Liban 2004 EXERCICE III – LE GRAND SAUT (4 points)

Michel Fournier, parachutiste français de 58 ans, a le projet de franchir le mur du son en chute « libre ». Il veut réaliser cet exploit en sautant d'un ballon à une altitude de 40 000 mètres au dessus du Canada.

Le document donné en annexe est extrait d'un site Internet. Il indique :

- les différentes phases du saut (le film du saut) ;
- les deux records du monde à battre (d'Andreyev et de Kitinger) ;
- les principales caractéristiques de l'air à différentes altitudes (masse volumique, température et pression).

Dans cet exercice, on se propose de retrouver quelques précisions quantitatives données dans le film du saut.

Les trois parties sont indépendantes.

PARTIE A : la montée en ballon

Le ballon qui doit permettre la montée dans la haute atmosphère est constitué d'une enveloppe à laquelle est attachée une nacelle pressurisée emportant le sauteur avec son équipement. Ce ballon est gonflé avec de l'hélium.

Données :
Masse totale de l'ensemble {ballon + nacelle + sauteur} : $m = 1{,}6 \times 10^3$ kg
Volume total du ballon : $V_b = 4{,}0 \times 10^3$ m^3
Au sol : intensité de la pesanteur $g = 9{,}8$ N.kg^{-1}
masse volumique de l'air : $\mu = 1234$ g.m^{-3}

Comparer le poids de l'ensemble {ballon + nacelle + sauteur} au niveau du sol à celle de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le ballon. Conclure.

PARTIE B : Chute libre dans la haute atmosphère (stratosphère)

1. En utilisant le document en annexe indiquer brièvement et sans faire de calcul la raison pour laquelle on peut faire l'hypothèse d'une chute libre pour cette première partie du saut.

2. Dans cette première phase, on suppose la vitesse initiale nulle au moment du largage à l'altitude de 40 km. On considèrera que l'accélération de la pesanteur vaut alors $g = 9{,}7$ m.s^{-2}.
Lorsque la vitesse du son est atteinte (1067 km.h^{-1}) :

a) Calculer la durée de chute depuis le largage.
b) Calculer la hauteur de chute et l'altitude atteinte.
c) Comparer ces résultats avec les données du document. Conclure.

PARTIE C : Chute dans la basse atmosphère (troposphère)

A partir de l'altitude de 10 km, le sauteur avec son équipement de masse 200 kg , pénètre dans les couches denses de l'atmosphère avec une vitesse initiale de 309 $km.h^{-1}$. Dans cette zone, la valeur de l'accélération de la pesanteur est g = 9,8 $m.s^{-2}$.

1. On admet que l'ensemble des forces exercées par l'air sur le sauteur peut se modéliser par une force de frottement dont la valeur f est reliée à la vitesse v par la relation:

$$f = k \cdot v^2 \qquad \text{avec } k = 0{,}78 \text{ unités SI.}$$

A partir d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de la constante k dans le Système International.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v(t), au cours de la chute . On utilisera un axe vertical dirigé vers le bas.

3. Pour déterminer l'évolution de la vitesse on utilise la méthode itérative d'Euler avec un pas de résolution $\Delta t = 0{,}5$ s.

a) Soient v_n la vitesse à l'instant t_n et v_{n+1} la vitesse à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. Montrer que l'équation différentielle précédente peut se mettre sous la forme :

$$v_{n+1} = v_n + A - B.v_n^2$$

où A = 4,9 SI et $B = 1{,}95.10^{-3}$ SI.
Préciser les unités des constantes A et B.

b) En utilisant le graphe (figure 1) représentant la vitesse v en fonction du temps t calculée avec la relation précédente, indiquer :
- l'ordre de grandeur de la durée nécessaire pour atteindre la vitesse limite ;
- la valeur de cette vitesse limite exprimée en $km.h^{-1}$. Comparer cette valeur à la prévision indiquée sur le film du saut.

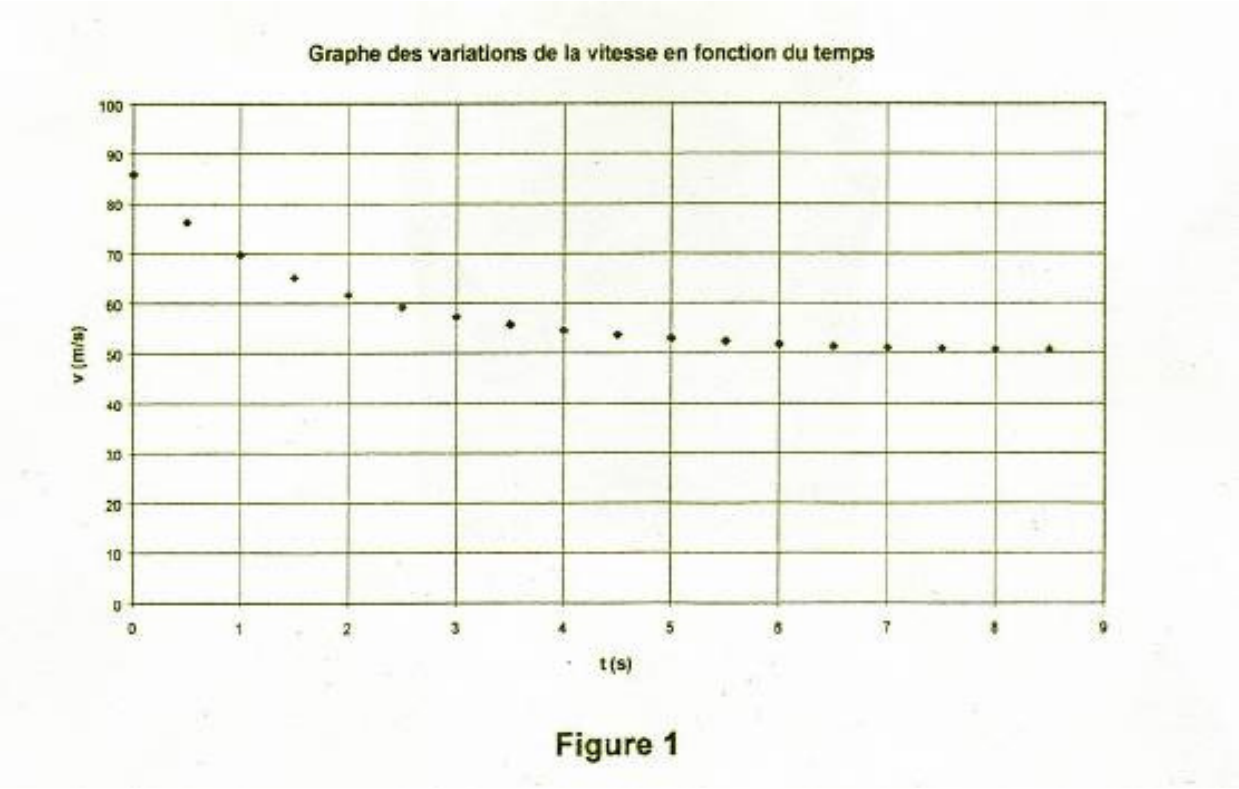


Figure 1

EXERCICE III : DOCUMENT

