Nouvelle Calédonie Mars 2005

LA TOMOGRAPHIE PAR EMISSION DE POSITONS : UNE TECHNIQUE D' IMAGERIE MÉDICALE (4 points)

« Les neurobiologistes disposent d'une panoplie de techniques d'imagerie dont chacune révèle des aspects particuliers de l'architecture et du fonctionnement du cerveau. […] *La tomographie par émissions de positons, TEP,* […] *donne accès aux variations du flux sanguin, lesquels reflètent l'activité métabolique cérébrale,* […].

De cette découverte a germé l'idée que l'on […] *pourrait observer de l'extérieur l'activité siégeant à l'intérieur du crâne.*

En TEP, on détecte les molécules d'eau [*présentes en grande quantité dans le cerveau*] *en utilisant de l'eau radioactive que l'on injecte au sujet par voie intraveineuse.* […]. *Dans ces molécules d'eau radioactives, le noyau d'oxygène qui comprend normalement huit protons et huit neutrons est remplacé par un noyau d'oxygène qui ne comporte que huit protons et sept neutrons : c'est l'oxygène 15. L'oxygène 15 est un émetteur* β^+ *: un de ses protons se transforme rapidement en neutron, en émettant un positon*(1) *et un neutrino*(2)*. »*

D'après un article de la revue Pour la Science, N° 302, décembre 2002.

(1) *Le positon est aussi appelé positron.*

(2) *Le neutrino est une particule de symbole* ${}^{0}_{0}\nu$

Données numériques :

Noyaux et particules	${}^{16}_{6}C$	${}^{15}_{7}N$	${}^{15}_{8}O$	${}^{15}_{5}F$	*Électron*	*Positon*	*Neutron*	*Proton*
Énergie de liaison par nucléon $\frac{E_l}{A}$ *(MeV.nucléon*$^{-1}$*)*	*6,676*	*7,699*	*7,463*	*6,483*	-	-	-	-
Masse (kg)	-	-	-	-	$9{,}109\times10^{-31}$	$9{,}109\times10^{-31}$	$1{,}674\ 92\times10^{-27}$	$1{,}672\ 62\times10^{-27}$

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 2{,}998\times10^{8}\ m.s^{-1}$
$1\ eV = 1{,}602\times10^{-19}\ J$

1. La désintégration de l'oxygène 15

1.1. Donner, en la justifiant, l'écriture symbolique ${}^{A}_{Z}X$ du noyau d'oxygène 15.

1.2. Écrire l'équation de la réaction de désintégration du noyau d'oxygène 15, sans énoncer les lois de conservation et sans tenir compte de l'émission du neutrino mentionné dans le texte. *Le noyau fils n'est pas produit dans un état excité.*

1.3. *La variation d'énergie ΔE du système lors de la désintégration d'un noyau d'oxygène 15 est indiquée sur la* ***figure 1.*** *Elle peut être calculée en utilisant le digramme énergétique de cette figure.*

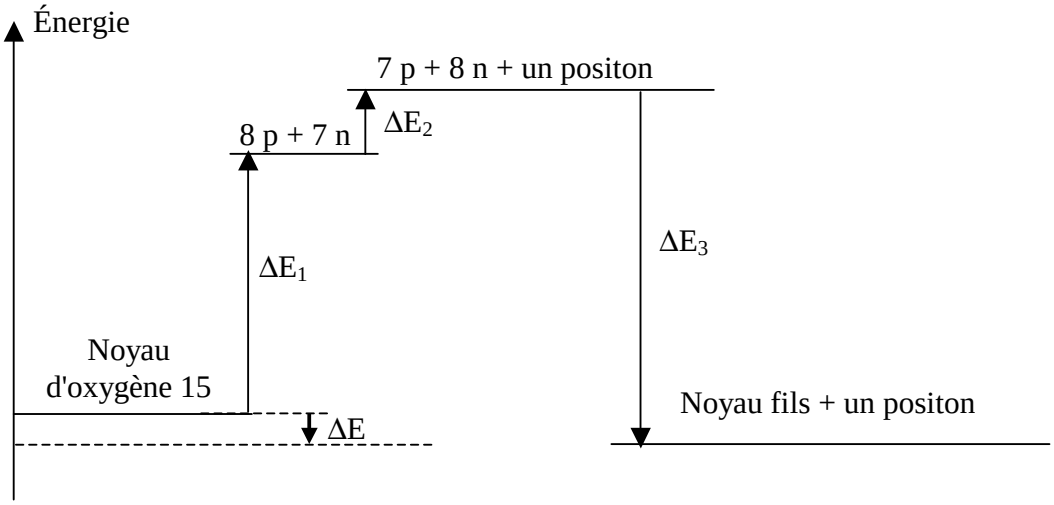
1.3.1. Définir l'énergie de liaison E_l du noyau.

1.3.2. *On rappelle que l'énergie de liaison par nucléon est notée* $\frac{E_l}{A}$. Calculer, en MeV, la variation d'énergie ΔE_3 indiquée sur la **figure 1**. *Par un calcul identique on trouve* $\Delta E_1 = 111{,}9\ MeV$.

1.3.3. En utilisant les masses des particules, calculer, en MeV, la variation d'énergie ΔE_2 indiquée sur la **figure 1** (on donnera le résultat final avec deux chiffres significatifs).

1.3.4. Déduire des résultats précédents la valeur, exprimée en MeV, de la variation d'énergie ΔE du système lors de la désintégration d'un noyau d'oxygène 15.

Figure 1 : *diagramme énergétique*



2. L'utilisation de l'oxygène 15 en TEP

« Le positon est l'antiparticule de l'électron, […]. *Matière et antimatière s'annihilent*[3] *dès qu'elles sont en présence : un positon et un électron du milieu environnant s'annihilent en libérant une paire de photons d'énergie déterminée (511 kiloélectronvolts). Les deux photons sont émis dans deux directions diamétralement opposées.* […]

L'objet de la TEP est de repérer les photons […], *très énergétiques,* [*qui*] *traversent en grande partie le cerveau et le crâne, de sorte que l'on peut les détecter en dehors de la boite crânienne. Le dispositif de détection, la caméra à positons,* […] *entoure la tête du sujet.* […] *Lorsqu'une paire de photons gamma de 511 kiloélectronvolts arrive simultanément sur deux détecteurs* […], *on admet qu'ils sont issus de la dématérialisation d'un même positon (**figure 2**).* […]. *Après l'analyse mathématique, on obtient une série de « coupes » contiguës du cerveau qui représentent la concentration en noyaux d'oxygène 15 en chaque point ce qui reflète le débit sanguin local.*

Enfin, le temps de demi-vie de ces noyaux d'oxygène 15 émetteurs de positons est bref : 123 secondes. Cette propriété est importante dans le contexte de l'utilisation de ces molécules chez l'homme, car, d'une part l'irradiation subie par les sujets est faible et d'autre part cette radioactivité disparaissant rapidement, on peut faire plusieurs études chez le même sujet. Cette courte durée de vie impose néanmoins que l'eau radioactive soit préparée dans les minutes qui précèdent son injection, et que deux injections successives soient espacées de 8 à 10 minutes. »

[3] *Annihiler : réduire à rien ; détruire, anéantir. En physique, transformation intégrale de l'énergie de masse en énergie transportée par une onde électromagnétique.*

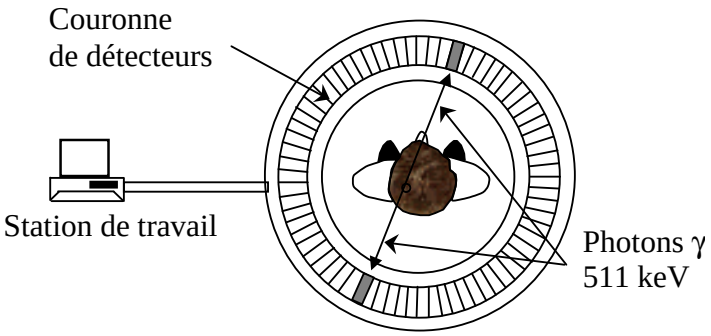


Figure 2: *Schéma de principe de la TEP*

2.1. Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$.

2.2. *L'évolution temporelle du nombre de noyaux d'oxygène 15 est donnée par la loi de décroissance où N_0 est le nombre de noyaux d'oxygène 15 au moment de l'injection à l'instant de date $t = 0$ s.*

2.2.1. À partir de cette loi, montrer que la constante radioactive λ a pour expression : $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

2.2.2. Calculer sa valeur.

2.3. *Si l'on souhaite poursuivre l'examen par TEP, on estime qu'il est nécessaire de procéder à une nouvelle injection dans l'organisme du patient lorsque le nombre $N(t_1)$ de noyaux d'oxygène 15 restant à l'instant de date t_1 est de l'ordre de 5% du nombre N_0 de noyaux initialement injectés.* Calculer la valeur de la date t_1.

2.4. Justifier la durée d'espacement des injections évoquée dans le texte.

3. La détection du rayonnement gamma

3.1. En utilisant le texte, écrire l'équation de la réaction ayant lieu lors de la rencontre d'un positon, issu de la désintégration d'un noyau d'oxygène 15, avec un électron du milieu environnant. *On notera γ chaque photon gamma émis.*

3.2. *On admet que l'énergie libérée par cette réaction est partagée également entre les deux photons dont la masse est nulle.* Calculer l'énergie de chaque photon gamma émis. Est-elle en accord avec celle donnée dans le texte (aucun calcul d'écart relatif n'est demandé) ?