Du chlore dans l'eau

Bac S 2004 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

1.1 Que désignent plus précisément les valeurs 35 et 37 pour un noyau de chlore ?

35 et 37 sont les nombres de masse A : le nombre de nucléons (protons et neutrons) du noyau.

1.2 Définir le terme « isotopes ».

Des isotopes sont des noyaux qui ont le même nombre de protons Z mais des nombres de neutrons différents (donc des nombres de masse A différents).

1.3 Donner le symbole complet du noyau de « chlore 36 » et sa composition.

Données utiles $Z = 17$ pour le chlore

Le noyau contient $Z = 17$ protons et $A - Z = 36 - 17 = 19$ neutrons.

$^{36}_{17}\text{Cl}$: 17 protons et 19 neutrons.

1.4 Calculer, en MeV, l'énergie de liaison E_{L1} d'un noyau de « chlore 36 », avec quatre chiffres significatifs.

Données utiles $m_p = 1{,}672\,62 \times 10^{-27}$ kg ; $m_n = 1{,}674\,92 \times 10^{-27}$ kg ; $m(^{36}\text{Cl}) = 59{,}711\,28 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 2{,}998 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}602 \times 10^{-19}$ J

L'énergie de liaison est l'énergie associée au défaut de masse du noyau : $E_{L1} = \Delta m \cdot c^2$ avec $\Delta m = 17\,m_p + 19\,m_n - m(^{36}\text{Cl})$.

$\Delta m = (17 \times 1{,}672\,62 + 19 \times 1{,}674\,92 - 59{,}711\,28) \times 10^{-27} = 0{,}546\,74 \times 10^{-27}$ kg

$E_{L1} = 0{,}546\,74 \times 10^{-27} \times (2{,}998 \times 10^{8})^2 = 4{,}914 \times 10^{-11}$ J

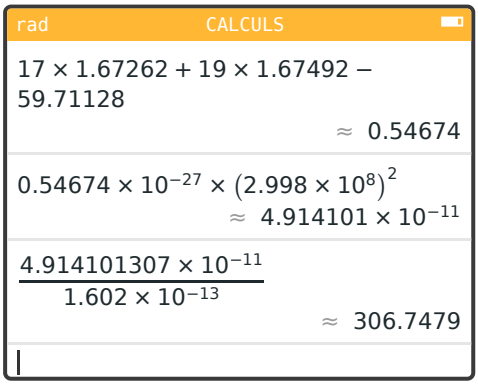
Or $1\ \text{MeV} = 1{,}602 \times 10^{-13}$ J, donc $E_{L1} = \dfrac{4{,}914 \times 10^{-11}}{1{,}602 \times 10^{-13}}$

$E_{L1} = 306{,}7$ MeV

PIÈGE
Arrondir les masses avant la soustraction : le défaut de masse ne représente que 1 % de la masse du noyau, tous les chiffres donnés sont nécessaires.

COMPRENDRE
Quatre chiffres significatifs, comme c et la valeur de l'électronvolt : on garde les résultats intermédiaires dans la calculatrice et on n'arrondit qu'à la fin.

À LA CALCULATRICE



1.5 Écrire l'équation de la désintégration d'un noyau de « chlore 36 », en indiquant les lois utilisées et le type de radioactivité.

Données utiles noyau fils : argon 36, $Z = 18$

Lois de conservation (lois de Soddy) : le nombre de masse et le nombre de charge se conservent.

${}^{36}_{17}\mathrm{Cl} \longrightarrow {}^{36}_{18}\mathrm{Ar} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ avec $36 = 36 + A$, donc $A = 0$, et $17 = 18 + Z$, donc $Z = -1$: la particule émise est un électron.

${}^{36}_{17}\mathrm{Cl} \longrightarrow {}^{36}_{18}\mathrm{Ar} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: radioactivité β^-.

COMPRENDRE
L'électron ne vient pas du cortège électronique : dans le noyau, un neutron se transforme en proton, d'où Z qui augmente de 1 à A constant.

1.6 Donner la définition du temps de « demi-vie » $t_{1/2}$ du « chlore 36 ».

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux de chlore 36 initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

COMPRENDRE
Ici $t_{1/2} = 301 \times 10^3$ ans : après cette durée il reste $N_0/2$ noyaux, après deux demi-vies $N_0/4$, et ainsi de suite.

1.7.1 Déterminer, par analyse dimensionnelle, l'unité de la constante radioactive λ dans le système international.

Données utiles $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$

$\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$; $\ln 2$ est un nombre sans dimension et $t_{1/2}$ est une durée, donc $[\lambda] = \dfrac{1}{\mathrm{T}} = \mathrm{T}^{-1}$.

λ est l'inverse d'un temps : elle s'exprime en s^{-1}.

1.7.2 Calculer la constante radioactive du « chlore 36 » dans l'unité de base du système international.

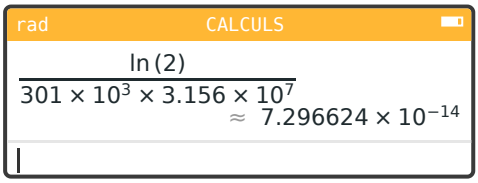
Données utiles $t_{1/2} = 301 \times 10^3$ ans ; $1\ \text{an} = 3{,}156 \times 10^7$ s

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{301 \times 10^3 \times 3{,}156 \times 10^7}$$

$\lambda = 7{,}30 \times 10^{-14}\ \mathrm{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser la demi-vie en années : on obtiendrait λ en an^{-1}, alors que l'activité en becquerels exige des s^{-1}.

À LA CALCULATRICE



1.8.1 Calculer la quantité d'ions chlorure, en mol, dans l'eau de la bouteille.

Données utiles $V = 1{,}5\ \mathrm{L}$; $c_m = 13{,}5\ \mathrm{mg \cdot L^{-1}}$; $M(\mathrm{Cl}) = 35{,}5\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

Masse d'ions chlorure : $m = c_m \cdot V$. Quantité de matière : $n = \dfrac{m}{M(\mathrm{Cl})} = \dfrac{c_m \cdot V}{M(\mathrm{Cl})}$

$$n = \frac{13{,}5 \times 10^{-3} \times 1{,}5}{35{,}5}$$

$n = 5{,}7 \times 10^{-4}$ mol

PIÈGE
Oublier de convertir les milligrammes en grammes : la masse molaire est en $\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{13.5 \times 10^{-3} \times 1.5}{35.5} \approx 5.704225 \times 10^{-4}$$

1.8.2 Montrer que le nombre de noyaux de « chlore 36 » présents dans la bouteille est $N = 2{,}4 \times 10^{8}$.

Données utiles $n = 5{,}70 \times 10^{-4}$ mol (1.8.1) ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1} ; rapport $\frac{N}{N_{\text{total}}} = 7{,}0 \times 10^{-13}$

Nombre total de noyaux de chlore dans la bouteille : $N_{\text{total}} = n \cdot N_A$.

D'après le texte, $N = 7{,}0 \times 10^{-13} \times N_{\text{total}} = 7{,}0 \times 10^{-13} \times n \cdot N_A$

$N = 7{,}0 \times 10^{-13} \times 5{,}70 \times 10^{-4} \times 6{,}02 \times 10^{23}$

$N = 2{,}4 \times 10^{8}$ noyaux : c'est la valeur attendue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$7.0 \times 10^{-13} \times 5.704225352 \times 10^{-4} \times 6.02 \times 10^{23} \approx 2.403761 \times 10^{8}$$

1.8.3 En déduire la valeur de l'activité en « chlore 36 » de l'eau de la bouteille.

Données utiles $\lambda = 7{,}30 \times 10^{-14}$ s^{-1} (1.7.2) ; $N = 2{,}4 \times 10^{8}$ (1.8.2)

$A = \lambda \cdot N = 7{,}30 \times 10^{-14} \times 2{,}4 \times 10^{8}$

$A = 1{,}8 \times 10^{-5}$ Bq

COMPRENDRE
Un becquerel correspond à une désintégration par seconde en moyenne. Cette activité est infime : il faut attendre plus de quinze heures, en moyenne, entre deux désintégrations.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$7.30 \times 10^{-14} \times 2.4 \times 10^{8} \approx 1.752 \times 10^{-5}$$

1.8.4 En déduire la valeur du nombre de désintégrations de noyaux de « chlore 36 » par jour.

Données utiles $A = 1{,}75 \times 10^{-5}$ Bq (1.8.3)

L'activité est le nombre moyen de désintégrations par seconde. Sur une journée, $\Delta t = 24 \times 3600 = 86\,400$ s, elle reste pratiquement constante, donc le nombre de désintégrations est $A \cdot \Delta t$.

$A \cdot \Delta t = 1{,}75 \times 10^{-5} \times 86\,400$

Environ $1{,}5$ désintégration par jour, en moyenne.

COMPRENDRE
Le résultat n'est pas entier car c'est une moyenne. L'activité peut être supposée constante : une journée est négligeable devant la demi-vie de 301 000 ans.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$1.752 \times 10^{-5} \times 24 \times 3600 \approx 1.513728$$

1.9.1 Écrire la loi de décroissance radioactive liant $N(t)$, N_0 et $t_{1/2}$.

Loi de décroissance : $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\, t\right)$$

1.9.2 En déduire l'âge d'une nappe phréatique dont l'eau ne contient plus que 38 % des noyaux de « chlore 36 » des eaux de surface. Pourquoi ne pas avoir utilisé le « carbone 14 » ?

Données utiles $\frac{N(t)}{N_0} = 0{,}38$; $t_{1/2}(^{36}\mathrm{Cl}) = 3{,}01 \times 10^5$ ans ; $t_{1/2}(^{14}\mathrm{C}) = 5{,}73 \times 10^3$ ans

$\frac{N(t)}{N_0} = \exp\left(-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t\right)$, donc $\ln\frac{N(t)}{N_0} = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t$, soit $t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\frac{N(t)}{N_0}$

$t = -\frac{3{,}01 \times 10^5}{\ln 2} \times \ln(0{,}38)$

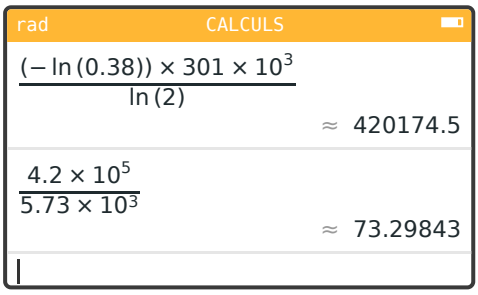
$t = 4{,}2 \times 10^5$ ans

Cet âge représente environ 73 demi-vies du carbone 14 : il ne resterait pratiquement plus aucun noyau de carbone 14 dans l'eau, donc rien de mesurable. La demi-vie du carbone 14 est trop courte pour une eau aussi ancienne.

PIÈGE
Prendre 0,62 au lieu de 0,38 : 38 % est la fraction de noyaux restants, pas celle des noyaux désintégrés.

MÉTHODE
Pour isoler t dans une exponentielle : écrire le rapport N/N_0, prendre le logarithme népérien, puis diviser. En gardant $t_{1/2}$ en années, l'âge sort directement en années.

À LA CALCULATRICE



2.1 Quels matériels, pris dans la verrerie mise à disposition, doit-on utiliser pour préparer S_1 ?

Données utiles $V = 250$ mL de S_1, dix fois moins concentrée que S_0

Lors d'une dilution, la quantité de soluté se conserve : $c_0V_0 = c_1V$ avec $c_1 = \frac{c_0}{10}$, donc le volume de S_0 à prélever est $V_0 = \frac{V}{10} = \frac{250}{10} = 25$ mL.

Une pipette jaugée de 25 mL (prélèvement de S_0) et une fiole jaugée de 250 mL (on complète à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge).

PIÈGE
Choisir une pipette graduée ou une éprouvette : seule la verrerie jaugée garantit la précision attendue pour une dilution.

2.2.1 Compléter la dernière ligne du tableau d'évolution du système chimique (annexe).

D'après les nombres stœchiométriques de l'équation, quand l'avancement vaut x : il disparaît $2x$ mol de $\mathrm{ClO^-}$, il se forme $2x$ mol de $\mathrm{Cl^-}$ et x mol de $\mathrm{O_2}$.

$n(\mathrm{ClO^-}) = n_1 - 2x$; $n(\mathrm{Cl^-}) = n_2 + 2x$; $n(\mathrm{O_2}) = n_3 + x$

PIÈGE
Oublier le coefficient 2 devant x pour $\mathrm{ClO^-}$ et $\mathrm{Cl^-}$, ou oublier n_2 et n_3 : il y a déjà des ions chlorure et du dioxygène (air du ballon) au départ.

Équation de la réaction		2 $\mathrm{ClO^-}$ (aq) =	2 $\mathrm{Cl^-}$ (aq) +	$\mathrm{O_2}$ (g)
État du système	Avancement (mol)	n($\mathrm{ClO^-}$) (mol)	n($\mathrm{Cl^-}$) (mol)	n($\mathrm{O_2}$) (mol)
État initial	0	n_1	n_2	n_3
Au cours de la transformation	x	$n_1 - 2x$	$n_2 + 2x$	$n_3 + x$

2.2.1 · Annexe : tableau d'évolution complété (dernière ligne en orange)

2.2.2 Calculer l'avancement $x(t_1)$ à la date $t_1 = 11{,}0$ min.

Données utiles $x(t) = \dfrac{[p(t) - p(t_0)]\,V_0}{RT}$; $p(t_1) = 1084 \times 10^2$ Pa ; $p(t_0) = 1020 \times 10^2$ Pa ; $V_0 = 275$ mL ; $T = 296$ K ; $R = 8{,}314$ Pa · m^3 · mol^{-1} · K^{-1}

$V_0 = 275 \text{ mL} = 275 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

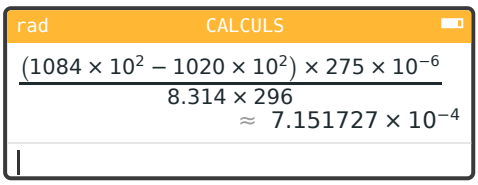
$$x(t_1) = \frac{[p(t_1) - p(t_0)]\,V_0}{RT} = \frac{(1084 \times 10^2 - 1020 \times 10^2) \times 275 \times 10^{-6}}{8{,}314 \times 296}$$

$x(t_1) = 7{,}15 \times 10^{-4}$ mol

PIÈGE
Laisser V_0 en mL ou en L : avec R en Pa · m^3 · mol^{-1} · K^{-1}, le volume doit être en m^3 ($1 \text{ mL} = 10^{-6}$ m^3). Ne pas oublier le facteur 10^2 des pressions.

COMPRENDRE
La valeur se contrôle sur la courbe de l'annexe : à 11 min, le point est bien un peu au-dessus de 7×10^{-4} mol.

À LA CALCULATRICE



2.3.1 Définir à la date t, par une relation littérale, la vitesse $v(t)$ de la réaction qui a lieu dans le ballon.

La vitesse volumique de réaction est la dérivée de l'avancement par rapport au temps, divisée par le volume de la solution :

$v(t) = \dfrac{1}{V_1}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, avec V_1 le volume (constant) de la solution dans le ballon.

COMPRENDRE
On peut aussi raisonner sur un réactif : la vitesse volumique de disparition de ClO^- est $-\dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{ClO}^-]}{\mathrm{d}t} = \dfrac{2}{V_1}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, soit le double de $v(t)$.

2.3.2 Comment évolue $v(t)$ au cours du temps ? Justifier, sans calcul, à l'aide du graphique.

$\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$ à la date t, et $v(t)$ lui est proportionnelle.
Sur le graphique, la tangente est de moins en moins inclinée au cours du temps : son coefficient directeur diminue et tend vers zéro.

La vitesse $v(t)$ diminue au cours du temps.

2.3.3 Citer le facteur cinétique responsable de l'évolution de la vitesse $v(t)$ au cours du temps.

La concentration du réactif : les ions hypochlorite ClO^- sont consommés, leur concentration diminue, donc la vitesse diminue.

COMPRENDRE
La température est maintenue constante et le catalyseur n'est pas consommé : ces deux facteurs cinétiques ne peuvent pas expliquer le ralentissement.

2.3.4 Définir le temps de demi-réaction.

Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

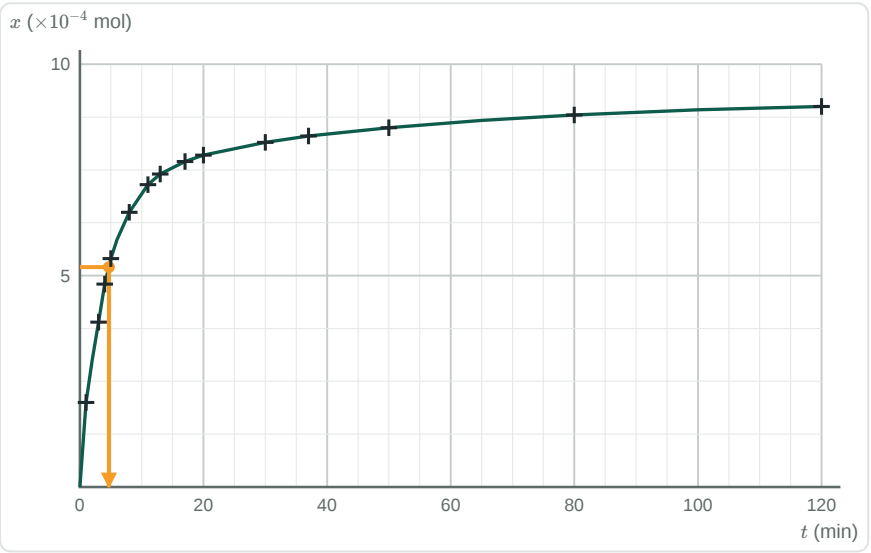
2.3.5 Avec $x_f = 1{,}04 \times 10^{-3}$ mol, déterminer graphiquement une valeur approchée du temps de demi-réaction, en faisant apparaître la méthode sur la courbe de l'annexe.

Données utiles $x_f = 1{,}04 \times 10^{-3}$ mol

$$\frac{x_f}{2} = \frac{1{,}04 \times 10^{-3}}{2} = 5{,}2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

Sur l'annexe, on trace l'horizontale d'ordonnée $5{,}2 \times 10^{-4}$ mol jusqu'à la courbe, puis la verticale jusqu'à l'axe des temps : on lit l'abscisse du point d'intersection.

$t_{1/2} \approx 5$ min



2.3.5 · Annexe complétée : l'ordonnée $x_f/2 = 5{,}2 \times 10^{-4}$ mol donne $t_{1/2} \approx 5$ min

PIÈGE

Prendre la moitié de la dernière ordonnée visible sur la courbe (9×10^{-4} mol à 120 min) : la réaction n'est pas terminée, c'est x_f donné par l'énoncé qu'il faut diviser par deux.

COMPRENDRE

Près de l'origine, 5 min ne représentent qu'un carreau : la lecture donne un ordre de grandeur, entre 4 et 5 min, pas une valeur précise.

À LA CALCULATRICE

