Comment faire des ricochets sur l'eau

Bac S 2004 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 À partir du tableau, calculer les coordonnées v_x et v_z du vecteur vitesse à la date $t_2 = 0{,}080$ s.

Données utiles image 1 : $t_1 = 0{,}040$ s, $x_1 = 0{,}48$ m, $z_1 = 1{,}70$ m ; image 3 : $t_3 = 0{,}120$ s, $x_3 = 1{,}44$ m, $z_3 = 1{,}56$ m

La vitesse à la date t_2 est assimilée à la vitesse moyenne entre les images 1 et 3, qui encadrent l'image 2 :

$$v_x(t_2) = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{1{,}44 - 0{,}48}{0{,}120 - 0{,}040} = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

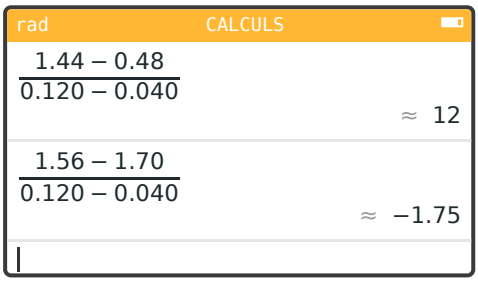
$$v_z(t_2) = \frac{z_3 - z_1}{t_3 - t_1} = \frac{1{,}56 - 1{,}70}{0{,}120 - 0{,}040} = -1{,}75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_x(t_2) = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_z(t_2) \approx -1{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Oublier le signe de v_z : z diminue, la pierre descend, donc $v_z < 0$. Diviser par $0{,}040$ s au lieu de $t_3 - t_1 = 0{,}080$ s double le résultat.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les autres vitesses du tableau. La valeur $-1{,}8$ s'intercale bien entre $-1{,}4$ (image 1) et $-2{,}2$ (image 3).

À LA CALCULATRICE



1.2 À l'aide de la figure 2, donner la valeur de v_{0x}, coordonnée horizontale du vecteur vitesse à la date $t_0 = 0$ s.

Sur la figure 2, tous les points sont alignés sur une droite horizontale d'ordonnée $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: v_x garde la même valeur à chaque date, donc aussi à $t_0 = 0$ s.

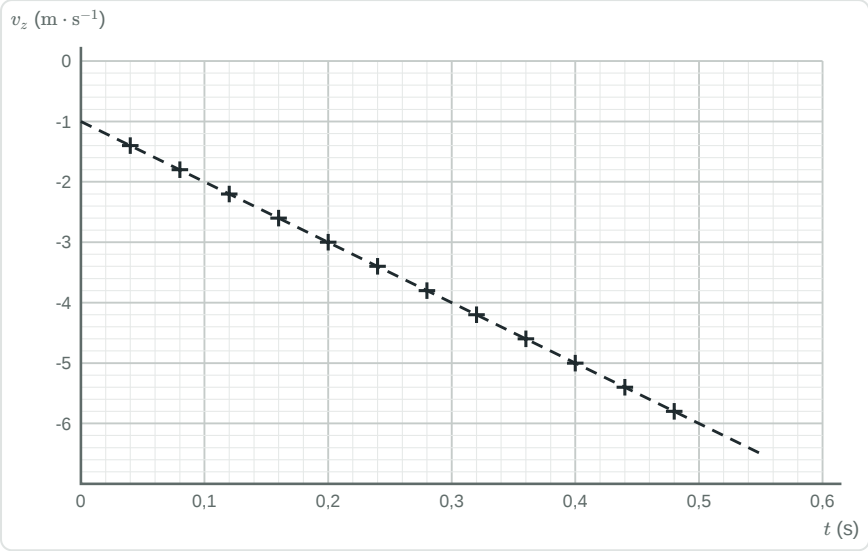
$v_{0x} = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1.3 Déterminer graphiquement, sur la figure 3, la valeur de v_{0z} à la date $t_0 = 0$ s.

Les points de la figure 3 sont alignés. On trace la droite qui passe par ces points et on la prolonge jusqu'à l'axe des ordonnées ($t = 0$ s) : elle le coupe en $-1{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$v_{0z} = -1{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Prendre la valeur du premier point ($-1{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) : il correspond à l'image 1, à $t = 0{,}040$ s, et non à la date du lancer.



1.3 · Figure 3 du sujet : droite prolongée jusqu'à t = 0 s

1.4 Calculer la valeur v_0 de la vitesse initiale à la date $t_0 = 0$ s.

Données utiles $v_{0x} = 12$ m · s^{-1} (1.2) ; $v_{0z} = -1{,}0$ m · s^{-1} (1.3)

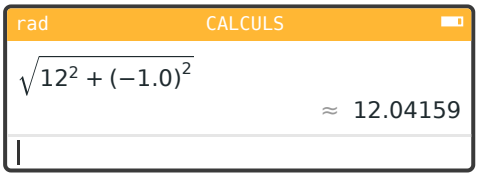
La valeur de la vitesse est la norme du vecteur $\vec{v}_0$:

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0z}^2} = \sqrt{12^2 + (-1{,}0)^2} = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_0 = 12$ m · s^{-1}

COMPRENDRE
La composante verticale est si faible que $v_0 \approx v_{0x}$: la pierre est lancée presque horizontalement, légèrement vers le bas, comme le montre la figure 1.

À LA CALCULATRICE



1.5.1 Calculer la variation d'énergie mécanique ΔE de la pierre au cours du premier rebond, la pierre étant au niveau de l'eau juste avant et juste après.

Données utiles $m = 0{,}10$ kg ; $v' = 13$ m · s^{-1} (avant) ; $v'' = 11$ m · s^{-1} (après)

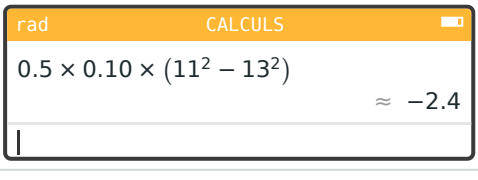
L'énergie mécanique est $E = E_c + E_{pp}$. La pierre est à la même altitude avant et après le rebond : son énergie potentielle de pesanteur ne change pas, donc $\Delta E = \Delta E_c$.

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v''^2 - \frac{1}{2} m v'^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}10 \times (11^2 - 13^2) = -2{,}4 \text{ J}$$

$\Delta E = -2{,}4$ J : la pierre perd de l'énergie mécanique lors du rebond.

PIÈGE
Calculer $\frac{1}{2}m(v'' - v')^2$: on soustrait les carrés des vitesses, pas les vitesses. Une variation s'écrit « état final moins état initial », d'où le signe négatif.

À LA CALCULATRICE



1.5.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique $E(A)$ de la pierre à la date $t_0 = 0$ s (origine de l'énergie potentielle au niveau de l'eau), puis la calculer.

Données utiles $m = 0{,}10$ kg ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $z_0 = h = 1{,}75$ m ; $v_0 = 12\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (1.4)

En A, la pierre a la vitesse v_0 et se trouve à l'altitude $z_0 = h$ au-dessus de l'eau :

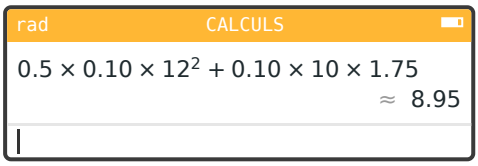
$$E(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = \frac{1}{2} m v_0^2 + m g h$$

$$E(A) = \frac{1}{2} \times 0{,}10 \times 12^2 + 0{,}10 \times 10 \times 1{,}75 = 7{,}2 + 1{,}75 = 8{,}95\ \text{J}$$

$$\boxed{E(A) = \frac{1}{2} m v_0^2 + m g h \approx 9{,}0\ \text{J}}$$

COMPRENDRE
L'énergie cinétique représente 80 % de l'énergie initiale : c'est surtout la vitesse du lancer, bien plus que la hauteur, qui fournit l'énergie disponible pour les rebonds.

À LA CALCULATRICE



1.5.3 En admettant que chaque choc fait perdre $|\Delta E|$ et que la pierre ne rebondit plus si son énergie est inférieure à $|\Delta E|$, calculer le nombre maximal N de rebonds.

Données utiles $E(A) = 9{,}0$ J (1.5.2) ; $|\Delta E| = 2{,}4$ J (1.5.1)

Après n rebonds, l'énergie de la pierre vaut $E_n = E(A) - n\,|\Delta E|$:

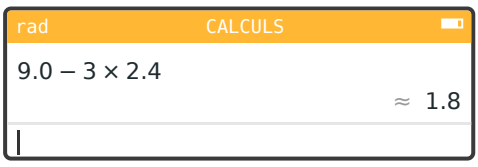
- après le 1er rebond : $E_1 = 9{,}0 - 2{,}4 = 6{,}6$ J ;
- après le 2e : $E_2 = 6{,}6 - 2{,}4 = 4{,}2$ J ;
- après le 3e : $E_3 = 4{,}2 - 2{,}4 = 1{,}8$ J.

$E_3 < |\Delta E|$: au choc suivant, la pierre ne rebondit plus.

$$\boxed{N = 3 \text{ rebonds}}$$

MÉTHODE
Plus rapide : $E(A)/|\Delta E| = 3{,}75$. Trois rebonds laissent encore $1{,}8$ J, insuffisant pour un quatrième. N est la partie entière du quotient.

À LA CALCULATRICE



2.1 Nommer les trois forces qui agissent sur la pierre au cours de son mouvement dans l'air, après le lancer.

Dans l'air, la pierre est soumise à :

- son poids $\vec{P}$, exercé par la Terre ;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, exercée par l'air ;
- la force de frottement $\vec{f}$ de l'air.

Poids, poussée d'Archimède de l'air, frottement de l'air.

PIÈGE
Citer la « force du lancer » : une fois la pierre lâchée, la main n'agit plus sur elle. Seuls la Terre et l'air exercent des forces.

2.2.1 À l'aide des figures 2 et 3, déterminer les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération de G avant le premier rebond.

Les coordonnées de l'accélération sont les dérivées de celles de la vitesse : $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ et $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$.

Figure 2 : v_x est constante, donc $a_x = 0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Figure 3 : $v_z(t)$ est une droite ; a_z est son coefficient directeur. Avec les points $(0\ ;\ -1{,}0)$ et $(0{,}40\ ;\ -5{,}0)$:

$$a_z = \frac{-5{,}0-(-1{,}0)}{0{,}40-0} = -10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$a_x = 0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et $a_z = -10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

MÉTHODE
Pour un coefficient directeur, choisir deux points de la droite éloignés l'un de l'autre et situés sur le quadrillage : la lecture est plus précise.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{-5.0-(-1.0)}{0.40-0}$ ≈ -10

2.2.2 Vérifier que le vecteur accélération de G est égal au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$, aux incertitudes de lecture près.

Données utiles $g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$; a_x et a_z (2.2.1)

Le champ de pesanteur est vertical, dirigé vers le bas, de valeur g. L'axe (Oz) étant orienté vers le haut : $\vec{g}\,(g_x = 0\ ;\ g_z = -g = -10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})$.

On a trouvé $\vec{a}\,(a_x = 0\ ;\ a_z = -10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})$: les deux vecteurs ont les mêmes coordonnées.

$\vec{a} = \vec{g}$

2.2.3 En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que la valeur du poids est prépondérante devant celles des deux autres forces.

Système {pierre}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}$.

Or $\vec{a} = \vec{g}$ (2.2.2), donc $m\,\vec{a} = m\,\vec{g} = \vec{P}$. Il reste :

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = \vec{P} \quad \text{soit} \quad \vec{\Pi} + \vec{f} \approx \vec{0}$$

La poussée d'Archimède et le frottement de l'air sont négligeables devant le poids : la pierre est en chute libre.

COMPRENDRE
L'égalité $\vec{a} = \vec{g}$ n'est vraie qu'à la précision des lectures graphiques : on conclut que les deux forces sont négligeables, pas qu'elles sont rigoureusement nulles.

2.3 L'énergie mécanique étant constante entre A et le point d'impact I, en déduire la vitesse de la pierre en I et vérifier qu'elle est voisine de $v' = 13\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Données utiles $v_0 = 12\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (1.4) ; $g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$; $h = 1{,}75\ \mathrm{m}$

Conservation de l'énergie mécanique entre A (altitude h) et I (altitude nulle, donc $E_{pp}(I) = 0$) :

$$\frac{1}{2}\,m\,v_I^2 = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,h$$

En divisant par $\dfrac{m}{2}$: $\quad v_I = \sqrt{v_0^2 + 2\,g\,h}$

$$v_I = \sqrt{12^2 + 2\times 10\times 1{,}75} = 13\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$v_I = 13\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, valeur voisine de $v' = 13\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : la vitesse d'impact ne dépend que de v_0 et de h. On peut aussi écrire $v_I = \sqrt{2E(A)/m}$ avec $E(A)$ de la question 1.5.2.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\sqrt{12^2 + 2\times 10\times 1.75}$ ≈ 13.37909

3.1 L'onde qui se propage à la surface de l'eau est-elle longitudinale ou transversale ? Justifier.

L'onde se propage horizontalement, à la surface de l'eau, alors que la perturbation déplace l'eau verticalement (la surface monte et descend au passage d'une ride).

La direction de la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation.

L'onde est transversale.

PIÈGE
Répondre sans justifier, ou justifier par la forme circulaire des rides. Le critère est la direction de la perturbation comparée à celle de la propagation.

3.2 Calculer la célérité de l'onde.

Données utiles entre les images 60 et 80, le rayon d'une ride augmente de $d = 0{,}24$ m ; $\Delta t = 40$ ms entre deux images

Entre les images 60 et 80, il s'écoule 20 intervalles : $\tau = 20\,\Delta t = 20 \times 40 \times 10^{-3} = 0{,}80$ s.

Pendant cette durée, la ride parcourt $d = 0{,}24$ m :

$$v = \frac{d}{\tau} = \frac{0{,}24}{0{,}80} = 0{,}30\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v = 0{,}30\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser Δt en millisecondes, ou compter 21 intervalles : de l'image 60 à l'image 80 il y a $80 - 60 = 20$ durées Δt.

À LA CALCULATRICE

