**Juin 2004 National EXERCICE II. MÉCANIQUE DU VOL D'UN BALLON SONDE (6,5 points)**

*Un ballon sonde, en caoutchouc mince très élastique, est gonflé à l'hélium. Une nacelle attachée au ballon emporte du matériel scientifique afin d'étudier la composition de l'atmosphère.*

*En montant, le ballon grossit car la pression atmosphérique diminue. Sa paroi élastique finit par éclater à une altitude généralement comprise entre 20 et 30 kilomètres. Après l'éclatement, un petit parachute s'ouvre pour ramener la nacelle et son matériel scientifique au sol.*

*Il faut ensuite localiser la nacelle, puis la récupérer pour exploiter l'ensemble des expériences embarquées.*

## 1. Mécanique du vol

*L'objectif de cette partie est d'étudier la mécanique du vol du ballon sonde à faible altitude (sur les premières centaines de mètres). On peut alors considérer que l'accélération de la pesanteur g, le volume du ballon $V_b$ et la masse volumique $\rho$ de l'air restent constantes.*

*On modélisera la valeur f de la force de frottement de l'air sur le système étudié par l'expression:*
*$f = K.\rho.v^2$ où K est une constante pour les altitudes considérées et v la vitesse du centre d'inertie du système {ballon + nacelle} .*

*On supposera qu'il n y a pas de vent (le mouvement s'effectue dans la direction verticale) et que le volume de la nacelle est négligeable par rapport au volume du ballon.*

*Le système {ballon + nacelle} est étudié dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.*

### 1.1. Condition de décollage du ballon.

1.1.1 Établir le bilan des forces exercées sur le système {ballon + nacelle}, lorsque le ballon vient juste de décoller. Indiquer le sens et la direction de chaque force.

1.1.2. La poussée d'Archimède.

Donner l'expression littérale de la valeur $F_A$ de la poussée d' Archimède.

1.1.3. *Soit M la masse du système.*

Appliquer au système la seconde loi de Newton (seule la relation vectorielle est demandée).

1.1.4. La vitesse initiale du ballon (juste après le décollage) étant considérée comme nulle, à quelle condition doit satisfaire le vecteur accélération pour que le ballon puisse s'élever ? En déduire une condition sur *M* (on projettera la relation obtenue à la question 1.1.3. **sur un axe vertical orienté vers le haut**).

1.1.5. En déduire la masse maximale de matériel scientifique que l'on peut embarquer dans la nacelle.

*Données* : $\rho = 1{,}22\ kg.m^{-3}$

$V_b = 9{,}0\ m^3$

*Masse du ballon (enveloppe + hélium)* : $m = 2{,}10\ kg$

*Masse de la nacelle vide:* $m' = 0{,}50\ kg$

### 1.2. Ascension du ballon.

1.2.1. À partir de la question 1.1.3. et en conservant l'axe défini à la question 1.1.4., montrer que l'équation différentielle régissant le mouvement du ballon peut se mettre sous la forme :

$A.v^2 + B = \frac{dv}{dt}$ et donner les expressions de A et B.

*La masse de matériel embarqué étant de 2,0 kg, l'application numérique donne A = – 0,53 $m^{-1}$ et B = 13,6 $m.s^{-2}$.*

1.2.2. *Une méthode de résolution numérique, la méthode d'Euler, permet de calculer de façon approchée la vitesse instantanée du ballon à différentes dates en utilisant la relation suivante* :

$v(t_{n+1}) = v(t_n) + \Delta v(t_n)$ *avec* $\Delta v(t_n) = a(t_n) \cdot \Delta t$ .

$t_{n+1} = t_n + \Delta t$ *où* $\Delta t$ *est le pas de résolution.*

*Par cette méthode on souhaite calculer la vitesse* $v_1$ *à l'instant de date* $t_1 = 0{,}05$ *s et la vitesse* $v_2$ *à l'instant de date* $t_2 = 0{,}1$ *s, la vitesse initiale du ballon étant nulle. On prendra* $\Delta t = 0{,}05$ *s* .

En utilisant la méthode d'Euler, l'équation différentielle de la question 1.2.1. et les valeurs de A et B, recopier et compléter te tableau suivant :

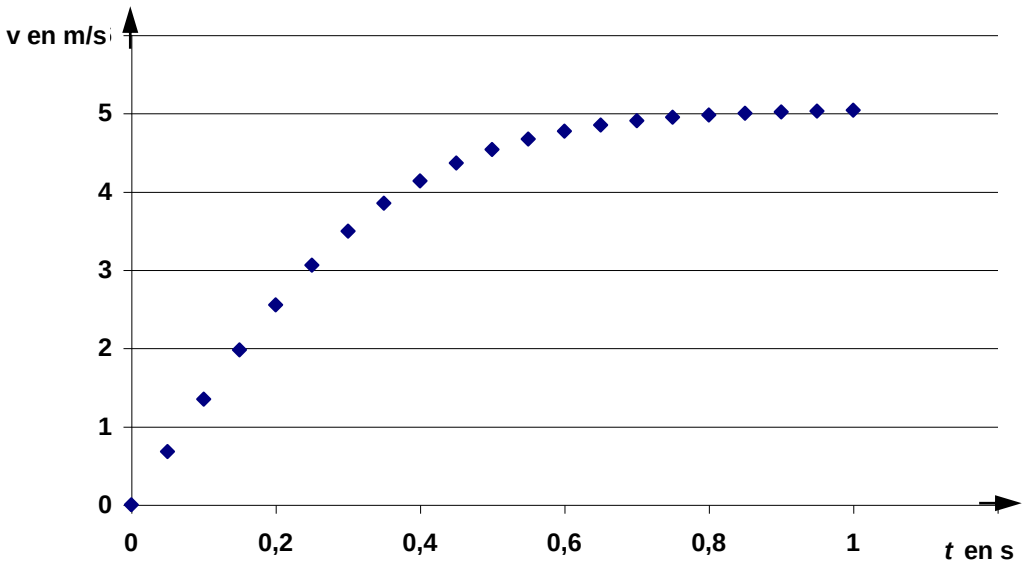
| Date $t$ en s | Valeur de la vitesse $v(t_n)$ en $m.s^{-1}$ | Valeur de l' accélération $a(t_n)$ en $m.s^{-2}$ | $\Delta v(t_n)$ en $m.s^{-1}$ |
|---|---|---|---|
| $t_0 = 0{,}0$ | 0 | 13,6 | |
| $t_1 = 0{,}05$ | | | |
| $t_2 = 0{,}10$ | | | |

1.3. <u>Vitesse limite du ballon</u>

1.3.1. Donner l'expression littérale de la vitesse limite $v_\ell$ du ballon en fonction de A et B.

13.2. Calculer cette vitesse limite.

1.3.3. *La méthode d'Euler donne le graphique suivant* :



Comparer la vitesse limite calculée au 1.3.2. à la valeur lue sur le graphique (le calcul de l'écart relatif n' est pas demandé).

## 2. Le poids et la poussée d'Archimède varient-ils avec l'altitude ?

*Le tableau suivant donne quelques valeurs de grandeurs mesurées au voisinage de la Terre .*

| Altitude $h$ (en m) | 0 | 1000 | 2000 | 3000 | 4000 | 5000 | 6000 | 7000 | 8000 | 9000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Accélération de la pesanteur $g_h$ (en m.s$^{-2}$) | 9,8066 | 9,8036 | 9,8005 | 9,7974 | 9;7943 | 9,7912 | 9,7882 | 9,7851 | 9,7820 | 9,7789 |
| Masse volumique de l'air $\rho_h$ (en kg.m$^{-3}$) | 1,22 | 1,11 | 1,00 | 0,90 | 0,82 | 0,73 | 0,66 | 0,59 | 0,52 | 0,46 |

### 2.1. Le poids.

En calculant l'écart relatif $\frac{\Delta g}{g} = \left| \frac{g_{9000} - g_0}{g_0} \right|$ , montrer que pour les altitudes figurant dans le tableau précédent, l'accélération de la pesanteur peut être considérée comme constante à moins de 1 % près.

*On peut donc considérer que le poids est constant entre les altitudes 0 m et 9000 m.*

### 2.2. La poussée d'Archimède.

En s'aidant de la phrase soulignée dans l'introduction de l'exercice et en considérant qualitativement l'évolution avec l'altitude de chaque paramètre intervenant dans la poussée d'Archimède (dont la valeur est notée $F_A$), choisir et justifier la conclusion qui convient parmi les propositions suivantes :

a. $F_A$ augmente.

b. $F_A$ reste constante.

c. $F_A$ diminue.

d. On ne peut pas conclure.