox) : $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont verticales, leur coordonnée est nulle. Il reste $-k\,x = m\,a_x$ avec $a_x = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$.

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}\,x = 0$$

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, loi vectorielle, puis projection sur l'axe du mouvement. L'équation finale se présente avec tous les termes dans le même membre.

1.2.2 La solution générale est $x(t) = X_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\,t + \varphi_0\right)$. Montrer que $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

On dérive deux fois la solution proposée :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\frac{2\pi}{T_0}\,X_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}\,t + \varphi_0\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,t + \varphi_0\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t)$$

En reportant dans l'équation différentielle :

$$\left[\frac{k}{m} - \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right] x(t) = 0$$

Cette égalité doit être vraie à chaque instant, donc $\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \dfrac{k}{m}$, soit $\dfrac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, expression attendue.

PIÈGE
Chaque dérivation fait sortir le facteur $\dfrac{2\pi}{T_0}$: il apparaît au carré dans la dérivée seconde. Ne pas simplifier par $x(t)$ sans dire que l'égalité vaut pour tout t.

1.2.3 Vérifier l'homogénéité de l'expression de la période propre T_0 par une analyse dimensionnelle.

Une force est le produit d'une masse par une accélération : $[F] = \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}$.

D'après $F = k\,x$: $[k] = \dfrac{[F]}{\mathrm{L}} = \mathrm{M}\cdot\mathrm{T}^{-2}$.

Alors $\left[\dfrac{m}{k}\right] = \dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{M}\cdot\mathrm{T}^{-2}} = \mathrm{T}^2$, et 2π est sans dimension.

$[T_0] = \left(\mathrm{T}^2\right)^{1/2} = \mathrm{T}$: l'expression est homogène à une durée.

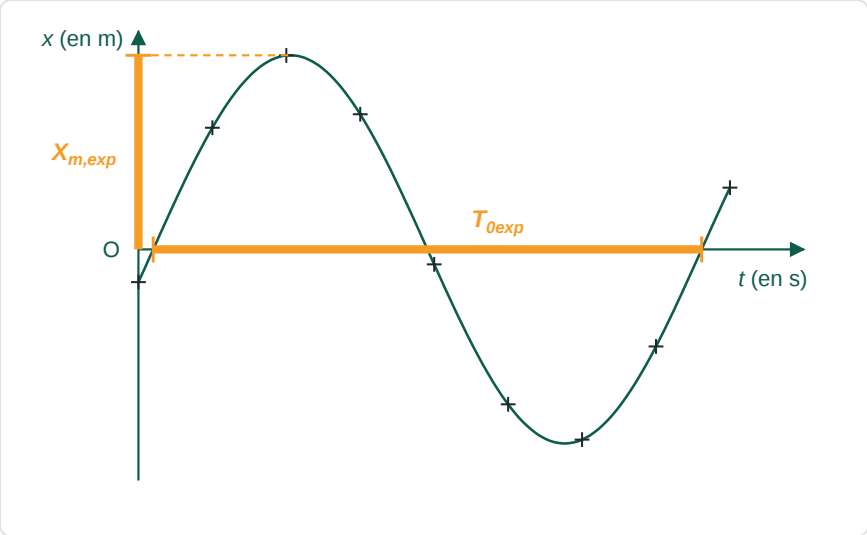
MÉTHODE
Pour la dimension d'une constante (k, G…), partir d'une relation connue où elle figure et isoler la constante. Les nombres comme 2π n'ont pas de dimension.

2.1 Représenter $T_{0\mathrm{exp}}$ et $X_{m,\mathrm{exp}}$ par des segments en trait épais sur chacun des deux axes du graphe n°1 de l'annexe.

- $T_{0\mathrm{exp}}$: segment porté par l'axe des dates, entre deux passages successifs par $x = 0$ dans le même sens (le premier et le troisième passage en O).
- $X_{m,\mathrm{exp}}$: segment porté par l'axe des abscisses x, de l'origine jusqu'à la valeur maximale de x.

Voir le graphe n°1 complété : les deux segments sont tracés en trait épais sur les axes.

PIÈGE
Entre deux passages consécutifs par O, il ne s'écoule qu'une demi-période. L'amplitude se mesure de 0 au maximum, pas du minimum au maximum.



2.1 · Graphe n°1 complété : $T_{0\text{exp}}$ sur l'axe des dates, $X_{m,\text{exp}}$ sur l'axe des abscisses

2.2 Déterminer, en justifiant, les valeurs expérimentales de l'amplitude $X_{m,\text{exp}}$ et de la période propre $T_{0\text{exp}}$ à partir de la modélisation de la courbe.

Données utiles modélisation $x = a\cos(bt + c)$ avec $a = 4{,}25 \times 10^{-2}$ m ; $b = 21{,}18$ rad · s^{-1} ; $c = 4{,}71$ rad

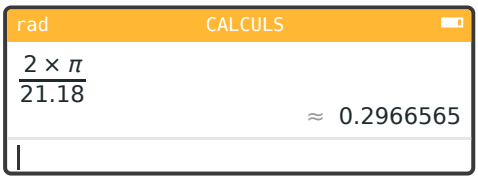
On identifie le modèle $x = a\cos(bt + c)$ à la solution $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$:

- $a = X_{m,\text{exp}}$;
- $b = \frac{2\pi}{T_{0\text{exp}}}$, donc $T_{0\text{exp}} = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{21{,}18} = 0{,}2967$ s.

$X_{m,\text{exp}} = 4{,}25 \times 10^{-2}$ m et $T_{0\text{exp}} = 0{,}2967$ s

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : b en comporte quatre, $T_{0\text{exp}}$ aussi ; a en comporte trois. Le facteur 2π est exact et ne limite pas la précision.

À LA CALCULATRICE



2.3 Les deux ressorts équivalent à un seul ressort de raideur $k = 2k_1$. Calculer la période propre théorique T_0 des oscillations.

Données utiles $m = 54{,}0$ g ; $k_1 = 12{,}0$ N · m^{-1}

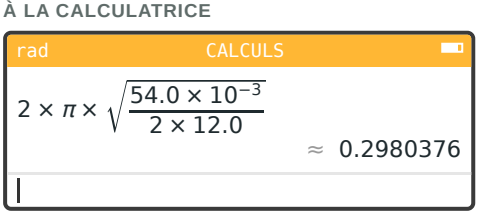
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k_1}}$ avec $m = 54{,}0 \times 10^{-3}$ kg.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{54{,}0 \times 10^{-3}}{2 \times 12{,}0}}$$

$T_0 = 0{,}298$ s

PIÈGE
La masse doit être en kilogrammes : avec 54,0 on trouve 9,42 s, valeur absurde pour ce montage. Ne pas oublier le facteur 2 devant k_1.

À LA CALCULATRICE



2.4 Comparer les deux valeurs de la période propre en calculant l'écart relatif $\dfrac{T_{0\text{exp}} - T_0}{T_0}$.

Données utiles $T_{0\text{exp}} = 0{,}2967$ s (2.2) ; $T_0 = 0{,}298$ s (2.3)

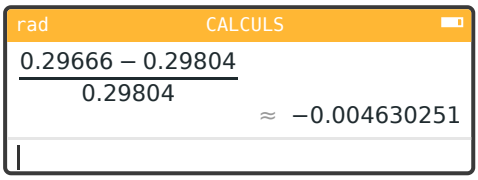
Avec les valeurs non arrondies ($T_{0\text{exp}} = 0{,}29666$ s et $T_0 = 0{,}29804$ s) :

$$\frac{T_{0\text{exp}} - T_0}{T_0} = \frac{0{,}29666 - 0{,}29804}{0{,}29804} = -4{,}6 \times 10^{-3}$$

Écart relatif de $-0{,}46\ \%$, soit moins de $0{,}5\ \%$ en valeur absolue : l'expérience est en très bon accord avec la théorie.

COMPRENDRE
Les deux périodes sont très proches : leur différence perd des chiffres significatifs. On garde donc les valeurs non arrondies dans le calcul et on arrondit seulement le résultat final.

À LA CALCULATRICE



3.1 Rappeler l'expression de l'énergie mécanique E_m du système solide-ressort horizontal en fonction de m, k, x et v.

$E_m = E_C + E_P$. Le mouvement est horizontal : G reste à l'altitude de référence, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle. Il reste l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique.

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

3.2 En traduisant la propriété de l'énergie mécanique, montrer que la vitesse maximale vérifie $V_m = 2\pi \dfrac{X_m}{T_0}$.

Sans frottement, l'énergie mécanique se conserve.

- En $x = \pm X_m$, la vitesse s'annule : $E_m = \dfrac{1}{2} k X_m^2$.
- En $x = 0$, l'énergie potentielle élastique est nulle et la vitesse est maximale : $E_m = \dfrac{1}{2} m V_m^2$.

Donc $\dfrac{1}{2} m V_m^2 = \dfrac{1}{2} k X_m^2$, soit $V_m = X_m \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Or $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ donne $\sqrt{\dfrac{k}{m}} = \dfrac{2\pi}{T_0}$.

$V_m = 2\pi \dfrac{X_m}{T_0}$, expression attendue.

MÉTHODE
Conservation de l'énergie : écrire E_m en deux positions bien choisies, là où l'un des deux termes s'annule, puis égaler les deux expressions.

3.3 Calculer la valeur de la vitesse maximale du mobile pour une amplitude de 4,3 cm et une période propre de 0,30 s.

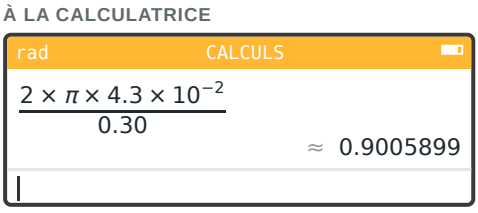
Données utiles $X_m = 4{,}3$ cm ; $T_0 = 0{,}30$ s

$$V_m = 2\pi \frac{X_m}{T_0} = 2\pi \times \frac{4{,}3 \times 10^{-2}}{0{,}30}$$

$V_m = 0{,}90\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser l'amplitude en centimètres donne 90 : ce serait une vitesse en $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$. Deux chiffres significatifs, comme les données.

À LA CALCULATRICE

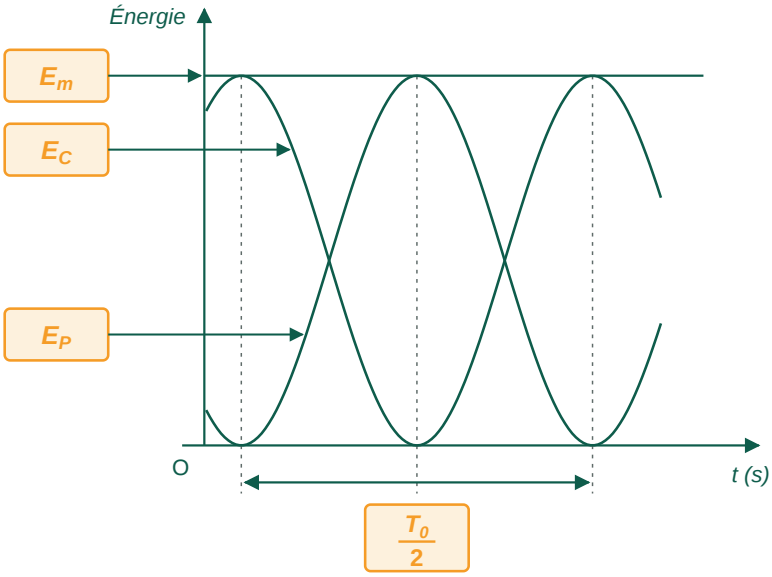


3.4 Indiquer dans les cases grisées du graphe n°2 la durée désignée par la double flèche, en fonction de T_0, et les énergies E_m, E_P et E_C.

- La droite horizontale est E_m, constante en l'absence de frottement.
- D'après le graphe n°1, peu après $t = 0$ le solide passe en O ($x = 0$) : E_P y est nulle et E_C maximale. La courbe qui part près de son maximum est E_C, celle qui part près de zéro est E_P.
- La double flèche sépare deux maxima successifs de E_C, donc deux passages successifs en O.

Durée de la double flèche : $\frac{T_0}{2}$; cases, de haut en bas : E_m, E_C, E_P.

COMPRENDRE
Les énergies dépendent de x^2 et de v^2 : elles reprennent la même valeur deux fois par oscillation. Leur période est $T_0/2$, moitié de celle de $x(t)$.



3.4 · Graphe n°2 complété

4.1 De quel régime s'agit-il lorsqu'on observe encore des oscillations malgré les frottements ? Comment nomme-t-on le temps caractéristique T correspondant ?

Les frottements sont faibles : le solide oscille encore, mais l'amplitude diminue au cours du temps.

Régime **pseudo-périodique** ; la durée T est la **pseudo-période**.

COMPRENDRE
Le mouvement n'est plus périodique puisque l'amplitude décroît. Avec des frottements plus importants, le solide reviendrait à l'équilibre sans osciller : régime apériodique.

4.2.1 Établir l'expression de l'énergie mécanique E_{m0} en fonction de l'allongement maximum initial X_{m0}.

À l'instant du lâcher, la vitesse est nulle donc $E_C = 0$, et l'allongement vaut X_{m0} : l'énergie est entièrement potentielle élastique.

$$E_{m0} = \frac{1}{2} k X_{m0}^2$$

4.2.2 Au bout d'une oscillation, l'amplitude est divisée par r. Établir l'expression du rapport $\frac{E_{m1}}{E_{m0}}$ en fonction de r.

Après une oscillation, l'amplitude est $X_{m1} = \frac{X_{m0}}{r}$. À cet instant la vitesse s'annule, donc :

$$E_{m1} = \frac{1}{2}\,k\,X_{m1}^2 = \frac{1}{2}\,k\,\frac{X_{m0}^2}{r^2} = \frac{E_{m0}}{r^2}$$

$$\boxed{\frac{E_{m1}}{E_{m0}} = \frac{1}{r^2}}$$

COMPRENDRE

L'énergie varie comme le carré de l'amplitude : une amplitude divisée par 2 correspond à une énergie divisée par 4. L'énergie perdue est dissipée par les frottements, sous forme de transfert thermique.