Corrigé complet — Bac S 2004 Liban (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Chimie et spéléologie** Tableau d'avancement · Loi des gaz parfaits · Vitesse volumique de réaction · Temps de demi-réaction · Conductivité d'une solution	6,5 pts	1 h 18	7 questions	p. 2
Ex 2	**Enquête sur un homicide** Équation d'une réaction nucléaire · Radioactivité bêta moins · Demi-vie et constante radioactive · Loi de décroissance radioactive · Activité d'un échantillon · Datation au carbone 14	5,5 pts	1 h 05	8 questions	p. 6
Ex 3	**Spécialité : La radio** Modulation d'amplitude · Circuit LC accordé · Démodulation · Lecture d'oscillogrammes · Hauteur et timbre d'un son · Spectre en fréquences	4 pts	52 min	8 questions	p. 10
Ex 4	**Le Grand saut** Poussée d'Archimède · Chute libre · Deuxième loi de Newton · Frottement fluide et vitesse limite · Analyse dimensionnelle · Méthode d'Euler	4 pts	52 min	6 questions	p. 13

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Chimie et spéléologie

Bac S 2004 Liban (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1 Calculer la densité par rapport à l'air du dioxyde de carbone. Dans quelles parties de la grotte ce gaz est-il susceptible de s'accumuler ?

Données utiles $M(\mathrm{C}) = 12\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$; $M(\mathrm{O}) = 16\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$; $d = \dfrac{M}{29}$

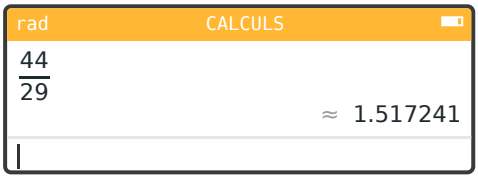
$M(\mathrm{CO_2}) = 12 + 2\times 16 = 44\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$, donc $d = \dfrac{M(\mathrm{CO_2})}{29} = \dfrac{44}{29} = 1{,}5$.

Comme $d > 1$, le dioxyde de carbone est plus dense que l'air : il descend et stagne dans les parties basses de la grotte (fonds de galeries, puits, cuvettes).

$d = 1{,}5 > 1$: le $\mathrm{CO_2}$ s'accumule dans les points bas de la grotte.

COMPRENDRE
Une densité est un rapport : elle n'a pas d'unité. On garde deux chiffres significatifs, comme les masses molaires atomiques de l'énoncé.

À LA CALCULATRICE



2 Déterminer les quantités de matière initiales de chacun des réactifs.

Données utiles $V_S = 100\ \mathrm{mL}$; $c = 0{,}1\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$; $m(\mathrm{CaCO_3}) = 2{,}0\ \mathrm{g}$; $M(\mathrm{Ca}) = 40\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$

Ions oxonium : $n_i(\mathrm{H_3O^+}) = c \times V_S = 0{,}1 \times 0{,}100 = 1\times 10^{-2}\ \mathrm{mol}$.

Carbonate de calcium : $M(\mathrm{CaCO_3}) = 40 + 12 + 3\times 16 = 100\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$, donc

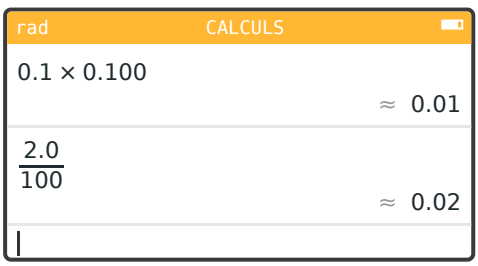
$$n_i(\mathrm{CaCO_3}) = \frac{m}{M(\mathrm{CaCO_3})} = \frac{2{,}0}{100} = 2{,}0\times 10^{-2}\ \mathrm{mol}$$

$n_i(\mathrm{H_3O^+}) = 1\times 10^{-2}\ \mathrm{mol}$; $n_i(\mathrm{CaCO_3}) = 2{,}0\times 10^{-2}\ \mathrm{mol}$

PIÈGE
Laisser V_S en millilitres : avec une concentration en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$, le volume s'écrit $0{,}100$ L.

COMPRENDRE
L'énoncé donne la concentration avec un seul chiffre $(0{,}1)$. Dans la suite, on la traite comme $0{,}100\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$, sans quoi la comparaison aux volumes mesurés n'aurait pas de sens.

À LA CALCULATRICE



3 Dresser le tableau d'avancement de la réaction. En déduire la valeur x_{max} de l'avancement maximal. Quel est le réactif limitant ?

Données utiles $n_i(CaCO_3) = 2{,}0 \times 10^{-2}$ mol et $n_i(H_3O^+) = 1 \times 10^{-2}$ mol (Q2)

Quantités de matière en mmol ($1\ \text{mmol} = 10^{-3}$ mol) :

	$CaCO_3$	$+\,2\,H_3O^+$	$=\,Ca^{2+}$	$+\,CO_2$	$+\,3\,H_2O$
$x = 0$	20	10	0	0	solvant
x	$20 - x$	$10 - 2x$	x	x	solvant
x_{max}	$20 - x_{max}$	$10 - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	solvant

- Si $CaCO_3$ est limitant : $20 - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 20$ mmol.
- Si H_3O^+ est limitant : $10 - 2x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 5$ mmol.

On retient la plus petite des deux valeurs.

$x_{max} = 5 \times 10^{-3}$ mol ; le réactif limitant est l'ion oxonium H_3O^+.

PIÈGE
Comparer directement les quantités initiales (20 et 10 mmol) sans tenir compte du coefficient 2 devant H_3O^+ : il faut diviser sa quantité par 2.

MÉTHODE
Pour chaque réactif, annuler sa quantité finale et calculer l'avancement correspondant. Le plus petit avancement donne x_{max} et désigne le réactif limitant.

4 a) Exprimer l'avancement x à une date t en fonction de V_{CO_2}, T, P_{atm} et R, puis le calculer à $t = 20$ s. b) Calculer le volume maximal de gaz que l'on peut recueillir. La transformation est-elle totale ?

Données utiles $P_{atm} = 1{,}020 \times 10^5$ Pa ; $T = 298$ K ; $R = 8{,}31$ SI ; à $t = 20$ s, $V_{CO_2} = 29$ mL ; $x_{max} = 5 \times 10^{-3}$ mol (Q3)

a) D'après le tableau d'avancement, $n(CO_2) = x$. Le gaz, à la pression atmosphérique, suit la loi des gaz parfaits : $P_{atm}\,V_{CO_2} = x\,R\,T$, d'où

$$x = \frac{P_{atm}\,V_{CO_2}}{R\,T}$$

À $t = 20$ s, $V_{CO_2} = 29\ \text{mL} = 29 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$:

$$x = \frac{1{,}020 \times 10^5 \times 29 \times 10^{-6}}{8{,}31 \times 298} = 1{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol}$$

b) Le volume est maximal quand $x = x_{max}$:

$$V_{max} = \frac{x_{max}\,R\,T}{P_{atm}} = \frac{5 \times 10^{-3} \times 8{,}31 \times 298}{1{,}020 \times 10^5} = 1{,}21 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 = 121\ \text{mL}$$

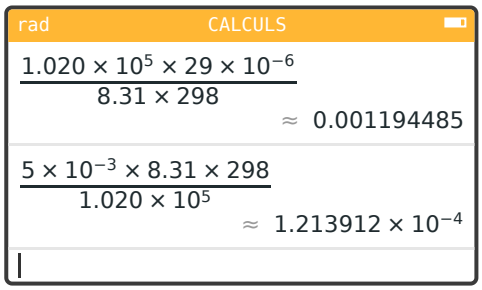
Le dernier volume relevé, à $t = 440$ s, vaut 121 mL : l'avancement final est égal à l'avancement maximal.

$x(20\ \text{s}) = 1{,}2 \times 10^{-3}$ mol ; $V_{max} = 121\ \text{mL} = V_{final}$: la transformation est totale.

PIÈGE
Dans $PV = nRT$, la pression est en pascals et le volume en mètres cubes : $1\ \text{mL} = 10^{-6}\ \text{m}^3$. Un volume laissé en mL ou en L fausse le résultat d'un facteur 10^6 ou 10^3.

COMPRENDRE
Le volume relevé augmente encore un peu entre 420 s et 440 s : la conclusion repose sur l'égalité entre le dernier volume mesuré et V_{max}, pas sur un palier net du tableau.

À LA CALCULATRICE



5 a) Donner l'expression de la vitesse volumique de réaction en fonction de x et de V_S. Comment varie-t-elle au cours du temps ? Justifier à l'aide du graphe. b) Définir le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ et le déterminer graphiquement sur l'annexe.

Données utiles courbe $x(t)$ de l'annexe ; $x_f = x_{max} = 5 \times 10^{-3}$ mol (Q4)

a) $v = \dfrac{1}{V_S}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

À une date t, $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x(t)$. Cette tangente est très inclinée à $t = 0$, puis de moins en moins, jusqu'à devenir horizontale. Le volume V_S étant constant, la vitesse volumique de réaction diminue au cours du temps et finit par s'annuler.

b) Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

Ici $\dfrac{x_f}{2} = \dfrac{5 \times 10^{-3}}{2} = 2{,}5 \times 10^{-3}$ mol. On trace l'horizontale d'ordonnée $2{,}5 \times 10^{-3}$ mol jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection (annexe complétée, figure de la question 6).

$v = \dfrac{1}{V_S}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, qui diminue au cours du temps ; $t_{1/2} \approx 55$ s

PIÈGE
Lire $t_{1/2}$ à la moitié de la durée totale de l'expérience (220 s). C'est l'avancement qu'on divise par deux, pas le temps.

COMPRENDRE
La vitesse diminue parce que la concentration du réactif H_3O^+ diminue : la concentration des réactifs est un facteur cinétique. Aujourd'hui, on définit plutôt la vitesse volumique à partir de la concentration d'une espèce, par exemple $-\dfrac{\mathrm{d}[H_3O^+]}{\mathrm{d}t}$.

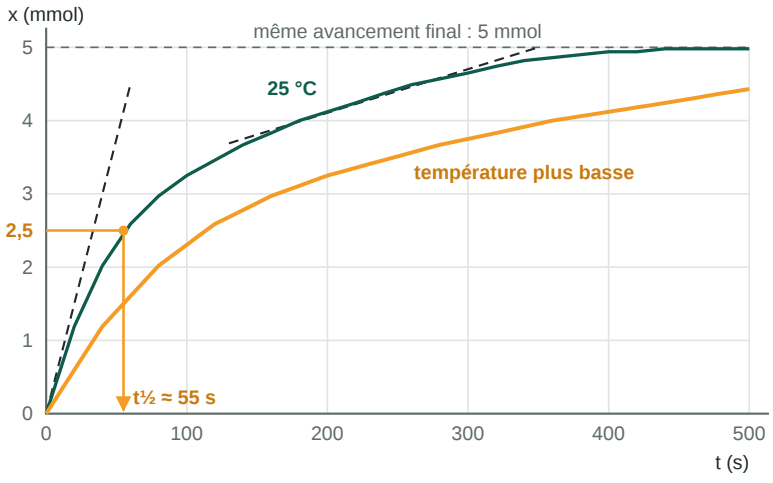
6 La température de la grotte est inférieure à 25 °C. a) Quel est l'effet de cet abaissement de température sur la vitesse volumique de réaction à $t = 0$ s ? b) Tracer sur l'annexe l'allure de l'évolution de l'avancement dans ce cas.

a) La température est un facteur cinétique : plus elle est basse, plus la transformation est lente. À $t = 0$ s, la vitesse volumique de réaction est donc plus faible qu'à 25 °C.

b) La nouvelle courbe part de l'origine avec une tangente moins inclinée et reste sous la courbe tracée à 25 °C. Les quantités initiales sont inchangées : elle tend vers le même avancement final $x_{max} = 5 \times 10^{-3}$ mol, atteint plus tard.

À température plus basse, la vitesse initiale est plus faible : courbe sous la précédente, même valeur finale 5×10^{-3} mol.

PIÈGE
Tracer une courbe qui plafonne plus bas. La température modifie la durée de la transformation, pas le réactif limitant : l'avancement final reste x_{max}.



6 · Annexe complétée : tangentes et lecture de $t_{1/2}$ à 25 °C (vert) ; en orange, l'allure de $x(t)$ à une température inférieure

7 Suivi par conductimétrie. a) Inventaire des ions présents ; quel ion spectateur garde une concentration constante ? b) Justifier sans calcul la diminution de σ. c) Calculer σ à $t = 0$ s. d) Montrer que $\sigma = 4{,}25 - 580\,x$. e) Calculer σ pour l'avancement maximal.

Données utiles $\lambda(H_3O^+) = 35{,}0$; $\lambda(Ca^{2+}) = 12{,}0$; $\lambda(Cl^-) = 7{,}5\ \text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $c = 0{,}1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_S = 100$ mL ; $x_{max} = 5 \times 10^{-3}$ mol (Q3)

a) La solution contient les ions H_3O^+, Cl^- et Ca^{2+} (formés au cours de la réaction). L'ion chlorure Cl^- n'apparaît pas dans l'équation : il est spectateur et sa concentration reste égale à c.

b) $\sigma = \lambda(H_3O^+)\,[H_3O^+] + \lambda(Cl^-)\,[Cl^-] + \lambda(Ca^{2+})\,[Ca^{2+}]$

Le terme des ions chlorure est constant. Quand un ion Ca^{2+} se forme, deux ions H_3O^+ disparaissent, et chacun d'eux conduit mieux le courant que l'ion calcium, car $\lambda(H_3O^+) > \lambda(Ca^{2+})$. La conductivité diminue donc.

c) À $t = 0$ s, il n'y a pas d'ion calcium et $[H_3O^+] = [Cl^-] = c = 0{,}1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} = 1 \times 10^2\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$:

$$\sigma_0 = \left(\lambda(H_3O^+) + \lambda(Cl^-)\right) c$$

$$\sigma_0 = (35{,}0 \times 10^{-3} + 7{,}5 \times 10^{-3}) \times 1 \times 10^2 = 4{,}25\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$$

d) D'après le tableau d'avancement : $[H_3O^+] = c - \dfrac{2x}{V_S}$, $[Ca^{2+}] = \dfrac{x}{V_S}$ et $[Cl^-] = c$. Alors

$$\sigma = \lambda(H_3O^+)\left(c - \frac{2x}{V_S}\right) + \lambda(Cl^-)\,c + \lambda(Ca^{2+})\,\frac{x}{V_S}$$

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{\lambda(Ca^{2+}) - 2\,\lambda(H_3O^+)}{V_S}\,x$$

Avec $V_S = 100\ \text{mL} = 1{,}00 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$:

$$\frac{12{,}0 \times 10^{-3} - 2 \times 35{,}0 \times 10^{-3}}{1{,}00 \times 10^{-4}} = -580\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

On retrouve bien $\sigma = 4{,}25 - 580\,x$, avec σ en $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ et x en mol.

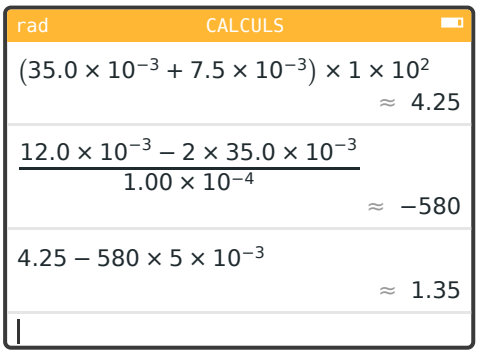
e) Pour $x = x_{max}$: $\sigma_f = 4{,}25 - 580 \times 5 \times 10^{-3} = 1{,}35\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$.

$\sigma_0 = 4{,}25\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$; $\sigma = 4{,}25 - 580\,x$; $\sigma_f = 1{,}35\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$

PIÈGE
Unités du système international obligatoires : λ en $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$ ($1\ \text{mS} = 10^{-3}$ S), concentrations en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ ($1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} = 10^3\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$), volume en m^3.

COMPRENDRE
Vérification de σ_f par l'état final : il reste Cl^- à $100\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ et Ca^{2+} à $50\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$, soit $0{,}75 + 0{,}60 = 1{,}35\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$. La relation affine permet de suivre x en mesurant σ.

À LA CALCULATRICE



Enquête sur un homicide

Bac S 2004 Liban (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1 Partie I. Écrire l'équation de la réaction nucléaire de formation du carbone 14 dans la haute atmosphère. Identifier la particule émise. Justifier.

On note ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ la particule émise :

$$ {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X} $$

Conservation du nombre de nucléons : $14 + 1 = 14 + A$, donc $A = 1$.

Conservation de la charge électrique : $7 + 0 = 6 + Z$, donc $Z = 1$.

$Z = 1$ est l'élément hydrogène : la particule est un noyau ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$, c'est-à-dire un proton.

${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$: la particule émise est un **proton**.

PIÈGE
« Justifier » : écrire la particule sans citer les deux lois de conservation fait perdre une partie des points.

MÉTHODE
Toute équation nucléaire s'équilibre avec deux bilans séparés : la somme des nombres du haut (A, nucléons) et la somme des nombres du bas (Z, charges) sont les mêmes de chaque côté de la flèche.

2 Partie I. Écrire l'équation de la désintégration β^- du carbone 14.

Une désintégration β^- émet un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$. Le noyau fils ${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}$ vérifie $14 = A + 0$ et $6 = Z - 1$, donc $A = 14$ et $Z = 7$: c'est de l'azote.

${}^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

PIÈGE
Écrire l'électron ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$: avec une charge $+1$, c'est un positon, donc une désintégration β^+, et le noyau fils serait du bore.

COMPRENDRE
Dans le noyau, un neutron se transforme en proton : Z augmente de 1 et A ne change pas. Un antineutrino est émis en même temps ; il n'était pas exigé dans cette équation.

3 Partie I. Le temps de demi-vie du carbone 14 est de 5570 ans. Qu'appelle-t-on temps de demi-vie ?

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la **moitié** des noyaux radioactifs présents au départ dans l'échantillon se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

COMPRENDRE
Cette durée ne dépend ni de l'instant choisi comme origine ni de la quantité de noyaux : quel que soit le moment, il faut attendre $t_{1/2}$ pour que la population soit divisée par deux.

4 Partie I. a) Exprimer en fonction de N_0 le nombre N de noyaux restant aux instants $t_{1/2}$, $2\,t_{1/2}$, $3\,t_{1/2}$, $4\,t_{1/2}$ et $5\,t_{1/2}$. b) Reporter ces points sur un graphique et tracer l'allure de la courbe $N(t)$.

Données utiles échelle : 2 cm pour $t_{1/2}$ en abscisse ; 10 cm pour N_0 en ordonnée

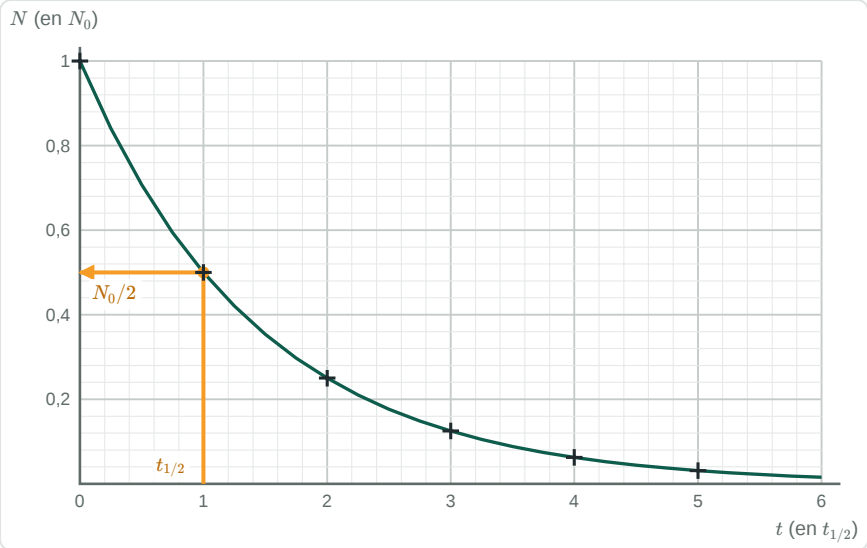
a) À chaque demi-vie écoulée, le nombre de noyaux est divisé par 2 : $N(n\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2^n}$.

$N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$; $N(2\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{4}$; $N(3\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{8}$; $N(4\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{16}$; $N(5\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{32}$.

b) Ordonnées à l'échelle : 5,0 cm ; 2,5 cm ; 1,3 cm ; 0,6 cm ; 0,3 cm, aux abscisses 2, 4, 6, 8 et 10 cm. On place aussi le point de départ $(0\ ;\ N_0)$, puis on trace à main levée une courbe régulière passant par ces six points.

$N(n\,t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2^n}$; la courbe est une exponentielle décroissante qui tend vers 0.

PIÈGE
Relier les points à la règle, ou faire toucher l'axe des abscisses à la courbe. Elle s'en approche sans jamais l'atteindre.



4 · Nombre de noyaux de carbone 14 en fonction du temps

5 Partie I. La courbe a pour équation $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ (1). a) Établir la relation entre le temps de demi-vie et la constante radioactive λ. b) Calculer la valeur de λ.

Données utiles $t_{1/2} = 5570$ ans

a) Par définition, $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$. Avec la relation (1) :

$$N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad -\lambda\, t_{1/2} = \ln\frac{1}{2} = -\ln 2$$

donc $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

b) $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} = \dfrac{\ln 2}{5570} = 1{,}24 \times 10^{-4}\ \mathrm{an}^{-1}$.

En secondes : $t_{1/2} = 5570 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 1{,}758 \times 10^{11}$ s,

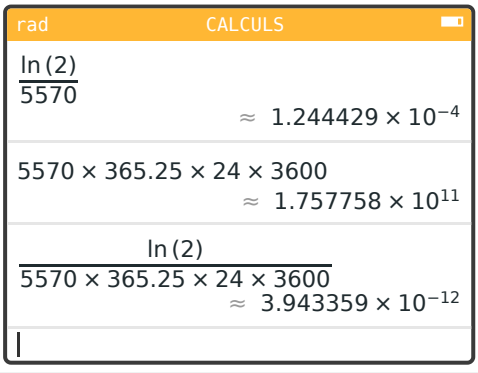
donc $\lambda = \dfrac{\ln 2}{1{,}758 \times 10^{11}} = 3{,}94 \times 10^{-12}\ \mathrm{s}^{-1}$.

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}\ ;\ \lambda = 1{,}24 \times 10^{-4}\ \mathrm{an}^{-1} = 3{,}94 \times 10^{-12}\ \mathrm{s}^{-1}}$$

PIÈGE
Oublier le signe : $\ln\frac{1}{2} = -\ln 2$. Une constante radioactive négative doit alerter.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs suffisent, comme pour les rapports N/N_0 du tableau. λ est l'inverse d'un temps : son unité dépend de celle de $t_{1/2}$. Les deux valeurs servent : par an pour dater, par seconde pour une activité en becquerels.

À LA CALCULATRICE



1 Partie II. a) Établir l'équation différentielle vérifiée par le nombre de noyaux $N(t)$. b) Vérifier que l'expression (1) de $N(t)$ est solution de cette équation différentielle.

Données utiles $A(t) = -\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}$; $A(t) = \lambda\, N(t)$

a) On égale les deux expressions de l'activité : $-\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda\, N$, soit

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N = 0$$

b) On dérive $N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$: $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

On reporte dans le membre de gauche : $-\lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t} + \lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t} = 0$.

$\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N = 0$; l'égalité est vraie à tout instant, la relation (1) est bien solution.

COMPRENDRE
Le signe « $-$ » de la définition de l'activité vient de ce que N diminue : $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$ est négatif alors qu'une activité est positive.

MÉTHODE
Vérifier qu'une fonction est solution : 1) la dériver ; 2) remplacer la fonction et sa dérivée dans l'équation ; 3) constater que l'égalité est vraie quel que soit t.

2 Partie II. a) Calculer l'âge des ossements d'ANDER. b) Les données de l'agence de presse sont-elles en accord avec ce résultat ? c) À l'aide de la dernière ligne du tableau : SAPIAND a-t-il pu massacrer ANDER ?

Données utiles ANDER : $\dfrac{N}{N_0} = 1{,}64 \times 10^{-2}$; SAPIAND : $\dfrac{N}{N_0} = 1{,}87 \times 10^{-2}$; $t_{1/2} = 5570$ ans ; cohabitation des deux espèces entre $-60\,000$ ans et $-30\,000$ ans

a) D'après (1), $\dfrac{N}{N_0} = \mathrm{e}^{-\lambda t}$, donc $\ln\dfrac{N}{N_0} = -\lambda\, t$ et, avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$:

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\frac{N}{N_0}$$

ANDER : $t_A = -\dfrac{5570}{\ln 2} \times \ln(1{,}64 \times 10^{-2}) = 3{,}30 \times 10^4$ ans.

b) ANDER est mort il y a environ 33 000 ans. Cette date est comprise entre $-60\,000$ ans et $-30\,000$ ans, période où les deux espèces ont cohabité : l'article est en accord avec ce résultat.

c) SAPIAND : $t_S = -\dfrac{5570}{\ln 2} \times \ln(1{,}87 \times 10^{-2}) = 3{,}20 \times 10^4$ ans.

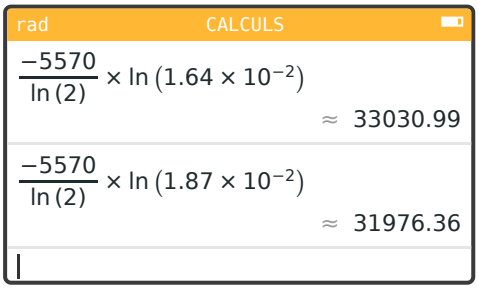
SAPIAND est mort environ 1 000 ans après ANDER. Une vie humaine est bien plus courte : il n'était pas né à la mort d'ANDER.

$t_A = 3{,}30 \times 10^4$ ans et $t_S = 3{,}20 \times 10^4$ ans : les deux individus ne se sont pas rencontrés, SAPIAND n'a pas pu massacrer ANDER.

PIÈGE
Garder λ en s^{-1} : l'âge sortirait en secondes. Avec $t_{1/2}$ en années, le résultat est directement en années.

COMPRENDRE
Plus le rapport N/N_0 est petit, plus la mort est ancienne : ANDER ($1{,}64 \times 10^{-2}$) est donc mort avant SAPIAND ($1{,}87 \times 10^{-2}$). Le rapport vaut environ $\dfrac{1}{64}$, soit près de six demi-vies.

À LA CALCULATRICE



3 Partie II. Pour 1 g de carbone récent, soit 200 g d'os, on compte une quinzaine de désintégrations par minute. a) Quelle est, en becquerels, l'activité de ces 200 g d'os ? b) Quel est le nombre de noyaux radioactifs présents ? c) Quel est le rapport $N(^{14}\text{C})/N(^{12}\text{C})$ dans cet échantillon ?

Données utiles $M(\text{C}) = 12{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}02\times10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $\lambda = 3{,}94\times10^{-12}\ \text{s}^{-1}$ (partie I, Q5) ; masse de carbone $m = 1$ g

a) Un becquerel correspond à une désintégration par seconde : $A = \dfrac{15}{60} = 0{,}25$ Bq.

b) $A = \lambda N$, donc $N = \dfrac{A}{\lambda}$, avec λ en s^{-1} puisque A est en becquerels :

$$N(^{14}\text{C}) = \frac{0{,}25}{3{,}94\times10^{-12}} = 6{,}3\times10^{10}\ \text{noyaux}$$

c) Le carbone est presque uniquement du carbone 12 : $N(^{12}\text{C}) = \dfrac{m}{M(\text{C})}\times N_A = \dfrac{1}{12{,}0}\times 6{,}02\times10^{23} = 5{,}0\times10^{22}$ noyaux.

$$\frac{N(^{14}\text{C})}{N(^{12}\text{C})} = \frac{6{,}3\times10^{10}}{5{,}0\times10^{22}} = 1{,}3\times10^{-12}$$

$$A = 0{,}25\ \text{Bq}\ ;\ N(^{14}\text{C}) = 6{,}3\times10^{10}\ ;\ \frac{N(^{14}\text{C})}{N(^{12}\text{C})} = 1{,}3\times10^{-12}$$

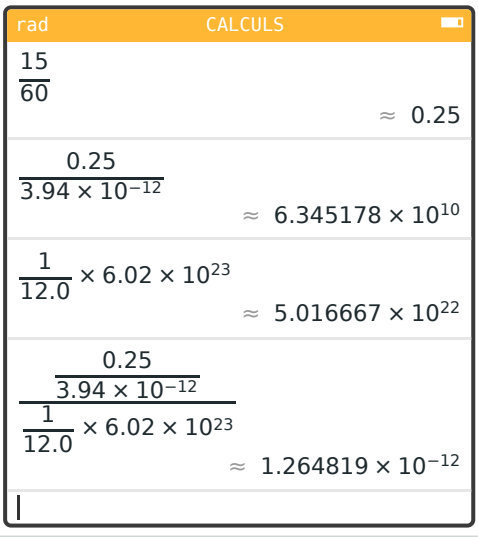
PIÈGE

Diviser l'activité par λ en an^{-1} : le becquerel impose la seconde. Autre erreur : prendre 200 g pour la masse de carbone, alors que ces os n'en contiennent que 1 g.

COMPRENDRE

« Une quinzaine » est une valeur approchée : deux chiffres significatifs au plus. Il y a environ un atome de carbone 14 pour mille milliards d'atomes de carbone 12, d'où la masse d'os nécessaire.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : La radio

Bac S 2004 Liban (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Partie A. Comment une onde modulée en amplitude est-elle caractérisée au cours du temps ? Indiquer la proposition exacte, sans justification.

Proposition **b)** : amplitude variable, dont les variations dépendent du signal à transmettre, et fréquence constante.

COMPRENDRE
La porteuse garde sa fréquence ; c'est son amplitude qui reproduit les variations du signal sonore. La modulation ne figure plus au programme actuel de spécialité.

2 Partie A. Que doit valoir la fréquence de la porteuse par rapport à celle du son à transmettre ? Indiquer la proposition exacte.

Proposition **c)** : très supérieure à la fréquence du son à transmettre.

PIÈGE
Choisir « légèrement supérieure ». Pour que l'enveloppe de l'onde modulée dessine bien le signal, la porteuse doit effectuer un grand nombre d'oscillations pendant une période du son.

3 Partie A. Entre quelles fréquences un son audible est-il compris ? Indiquer la proposition exacte.

Proposition **b)** : entre 20 Hz et 20 kHz.

COMPRENDRE
En dessous de 20 Hz, on parle d'infrasons ; au-dessus de 20 kHz, d'ultrasons.

1 Partie B. a) Expliquer brièvement le rôle de la partie 1 du circuit. b) Entre quelles limites la capacité C doit-elle varier pour capter des porteuses de fréquence comprise entre 1,0 kHz et 10 kHz ?

Données utiles $L = 1{,}0\ \text{mH} = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{H}$; $f_{\text{min}} = 1{,}0 \times 10^{3}\ \text{Hz}$; $f_{\text{max}} = 1{,}0 \times 10^{4}\ \text{Hz}$

a) L'antenne reçoit les ondes de tous les émetteurs. Le circuit LC parallèle sert de circuit d'accord : il ne laisse subsister entre A et la masse que la tension dont la fréquence est voisine de sa fréquence propre. Il sélectionne donc une seule porteuse, celle de la station choisie.

b) Le circuit est accordé quand sa fréquence propre est égale à la fréquence de la porteuse :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{donc} \quad C = \frac{1}{4\pi^2 L f^2}$$

Pour $f = 1{,}0\ \text{kHz}$: $C = \dfrac{1}{4\pi^2 \times 1{,}0 \times 10^{-3} \times (1{,}0 \times 10^{3})^2} = 2{,}5 \times 10^{-5}\ \text{F}$.

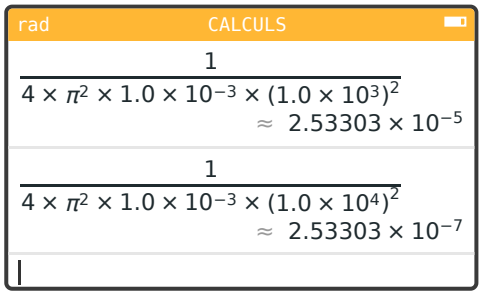
Pour $f = 10\ \text{kHz}$: $C = \dfrac{1}{4\pi^2 \times 1{,}0 \times 10^{-3} \times (1{,}0 \times 10^{4})^2} = 2{,}5 \times 10^{-7}\ \text{F}$.

$2{,}5 \times 10^{-7}\ \text{F} \leqslant C \leqslant 2{,}5 \times 10^{-5}\ \text{F}$, soit de $0{,}25\ \mu\text{F}$ à $25\ \mu\text{F}$.

PIÈGE
Associer la plus grande capacité à la plus grande fréquence. C varie comme $1/f^2$: une fréquence dix fois plus grande demande une capacité cent fois plus petite. Convertir aussi mH en H et kHz en Hz.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme L et les fréquences. La bobine et le circuit LC ne figurent plus au programme actuel de spécialité.

À LA CALCULATRICE



2 Partie B. a) Indiquer brièvement le rôle des parties 2 et 3 du circuit. b) Associer chaque oscillogramme à l'une des tensions u_{AM}, u_{BM} et u_{SM}. c) Déterminer la fréquence f de l'onde porteuse.

Données utiles sensibilité verticale : $5\ \text{V} \cdot \text{div}^{-1}$; base de temps : $1\ \text{ms} \cdot \text{div}^{-1}$; spot centré en l'absence de tension ; touche DC active

a) Partie 2 (diode, R_1, C_1) : c'est le détecteur d'enveloppe. La diode supprime les alternances négatives, puis l'ensemble R_1C_1 élimine la porteuse. Il reste l'enveloppe de la tension modulée, c'est-à-dire le signal sonore ajouté à une tension continue.

Partie 3 (C_2, R_2) : filtre passe-haut qui supprime cette composante continue. La tension de sortie est alors centrée sur zéro.

b) u_{AM} est la tension modulée, avec les oscillations rapides de la porteuse : oscillogramme 2.

u_{BM} est l'enveloppe, toujours positive (décalée vers le haut de l'écran) : oscillogramme 3.

u_{SM} a la même forme mais oscille de part et d'autre de zéro : oscillogramme 1.

c) Sur l'oscillogramme 2, on compte 15 périodes de la porteuse sur 3 divisions :

$$15\,T = 3 \times 1\ \text{ms}, \text{ donc } T = \frac{3 \times 10^{-3}}{15} = 2 \times 10^{-4}\ \text{s} \text{ et } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{3}\ \text{Hz}.$$

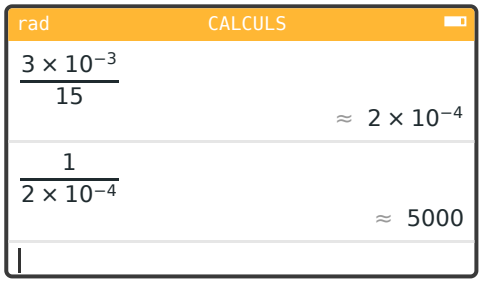
u_{AM} : oscillogramme 2 ; u_{BM} : oscillogramme 3 ; u_{SM} : oscillogramme 1. Porteuse : $f \approx 5\ \text{kHz}$.

PIÈGE
Mesurer la période de l'enveloppe (environ 8 divisions) : elle donne la fréquence du son, pas celle de la porteuse.

COMPRENDRE
Touche DC active : l'oscilloscope affiche aussi la composante continue. C'est ce qui permet de distinguer u_{BM} (trace décalée) de u_{SM} (trace centrée).

MÉTHODE
Compter plusieurs périodes d'un coup, puis diviser : la lecture est bien plus précise que sur une seule oscillation serrée. Un seul chiffre significatif suffit ici, la lecture de l'écran restant grossière.

À LA CALCULATRICE



1 Partie C. Déterminer la hauteur du son restitué par le récepteur, à partir de l'enregistrement de la tension aux bornes du microphone.

La hauteur d'un son est la fréquence de son fondamental, c'est-à-dire la fréquence du signal périodique enregistré.

Le motif se répète trois fois entre les maximums situés à $t = 0$ et $t = 0{,}024\ \text{s}$:

$$3\,T = 0{,}024\ \text{s}, \text{ donc } T = \frac{0{,}024}{3} = 8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s}.$$

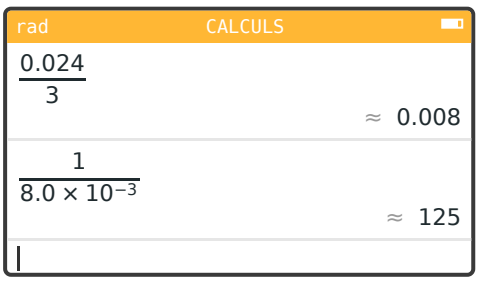
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8{,}0 \times 10^{-3}} = 125\ \text{Hz}$$

Hauteur du son : $f \approx 125\ \text{Hz}$ (soit $1{,}3 \times 10^{2}\ \text{Hz}$ avec deux chiffres significatifs).

PIÈGE
Prendre pour période l'écart entre deux bosses voisines. La période est la durée du plus petit motif complet qui se répète, ici entre deux grands maximums.

COMPRENDRE
On retrouve $125\ \text{Hz} \ll 5\ \text{kHz}$: la porteuse est bien de fréquence très supérieure à celle du son. Hauteur, timbre et harmoniques ne figurent plus au programme actuel de spécialité.

À LA CALCULATRICE



2 Partie C. Que représentent les fréquences qui apparaissent sur le spectre du son restitué ?

Le spectre comporte quatre pics, à 125 Hz, 250 Hz, 375 Hz et 500 Hz.

Le pic de plus basse fréquence, $f_1 = 125\ \text{Hz}$, est le fondamental : sa fréquence est la hauteur du son, déjà trouvée à la question précédente.

Les autres fréquences sont des multiples entiers de f_1 : $250 = 2f_1$, $375 = 3f_1$, $500 = 4f_1$.

125 Hz : fréquence du fondamental ; 250 Hz, 375 Hz et 500 Hz : fréquences des harmoniques, $f_n = n \times f_1$.

COMPRENDRE
Un son périodique non sinusoïdal est la somme de signaux sinusoïdaux de fréquences f_1, $2f_1$, $3f_1$… La longueur de chaque pic donne l'amplitude de l'harmonique correspondant.

3 Partie C. Quels sont le point commun et la différence entre le second son analysé et celui restitué par le récepteur radio ?

Point commun : le premier pic du second spectre est aussi à 125 Hz. Les deux sons ont le même fondamental, donc la même hauteur.

Différence : les harmoniques n'ont pas les mêmes amplitudes relatives (le pic le plus grand est à 250 Hz, au lieu de 125 Hz), et deux pics supplémentaires apparaissent au-delà de 700 Hz. Les deux sons n'ont pas le même timbre.

Même hauteur (fondamental à 125 Hz), mais timbres différents (harmoniques d'amplitudes différentes, et plus nombreux pour le second son).

COMPRENDRE
Deux instruments qui jouent la même note donnent des spectres de ce type : mêmes fréquences, répartition des amplitudes différente. C'est le timbre qui permet de les reconnaître à l'oreille.

Le Grand saut

Bac S 2004 Liban (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Partie A (question unique). Comparer, au niveau du sol, le poids de l'ensemble {ballon + nacelle + sauteur} à la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le ballon. Conclure.

Données utiles $m = 1{,}6 \times 10^3$ kg ; $V_b = 4{,}0 \times 10^3\ \mathrm{m}^3$; $g = 9{,}8\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}}$; $\mu = 1234\ \mathrm{g \cdot m^{-3}} = 1{,}234\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

Poids de l'ensemble : $P = m\,g = 1{,}6 \times 10^3 \times 9{,}8 = 1{,}6 \times 10^4$ N.

La poussée d'Archimède a pour valeur le poids du volume d'air déplacé par le ballon :

$$\Pi = \mu\, V_b\, g = 1{,}234 \times 4{,}0 \times 10^3 \times 9{,}8 = 4{,}8 \times 10^4\ \mathrm{N}$$

$\dfrac{\Pi}{P} = \dfrac{\mu\, V_b}{m} \approx 3{,}1$: la poussée, verticale vers le haut, est environ trois fois plus grande que le poids, vertical vers le bas.

$\Pi = 4{,}8 \times 10^4\ \mathrm{N} > P = 1{,}6 \times 10^4\ \mathrm{N}$: la résultante est dirigée vers le haut, le ballon décolle et s'élève.

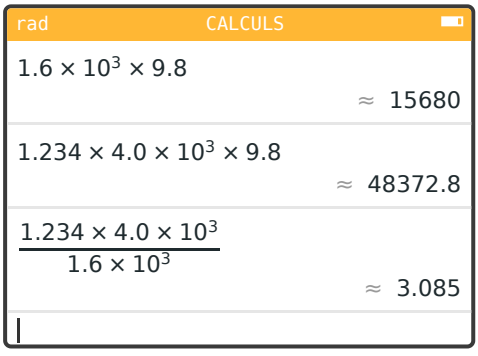
PIÈGE

Laisser μ en $\mathrm{g \cdot m^{-3}}$: la poussée serait mille fois trop grande. Autre erreur : utiliser la masse volumique de l'hélium, alors que c'est l'air déplacé qui compte.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme m, V_b et g, les données les moins précises. « Comparer » demande une conclusion chiffrée, ici un rapport.

À LA CALCULATRICE



1 Partie B. À l'aide du document, indiquer brièvement et sans calcul pourquoi on peut faire l'hypothèse d'une chute libre pour la première partie du saut.

Données utiles document : masse volumique de l'air $1{,}8\ \mathrm{g \cdot m^{-3}}$ à $40\,000$ m, $1234\ \mathrm{g \cdot m^{-3}}$ au sol

Un corps est en chute libre s'il n'est soumis qu'à son poids.

D'après le document, l'air est très raréfié à $40\,000$ m : sa masse volumique n'est que de $1{,}8\ \mathrm{g \cdot m^{-3}}$, plusieurs centaines de fois plus faible qu'au sol. Les actions de l'air sur le sauteur (frottements et poussée d'Archimède) sont donc négligeables devant le poids.

Dans la haute stratosphère, l'air est si peu dense que seul le poids agit de façon notable : la chute peut être considérée comme libre.

COMPRENDRE

Les guillemets de « chute libre » dans l'énoncé rappellent que, pour les parachutistes, l'expression désigne toute la descente avant l'ouverture du parachute. En physique, elle n'est valable ici que dans la haute atmosphère.

2 Partie B. Lorsque la vitesse du son est atteinte : a) calculer la durée de chute depuis le largage ; b) calculer la hauteur de chute et l'altitude atteinte ; c) comparer ces résultats aux données du document et conclure.

Données utiles vitesse initiale nulle à l'altitude $h_0 = 40$ km ; $g = 9{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_{son} = 1067\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

a) Système {sauteur}, référentiel terrestre supposé galiléen, axe vertical Ox dirigé vers le bas, origine au point de largage. En chute libre, la deuxième loi de Newton donne $m\vec{a} = m\vec{g}$, soit $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = g$.

Par intégration, avec $v_x(0) = 0$: $v_x = g\,t$.

$v_{son} = \dfrac{1067}{3{,}6} = 296\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, donc $t = \dfrac{v_{son}}{g} = \dfrac{296}{9{,}7} = 31\ \text{s}$.

b) Par une nouvelle intégration, avec $x(0) = 0$: $x = \dfrac{1}{2}\,g\,t^2$. En remplaçant t par $\dfrac{v_{son}}{g}$:

$$x = \frac{v_{son}^2}{2\,g} = \frac{296^2}{2 \times 9{,}7} = 4{,}5 \times 10^3\ \text{m}$$

Altitude atteinte : $h = h_0 - x = 40 - 4{,}5 = 35{,}5$ km.

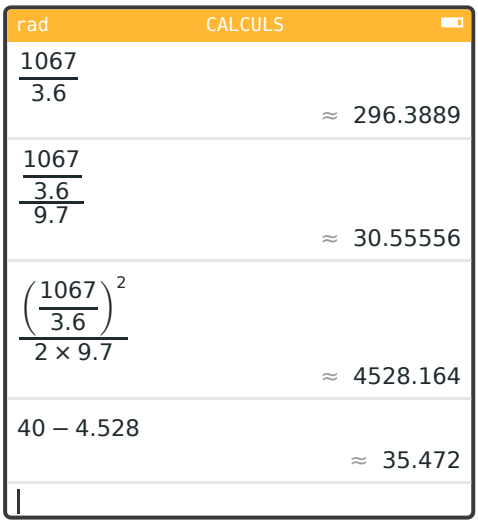
c) Le film du saut annonce Mach 1 à 35 000 m, 30 secondes après le largage : les valeurs calculées (31 s et 35,5 km) en sont très proches.

$t = 31$ s ; hauteur de chute $4{,}5$ km ; altitude $35{,}5$ km. L'accord avec le document (30 s, 35 000 m) valide l'hypothèse de chute libre.

PIÈGE
Garder la vitesse en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ dans $t = v/g$. Confondre aussi la hauteur de chute (4,5 km) et l'altitude atteinte, qui s'obtient en la retranchant de 40 km.

MÉTHODE
Chute libre sans vitesse initiale : $a = g$, puis deux intégrations successives avec les conditions initiales donnent $v = g\,t$ et $x = \frac{1}{2}\,g\,t^2$. Éliminer t fournit directement $x = \dfrac{v^2}{2g}$.

À LA CALCULATRICE



1 Partie C. La force de frottement a pour valeur $f = k\,v^2$. À partir d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de la constante k dans le Système international.

$k = \dfrac{f}{v^2}$. Une force est le produit d'une masse par une accélération : elle s'exprime en $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Le carré d'une vitesse s'exprime en $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$.

$$\text{unité de } k = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}} = \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$$

k s'exprime en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$: $k = 0{,}78\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$.

MÉTHODE
Pour l'unité d'une constante : l'isoler dans la relation, puis remplacer chaque grandeur par son unité de base. Le newton n'est pas une unité de base : $1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, d'après $F = m\,a$.

2 Partie C. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$ au cours de la chute, sur un axe vertical dirigé vers le bas.

Système {sauteur + équipement}, de masse m, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$, vertical vers le bas ; la force de frottement $\vec{f}$, verticale vers le haut (opposée au mouvement), de valeur $k\,v^2$. La poussée d'Archimède est négligée.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}$.

En projection sur l'axe vertical dirigé vers le bas : $m\,g - k\,v^2 = m\,\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \frac{k}{m}\,v^2$$

PIÈGE
Se tromper de signe en projetant : avec l'axe vers le bas, le poids compte positivement et le frottement négativement. Oublier de diviser par m fausse ensuite les constantes de la méthode d'Euler.

3 Partie C. a) Montrer que l'équation différentielle peut s'écrire $v_{n+1} = v_n + A - B\,v_n^2$ avec $A = 4{,}9$ SI et $B = 1{,}95 \times 10^{-3}$ SI ; préciser les unités de A et B. b) Sur la figure 1, indiquer l'ordre de grandeur de la durée nécessaire pour atteindre la vitesse limite et la valeur de cette vitesse en $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$; comparer à la prévision du film du saut.

Données utiles $\Delta t = 0{,}5$ s ; $m = 200$ kg ; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $k = 0{,}78\ \mathrm{kg \cdot m^{-1}}$ (Q1) ; film du saut : $180\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ à l'ouverture du parachute

a) Sur la petite durée Δt, on assimile la dérivée au taux de variation : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \approx \dfrac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t}$, l'accélération étant calculée à l'instant t_n.

L'équation différentielle devient $\dfrac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t} = g - \dfrac{k}{m}\,v_n^2$, soit

$$v_{n+1} = v_n + g\,\Delta t - \frac{k\,\Delta t}{m}\,v_n^2$$

Par identification : $A = g\,\Delta t = 9{,}8 \times 0{,}5 = 4{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et $B = \dfrac{k\,\Delta t}{m} = \dfrac{0{,}78 \times 0{,}5}{200} = 1{,}95 \times 10^{-3}\ \mathrm{s \cdot m^{-1}}$.

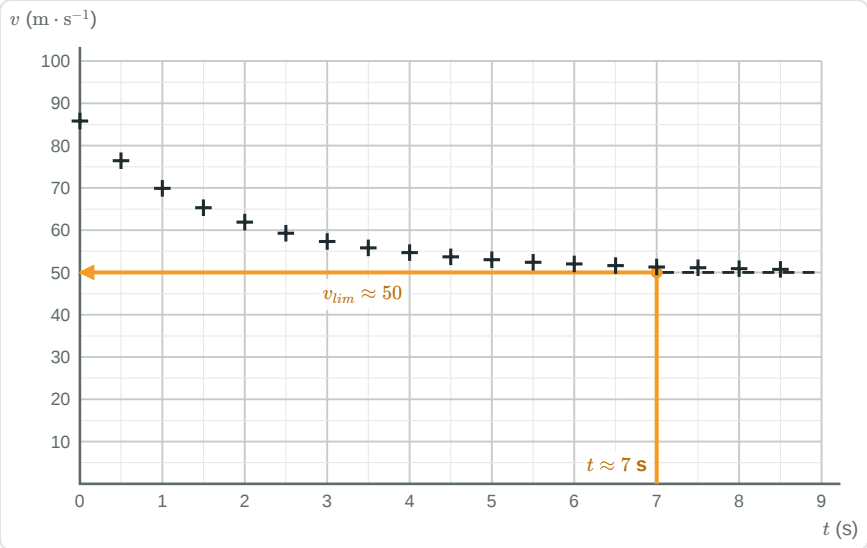
A s'ajoute à une vitesse : il est en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. $B\,v_n^2$ est aussi une vitesse, donc B est en $\mathrm{s \cdot m^{-1}}$.

b) Sur la figure 1, la vitesse ne varie pratiquement plus au bout d'environ 7 s : l'ordre de grandeur de la durée est de quelques secondes. Le palier se situe à $v_{lim} \approx 50\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, soit $50 \times 3{,}6 = 180\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

$A = 4{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $B = 1{,}95 \times 10^{-3}\ \mathrm{s \cdot m^{-1}}$; $v_{lim} \approx 50\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 1{,}8 \times 10^2\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, atteinte en 7 s environ : c'est la vitesse de $180\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ annoncée par le film à l'ouverture du parachute.

PIÈGE
Le graphique est gradué en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ alors que la réponse est demandée en $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$: il faut multiplier par 3,6. Ici la vitesse décroît vers sa limite, car le sauteur arrive plus vite ($309\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$).

COMPRENDRE
À la vitesse limite, $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: le frottement compense le poids, d'où $v_{lim} = \sqrt{\dfrac{m\,g}{k}} = 50\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Le calcul confirme la lecture graphique.



3 · Figure 1 du sujet (points calculés par la méthode d'Euler), avec la lecture de la vitesse limite

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$9.8 \times 0.5 \approx 4.9$

$\frac{0.78 \times 0.5}{200} \approx 0.00195$

$50 \times 3.6 \approx 180$

$\sqrt{\frac{200 \times 9.8}{0.78}} \approx 50.12804$