Corrigé complet — Bac S 2004 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Hydrolyse basique des esters** Conductimétrie · Tableau d'avancement · Vitesse volumique de réaction · Temps de demi-réaction · Groupes caractéristiques · Saponification et savons	6,5 pts	1 h 18	15 questions	p. 2
Ex 2	**Réalisation artisanale d'un diapason électronique** Charge d'un condensateur (circuit RC) · Équation différentielle du premier ordre · Constante de temps · Oscillations électriques amorties et entretenues · Période propre d'un circuit LC · Fréquence d'un son	4 pts	52 min	22 questions	p. 6
Ex 3	**Spécialité : Produire des sons, écouter** Onde le long d'une corde · Onde stationnaire et modes de vibration · Période et fréquence sur un oscillogramme · Nœuds et ventres · Hauteur et timbre d'un son	4 pts	52 min	16 questions	p. 12
Ex 4	**Détermination de la viscosité d'une huile moteur** Deuxième loi de Newton · Poussée d'Archimède · Frottement fluide · Équation différentielle du premier ordre · Méthode d'Euler · Vitesse limite	5,5 pts	1 h 05	16 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Hydrolyse basique des esters

Bac S 2004 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Donner la concentration des ions présents dans la solution d'hydroxyde de sodium à l'instant t_0.

Données utiles $C_0 = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{dm}^{-3}$

La soude contient les ions Na^+ et HO^-, apportés en quantités égales : chaque ion a la concentration de la solution.

$$[\text{Na}^+] = [\text{HO}^-] = C_0 = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

COMPRENDRE
$1\ \text{dm}^3 = 1\ \text{L}$: la concentration du sujet est simplement en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Les ions H_3O^+ sont négligés, comme l'indique l'énoncé.

1.1.2 Montrer que la conductance initiale s'écrit $G_0 = \dfrac{k}{V} n_0 \left(\lambda_{\text{Na}^+} + \lambda_{\text{HO}^-}\right)$ (1).

À t_0, il n'y a pas encore d'ion méthanoate : $[\text{HCO}_2^-] = 0$. La relation de l'énoncé devient

$$G_0 = k\left(\lambda_{\text{Na}^+}[\text{Na}^+] + \lambda_{\text{HO}^-}[\text{HO}^-]\right)$$

Or $[\text{Na}^+] = [\text{HO}^-] = \dfrac{n_0}{V}$, donc en factorisant :

$$G_0 = \frac{k}{V} n_0 \left(\lambda_{\text{Na}^+} + \lambda_{\text{HO}^-}\right)$$

1.1.3 En utilisant les unités du Système international, calculer la valeur de G_0.

Données utiles $k = 0{,}01$ m ; $V = 200\ \text{cm}^3$; $C_0 = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $\lambda_{\text{Na}^+} = 5{,}01 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $\lambda_{\text{HO}^-} = 19{,}9 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$

Quantité initiale : $n_0 = C_0 V = 1{,}00 \times 10^{-2} \times 0{,}200 = 2{,}00 \times 10^{-3}$ mol.

Volume en unité SI : $V = 200\ \text{cm}^3 = 2{,}00 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$.

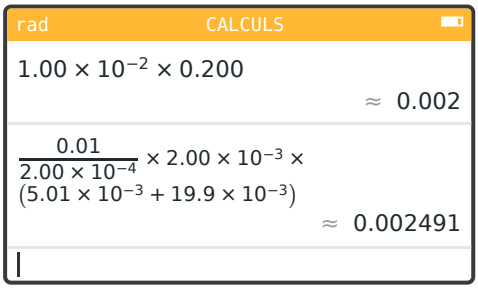
$$G_0 = \frac{0{,}01}{2{,}00 \times 10^{-4}} \times 2{,}00 \times 10^{-3} \times (5{,}01 \times 10^{-3} + 19{,}9 \times 10^{-3})$$

$$G_0 = 2{,}49 \times 10^{-3}\ \text{S} = 2{,}49\ \text{mS}$$

PIÈGE
Laisser V en litres ou C_0 en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$: les λ sont en $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$, il faut des m^3. L'erreur donne un résultat mille fois trop petit.

COMPRENDRE
On garde trois chiffres significatifs, comme C_0, les λ et les conductances du tableau 1, même si k est écrit avec un seul chiffre.

À LA CALCULATRICE



1.2 Compléter le tableau d'avancement de l'annexe 2 en indiquant les quantités de matière en fonction de x.

Tous les nombres stœchiométriques valent 1 : chaque réactif perd x, chaque produit gagne x.

État intermédiaire : $n_0 - x$; $n_0 - x$; x ; x

Équation chimique		$HCO_2–CH_2–CH_3$ + HO^- = HCO_2^- + $CH_3–CH_2–OH$			
État initial	0	n_0	n_0	0	0
État intermédiaire	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x

1.2 · Annexe 2 complétée (quantités de matière en mol)

1.3.1 Montrer que la conductance à un instant t s'écrit $G_t = \frac{k}{V}\left[\lambda_{Na^+}\, n_0 + \lambda_{HO^-}\,(n_0 - x) + \lambda_{HCO_2^-}\, x\right]$ (2).

D'après le tableau d'avancement, dans le volume V constant :

- Na^+ est spectateur : $[Na^+] = \frac{n_0}{V}$;
- $[HO^-] = \frac{n_0 - x}{V}$;
- $[HCO_2^-] = \frac{x}{V}$.

On remplace dans $G_t = k\left(\lambda_{Na^+}[Na^+] + \lambda_{HO^-}[HO^-] + \lambda_{HCO_2^-}[HCO_2^-]\right)$ et on met $\frac{1}{V}$ en facteur :

$$G_t = \frac{k}{V}\left[\lambda_{Na^+}\, n_0 + \lambda_{HO^-}\,(n_0 - x) + \lambda_{HCO_2^-}\, x\right]$$

COMPRENDRE
L'ester et l'éthanol sont des molécules, non des ions : ils ne conduisent pas le courant et n'apparaissent pas dans G_t.

1.3.2 Simplifier l'expression (2) pour écrire G_t sous la forme $G_t = a\,x + b$ (3), où a et b sont des constantes.

On développe puis on regroupe les termes en x :

$$G_t = \frac{k}{V}\left(\lambda_{HCO_2^-} - \lambda_{HO^-}\right)x + \frac{k}{V}\,n_0\left(\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-}\right)$$

$G_t = a\,x + b$ avec $a = \frac{k}{V}\left(\lambda_{HCO_2^-} - \lambda_{HO^-}\right)$ et $b = \frac{k}{V}\,n_0\left(\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-}\right)$

1.3.3 À quelle grandeur correspond le coefficient b ? Quel est le signe de la constante a ?

Données utiles $\lambda_{HO^-} = 19{,}9 \times 10^{-3}\ S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$; $\lambda_{HCO_2^-} = 5{,}46 \times 10^{-3}\ S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$

L'expression de b est celle de la relation (1) : b est la conductance initiale G_0 (valeur de G_t pour $x = 0$).

Comme $\lambda_{HCO_2^-} < \lambda_{HO^-}$, la différence $\lambda_{HCO_2^-} - \lambda_{HO^-}$ est négative, et $\frac{k}{V} > 0$.

$b = G_0$ et $a < 0$

COMPRENDRE
Chaque ion HO^- consommé est remplacé par un ion HCO_2^- presque quatre fois moins conducteur : la conductance ne peut que baisser, ce que montre le tableau 1.

1.3.4 Quelle serait l'allure de la représentation graphique de G_t en fonction de x ?

$G_t = a\,x + b$ est une fonction affine de x, de coefficient directeur a négatif.

Une droite décroissante, d'ordonnée à l'origine G_0.

PIÈGE
Répondre « une droite passant par l'origine » : $b = G_0$ n'est pas nul, la fonction est affine et non linéaire.

1.4.1 Tracer la courbe donnant les variations de x en fonction du temps (1 cm pour 3 min ; 1 cm pour 0,20 mmol).

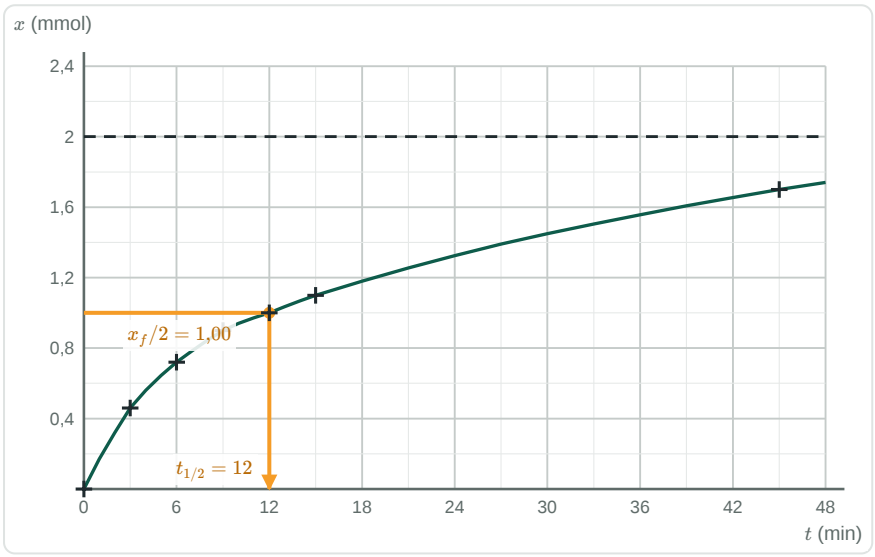
Données utiles tableau 1 : $x = 0$; 0,46 ; 0,72 ; 0,90 ; 1,00 ; 1,10 ; 1,70 mmol aux dates 0 ; 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 45 min ; fin de réaction : $x_f = 2{,}00$ mmol

On place les sept points du tableau 1, puis on trace à main levée une courbe régulière passant au plus près des points, sans les relier à la règle.

La courbe part de l'origine, croît de moins en moins vite et tend vers l'asymptote horizontale $x_f = 2{,}00$ mmol.

Courbe croissante, de pente décroissante, qui tend vers $x_f = 2{,}00$ mmol (voir figure).

MÉTHODE
Sur un graphique : axes fléchés avec grandeur et unité, échelle imposée respectée, points marqués par des croix, courbe lissée. Tracer aussi l'asymptote x_f, utile pour le temps de demi-réaction.



1.4.1 · Avancement x en fonction du temps, avec la lecture de $t_{1/2}$

1.4.2 Donner la définition de la vitesse volumique de la réaction et préciser comment on la déterminerait à un instant t.

La vitesse volumique de réaction est la dérivée de l'avancement par rapport au temps, divisée par le volume V du mélange réactionnel :

$$v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$ à la date t.

On trace la tangente à la courbe à la date t, on calcule son coefficient directeur, puis on le divise par V.

COMPRENDRE
Le programme actuel définit plutôt la vitesse volumique d'apparition d'un produit, $\frac{\mathrm{d}[\mathrm{P}]}{\mathrm{d}t}$. Ici c'est la même grandeur, puisque $[\mathrm{HCO_2^-}] = \frac{x}{V}$.

MÉTHODE
Coefficient directeur d'une tangente : choisir deux points éloignés sur la droite tracée (pas sur la courbe) et calculer $\frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}$, avec les unités des axes.

1.4.3 Comment varie la vitesse de la réaction étudiée ?

La tangente à la courbe $x = f(t)$ est de moins en moins inclinée quand t augmente : son coefficient directeur $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ diminue, et V est constant.

La vitesse de réaction diminue au cours du temps et tend vers zéro.

COMPRENDRE
La concentration des réactifs est un facteur cinétique : l'ester et les ions $\mathrm{HO^-}$ sont consommés, leurs concentrations baissent, la réaction ralentit.

1.4.4 Définir le temps de demi-réaction. Évaluer graphiquement ce temps.

Données utiles $x_f = 2{,}00$ mmol (tableau 1)

Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

Ici $\dfrac{x_f}{2} = \dfrac{2{,}00}{2} = 1{,}00$ mmol. Sur la courbe, le point d'ordonnée 1,00 mmol a pour abscisse 12 min.

$t_{1/2} = 12$ min

PIÈGE
Prendre la moitié de la durée totale, ou la moitié de la dernière valeur mesurée (1,70 mmol à 45 min). C'est l'avancement final, 2,00 mmol, que l'on divise par deux.

2.1 Reconnaître et nommer les fonctions organiques présentes dans l'hexadécanol, l'acide lactique et le palmitate d'hexadécyle.

- Hexadécanol $C_{15}H_{31}-CH_2-OH$: groupe hydroxyle $-OH$, fonction **alcool**.
- Acide lactique $CH_3-CH(OH)-CO_2H$: groupe hydroxyle $-OH$, fonction **alcool** ; groupe carboxyle $-CO_2H$, fonction **acide carboxylique**.
- Palmitate d'hexadécyle $CH_3-(CH_2)_{14}-COO-(CH_2)_{15}-CH_3$: groupe $-COO-C$, fonction **ester**.

Alcool ; alcool et acide carboxylique ; ester.

PIÈGE
Dans l'acide lactique, voir deux fonctions alcool : le $-OH$ porté par le carbone du groupe $C{=}O$ fait partie du groupe carboxyle.

2.2.1 Montrer que la saponification du palmitate d'hexadécyle conduit à la formation du palmitate de sodium $CH_3-(CH_2)_{14}-COONa$.

La saponification est l'action des ions hydroxyde, apportés par la soude ($Na^+ + HO^-$), sur l'ester. Elle donne un ion carboxylate et un alcool :

$$CH_3-(CH_2)_{14}-COO-(CH_2)_{15}-CH_3 + HO^-$$
$$\longrightarrow CH_3-(CH_2)_{14}-COO^- + CH_3-(CH_2)_{15}-OH$$

L'alcool formé est l'hexadécanol. L'ion palmitate $CH_3-(CH_2)_{14}-COO^-$ est associé à l'ion sodium Na^+, spectateur.

Il se forme le palmitate de sodium $CH_3-(CH_2)_{14}-COONa$ et l'hexadécanol.

COMPRENDRE
Comme pour le méthanoate d'éthyle de la partie 1 : en milieu basique, l'ester donne l'ion carboxylate, et non l'acide carboxylique. La transformation est alors totale.

2.2.2 Définir les termes hydrophile et hydrophobe. Indiquer les parties hydrophile et hydrophobe dans la formule de l'ion $CH_3-(CH_2)_{14}-COO^-$.

Hydrophile : qui a de l'affinité pour l'eau, donc qui s'entoure facilement de molécules d'eau. Hydrophobe : qui n'a pas d'affinité pour l'eau (mais en a pour les graisses).

- Partie hydrophile : le groupe carboxylate $-COO-$, chargé.
- Partie hydrophobe : la longue chaîne carbonée $CH_3-(CH_2)_{14}-$.

$-COO-$: tête hydrophile ; $CH_3-(CH_2)_{14}-$: chaîne hydrophobe.

COMPRENDRE
Cette double affinité explique l'action du savon : la chaîne se fixe dans la graisse, la tête chargée reste dans l'eau, et la salissure est entraînée au rinçage.

Réalisation artisanale d'un diapason électronique

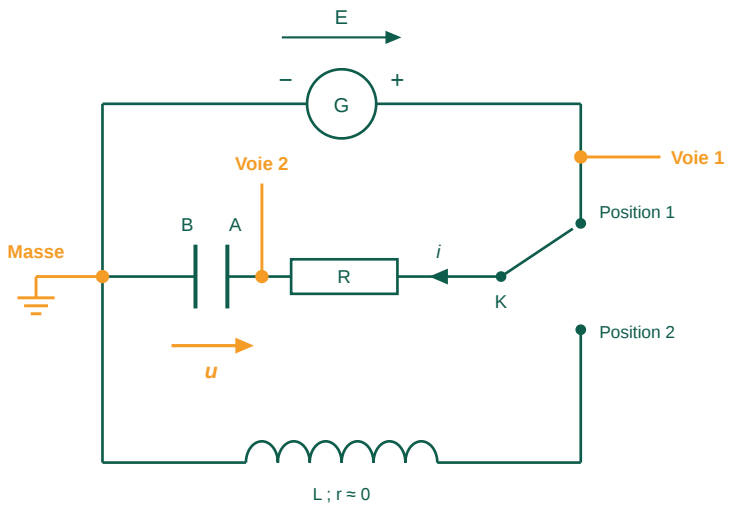
Bac S 2004 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Représenter sur le schéma de l'annexe 3 la tension u aux bornes du condensateur, en convention récepteur.

En convention récepteur, la flèche de la tension est de sens opposé à la flèche du courant. Le courant i traverse le condensateur de A vers B : la flèche de u va donc de B vers A.

$u = u_{AB}$: flèche tracée le long du condensateur, la pointe du côté de l'armature A.

PIÈGE
Dessiner la flèche de u dans le même sens que celle de i : c'est la convention générateur, et toutes les relations suivantes changent de signe.



1.1 · Annexe 3 complétée : flèche de la tension u (pointe vers A) et branchements de l'oscilloscope

1.2 Ajouter sur le schéma les connexions à l'oscilloscope : voie 1 pour la tension E (positive) aux bornes du générateur, voie 2 pour la tension u aux bornes du condensateur.

La borne $-$ du générateur et l'armature B sont reliées par un fil : c'est là que l'on branche la masse, commune aux deux voies.

- Voie 1 : sur la borne $+$ du générateur, elle affiche $E > 0$.
- Voie 2 : sur l'armature A, elle affiche $u_{AB} = u$.

Masse en B (borne $-$ de G), voie 1 à la borne $+$ de G, voie 2 en A (voir l'annexe 3 complétée).

MÉTHODE
Une voie d'oscilloscope affiche le potentiel du point où elle est branchée moins celui de la masse. On place donc la masse au pied des flèches de tension, les voies à leurs pointes.

1.3 Donner la relation entre la charge q_A de l'armature A, l'intensité i et le temps t.

Le courant i, compté positivement, arrive sur l'armature A : l'intensité est le débit de charge reçu par cette armature.

$$i = \frac{\mathrm{d}q_A}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Avec le sens positif choisi, il n'y a pas de signe « $-$ ». Il apparaîtrait si la flèche de i quittait l'armature A.

1.4 Donner la relation entre la charge q_A, la tension u et la capacité C.

$$q_A = C\,u$$

COMPRENDRE
La charge est celle de l'armature vers laquelle pointe la flèche de tension : $q_A = C\,u_{AB}$, avec q_A en coulombs, C en farads et u en volts.

1.5 Avec les relations des questions 1.3 et 1.4 et la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u pendant la charge.

Interrupteur en position 1, loi d'additivité des tensions : $E = u_R + u$.

Loi d'Ohm (convention récepteur) : $u_R = R\,i$.

Or $i = \dfrac{\mathrm{d}q_A}{\mathrm{d}t}$ et $q_A = C\,u$ avec C constante, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

$$u + RC\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = E$$

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : additivité des tensions, loi d'Ohm, puis $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ pour ne garder que u et sa dérivée.

1.6 Vérifier que $u = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/(RC)}\right)$ est solution de l'équation différentielle.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{RC}\,\mathrm{e}^{-t/(RC)}$.

On remplace dans le membre de gauche de l'équation :

$$u + RC\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = E - E\,\mathrm{e}^{-t/(RC)} + RC \times \frac{E}{RC}\,\mathrm{e}^{-t/(RC)} = E$$

Le membre de gauche vaut E à chaque instant : la fonction proposée est bien solution.

PIÈGE
Erreur de signe dans la dérivée : $-\mathrm{e}^{-t/(RC)}$ a pour dérivée $+\dfrac{1}{RC}\,\mathrm{e}^{-t/(RC)}$, les deux signes « $-$ » se compensent.

COMPRENDRE
La solution respecte aussi la condition initiale : à $t = 0$, $u = E\,(1 - 1) = 0$, le condensateur est bien déchargé.

1.7.1 Rappeler l'expression de la constante de temps τ du circuit en fonction de R et de C.

$$\tau = RC$$

1.7.2 Vérifier que τ est homogène à une durée, à l'aide de l'équation différentielle ou de sa solution.

L'équation différentielle s'écrit $u + \tau\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = E$. Les termes d'une somme ont la même dimension, donc $\tau\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ est une tension, comme u et E.

Or $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ est une tension divisée par une durée : $[\tau] \times \dfrac{[U]}{[T]} = [U]$.

$[\tau] = [T]$: τ est homogène à une durée (elle s'exprime en secondes).

MÉTHODE
Autre argument, avec la solution : l'exposant $-\dfrac{t}{\tau}$ d'une exponentielle est sans dimension, donc τ a la dimension de t.

1.7.3 Déterminer graphiquement la valeur de τ sur l'annexe 4, en justifiant la méthode.

Données utiles $E = 12$ V

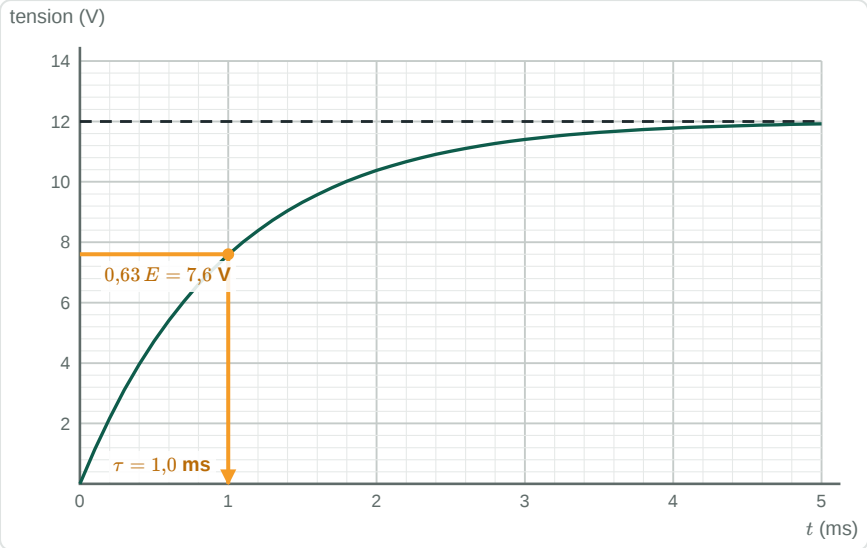
À l'instant $t = \tau$: $u(\tau) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right) = 0{,}63\,E$.

$u(\tau) = 0{,}63 \times 12 = 7{,}6$ V. Sur l'annexe 4, la courbe $u = f(t)$ atteint 7,6 V à l'abscisse $t = 0{,}0010$ s.

$$\tau = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s} = 1{,}0\ \text{ms}$$

COMPRENDRE
Contrôle : $RC = 1000 \times 1{,}0 \times 10^{-6} = 1{,}0 \times 10^{-3}$ s. La lecture graphique donne au mieux deux chiffres significatifs, comme E et C.

MÉTHODE
Autre méthode : tracer la tangente à la courbe à l'origine ; elle coupe l'asymptote $u = E$ à l'abscisse $t = \tau$.



À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
0.63 × 12
≈ 7.56

1.7.3 · Annexe 4 (temps convertis en ms) : lecture de τ à 63 % de E

1.7.4 Au bout de quelle durée, exprimée en fonction de τ, considère-t-on le condensateur totalement chargé ?

À $t = 5\,\tau$: $u = E\left(1 - \mathrm{e}^{-5}\right) = 0{,}99\,E$, la tension a atteint 99 % de sa valeur finale.

Le condensateur est considéré comme chargé au bout de $5\,\tau$ (ici 5,0 ms).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$1 - e^{-5}$
≈ 0.9932621

2.1.1 Les oscillations électriques observées sont amorties. Quel dipôle est responsable de cet amortissement ?

La résistance de la bobine est négligeable : seul le conducteur ohmique dissipe de l'énergie, par effet Joule, sous forme de transfert thermique.

Le dipôle responsable de l'amortissement est le conducteur ohmique de résistance R.

COMPRENDRE
La bobine et les oscillations électriques (circuits RL, LC, RLC) ne figurent plus au programme actuel de spécialité de Terminale ; le circuit RC de la partie 1 y figure toujours.

2.1.2 Qualifier ce régime d'oscillations par un terme approprié.

La tension u oscille autour de zéro avec une amplitude qui diminue au cours du temps.

Le régime est **pseudo-périodique**.

PIÈGE
Écrire « périodique » : la tension ne reprend jamais exactement la même valeur maximale, le signal ne se répète donc pas à l'identique.

2.2 Comment appelle-t-on la durée écoulée entre les points C et D de l'annexe 5 ? Évaluer graphiquement sa valeur.

En C et en D, la tension s'annule en croissant : ces deux points sont séparés par une oscillation complète. La durée qui les sépare est la pseudo-période T.

Lecture sur l'annexe 5 : $t_C = 1{,}5$ ms et $t_D = 3{,}5$ ms, donc $T = t_D - t_C = 3{,}5 - 1{,}5$.

Pseudo-période : $T = 2{,}0$ ms

PIÈGE
Prendre deux annulations successives de u : elles ne sont séparées que d'une demi-pseudo-période. Il faut deux passages par zéro dans le même sens.

2.3 Les élèves pensent que ce circuit n'est pas utilisable. Indiquer la raison de cette constatation.

L'amplitude de la tension décroît très vite : de 12 V au départ, elle tombe à environ 2 V au bout de 10 ms. Le haut-parleur n'émettrait qu'un son très bref, de niveau sonore décroissant.

Le circuit ne fournit pas une tension sinusoïdale d'amplitude constante : la note ne durerait que quelques millisecondes.

3.1 Expliquer en une phrase le rôle, du point de vue énergétique, du dispositif qui entretient les oscillations.

Le dispositif d'entretien fournit au circuit, à chaque instant, une énergie égale à celle que le conducteur ohmique dissipe par effet Joule.

COMPRENDRE
L'énergie totale du circuit reste alors constante : elle s'échange sans perte entre le condensateur et la bobine, et l'amplitude ne diminue plus.

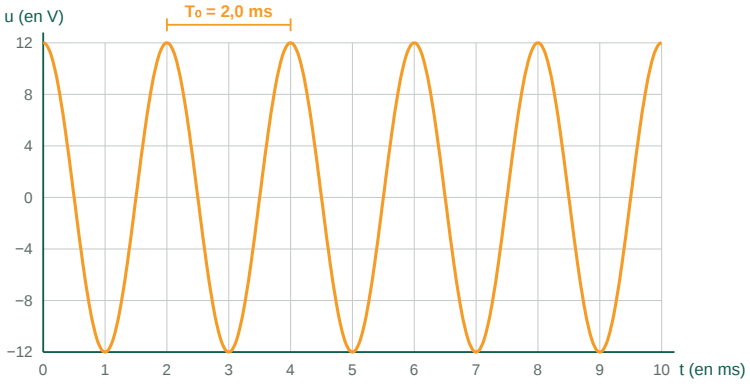
3.2 Les paramètres du circuit n'étant pas modifiés, représenter sur l'annexe 6 la courbe $u = f(t)$ obtenue après entretien des oscillations.

Les oscillations entretenues sont sinusoïdales, d'amplitude constante :

- valeur initiale et amplitude : $u(0) = E = 12$ V ;
- période inchangée : 2,0 ms, soit cinq périodes entre 0 et 10 ms.

Sinusoïde partant de 12 V, oscillant entre -12 V et $+12$ V, de période 2,0 ms (voir l'annexe 6 complétée).

MÉTHODE
Placer d'abord les points remarquables : maximums à 0, 2, 4 ms…, minimums à 1, 3, 5 ms…, passages par zéro à 0,5 ; 1,5 ; 2,5 ms…, puis relier d'un trait arrondi.



3.2 · Annexe 6 complétée : sinusoïde d'amplitude 12 V et de période 2,0 ms

3.3 Rappeler l'expression de la période propre T_0 du circuit oscillant et calculer sa valeur.

Données utiles $C = 1{,}0\ \mu\text{F} = 1{,}0 \times 10^{-6}$ F ; $L = 0{,}100$ H

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{0{,}100 \times 1{,}0 \times 10^{-6}} = 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s}$$

$T_0 = 2{,}0 \times 10^{-3}$ s $= 2{,}0$ ms

PIÈGE
Laisser C en microfarads : la formule exige L en henrys et C en farads pour obtenir T_0 en secondes.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme C, la donnée la moins précise. On retrouve la pseudo-période lue à la question 2.2 : l'amortissement est assez faible pour ne pas la modifier.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2 \times \pi \times \sqrt{0.100 \times 1.0 \times 10^{-6}}$
≈ 0.001986918

3.4 En déduire la fréquence f_0 de la tension obtenue.

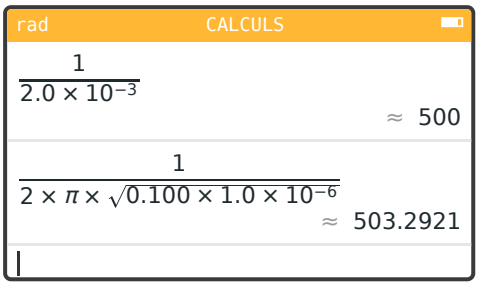
Données utiles $T_0 = 2{,}0 \times 10^{-3}$ s (3.3)

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2{,}0 \times 10^{-3}}$$

$f_0 = 5{,}0 \times 10^2$ Hz

COMPRENDRE
Avec la valeur non arrondie de T_0, on trouve 503 Hz : le résultat à deux chiffres significatifs est le même.

À LA CALCULATRICE



3.5.1 La fréquence obtenue est-elle celle d'un son de l'octave 3 de la gamme ?

Données utiles document : do 262 Hz ; ré 294 Hz ; mi 330 Hz ; fa 349 Hz ; sol 392 Hz ; la 440 Hz ; si 494 Hz ; $f_0 = 5{,}0 \times 10^2$ Hz (3.4)

Aucune des sept fréquences du document n'est égale à $5{,}0 \times 10^2$ Hz ; la plus proche est celle du si (494 Hz).

Non : le son émis ne correspond à aucune note de l'octave 3, et ce n'est pas le la_3 recherché (440 Hz).

COMPRENDRE
L'octave 3 s'étend de 262 Hz à $2 \times 262 = 524$ Hz : la fréquence obtenue tombe dans cet intervalle, juste au-dessus du si, mais sur aucune note de la gamme.

3.5.2 Quels paramètres peut-on changer pour modifier la valeur de la fréquence émise ?

$f_0 = \dfrac{1}{T_0} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$: la fréquence ne dépend que de L et de C.

On peut modifier l'inductance L de la bobine ou la capacité C du condensateur.

PIÈGE
Citer R ou E : la résistance agit sur l'amortissement, la tension du générateur sur l'amplitude, aucune des deux sur la fréquence propre.

3.5.3 Les élèves ne disposant pas d'autre condensateur, calculer la valeur de l'autre paramètre qui permet d'obtenir la note la 3.

Données utiles $f_0 = 440$ Hz (la_3) ; $C = 1{,}0 \times 10^{-6}$ F

Le seul paramètre réglable est l'inductance L. De $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ on tire $f_0^2 = \dfrac{1}{4\pi^2 LC}$, soit

$$L = \frac{1}{4\pi^2 C f_0^2}$$

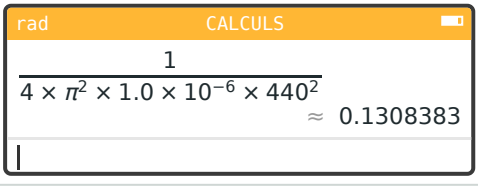
$$L = \frac{1}{4\pi^2 \times 1{,}0 \times 10^{-6} \times 440^2} = 0{,}13 \text{ H}$$

$L = 0{,}13$ H

COMPRENDRE
Contrôle de cohérence : pour abaisser la fréquence de 500 Hz à 440 Hz, il faut augmenter L ; on passe bien de 0,100 H à 0,13 H.

MÉTHODE
Pour isoler une grandeur placée sous une racine, élever d'abord les deux membres au carré, puis isoler.

À LA CALCULATRICE



3.5.4 Le paramètre est réglé sur 232 mH : déterminer la note alors émise par le diapason.

Données utiles $L = 232\ \text{mH} = 0{,}232\ \text{H}$; $C = 1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{F}$

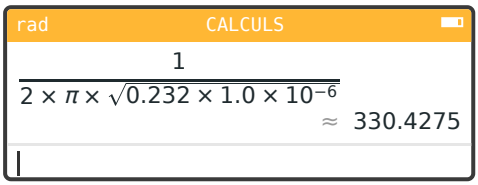
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}232 \times 1{,}0 \times 10^{-6}}} = 3{,}3 \times 10^2\ \text{Hz}$$

D'après le document, la fréquence 330 Hz est celle du mi.

$f_0 = 3{,}3 \times 10^2$ Hz : le diapason émet la note **mi**$_3$.

PIÈGE
Oublier de convertir 232 mH en henrys : le résultat serait faux d'un facteur $\sqrt{1000} \approx 32$.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Produire des sons, écouter

Bac S 2004 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Exprimer la période T_0 du phénomène en fonction de la longueur L de la corde et de la vitesse v de propagation.

Pendant la durée T_0, l'onde fait un aller-retour : elle parcourt la distance $2L$ à la vitesse v.

$$T_0 = \frac{2L}{v}$$

PIÈGE
Écrire $T_0 = L/v$: l'onde ne redevient identique à elle-même qu'après les deux réflexions, donc après un aller et un retour.

1.2 Donner la relation entre la période T de l'onde sinusoïdale, sa longueur d'onde λ et la vitesse v.

L'onde avance d'une longueur d'onde λ pendant une période T, à la vitesse v.

$$\lambda = v\,T, \text{ soit } T = \frac{\lambda}{v}$$

1.3 Comment nomme-t-on une onde sinusoïdale qui vérifie $T_0 = n \times T$ sur la corde tendue ?

L'onde incidente et les ondes réfléchies se superposent en restant accordées : la corde vibre sur place, sans propagation apparente.

C'est une **onde stationnaire**.

COMPRENDRE
L'entier n est le numéro du mode de vibration : $n = 1$ pour le fondamental, $n = 2, 3, \ldots$ pour les modes harmoniques.

1.4 Déduire des questions précédentes l'expression de la longueur d'onde λ en fonction de la longueur L de la corde.

On remplace T_0 (1.1) et T (1.2) dans $T_0 = n \times T$:

$$\frac{2L}{v} = n \times \frac{\lambda}{v}$$

La vitesse v se simplifie.

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

COMPRENDRE
Écrite $L = n\,\frac{\lambda}{2}$, la relation dit que la corde contient un nombre entier de demi-longueurs d'onde, c'est-à-dire n fuseaux.

1.5 Avec $\lambda = \frac{v}{f_n}$, établir une relation entre la fréquence f_n du son émis, la vitesse v et la longueur L.

On égale les deux expressions de la longueur d'onde : $\frac{v}{f_n} = \frac{2L}{n}$.

$$f_n = \frac{n\,v}{2L}$$

COMPRENDRE
Les fréquences possibles sont les multiples entiers de $f_1 = \frac{v}{2L}$. Une corde plus courte donne une fréquence plus élevée : c'est ce qu'exploite la partie 3.

2.1 Quelle(s) condition(s) doit remplir un instrument de musique pour produire un son ?

L'instrument doit assurer deux fonctions :

- **vibrer** : un élément est mis en vibration (ici la corde pincée) ;
- **émettre** : cette vibration est transmise à l'air environnant (ici par la caisse de la guitare).

Deux fonctions : vibrer et émettre.

COMPRENDRE
Une corde seule déplace très peu d'air et s'entend à peine. La caisse, de grande surface, vibre avec elle et rayonne le son.

2.2 À partir de l'oscillogramme de la figure 1, déterminer la période T_1 et la fréquence f_1 du son émis par la corde.

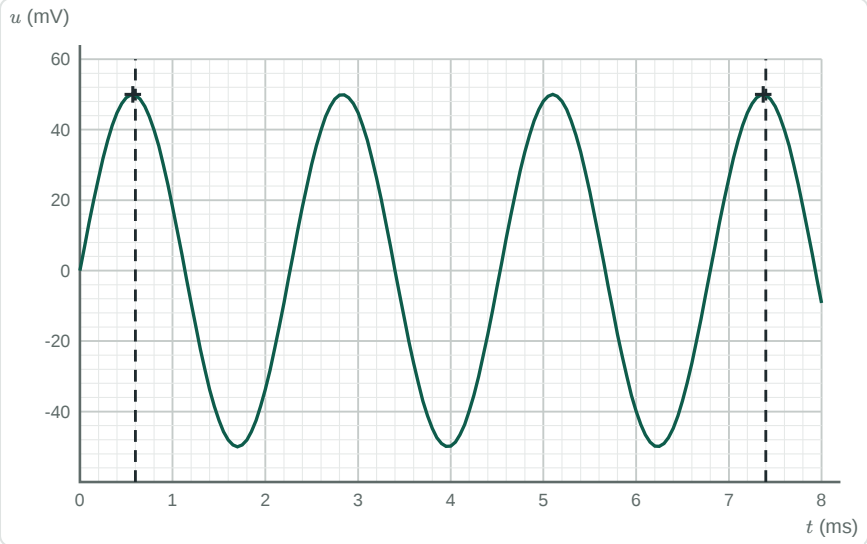
Données utiles figure 1 : maximums aux dates 0,6 ms et 7,4 ms, séparés par trois périodes

Entre le premier maximum ($t = 0{,}6$ ms) et le quatrième ($t = 7{,}4$ ms), on compte trois périodes :

$$T_1 = \frac{7{,}4 - 0{,}6}{3} = 2{,}3 \text{ ms} = 2{,}3 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{3}{6{,}8 \times 10^{-3}} = 4{,}4 \times 10^{2} \text{ Hz}$$

$T_1 = 2{,}3$ ms et $f_1 = 4{,}4 \times 10^2$ Hz



2.2 · Figure 1 du sujet : trois périodes entre deux maximums

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : les dates lues sur le graphique n'en ont que deux, comme $L_1 = 68$ cm. La fréquence est proche de 440 Hz, celle du la du diapason.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs périodes puis diviser : l'erreur de lecture est répartie sur trois périodes. Garder la valeur non arrondie de T_1 en mémoire pour calculer f_1.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\frac{7.4 - 0.6}{3}$ ≈ 2.266667
$\frac{3}{6.8 \times 10^{-3}}$ ≈ 441.1765

2.3 Déterminer la vitesse de propagation de l'onde le long de la corde à partir de la relation de la question 1.5 et de f_1.

Données utiles $L_1 = 68$ cm ; f_1 (2.2)

Le filtre isole la fréquence fondamentale : f_1 correspond à $n = 1$ et $L = L_1$. La relation de 1.5 donne $f_1 = \frac{v}{2L_1}$, donc $v = 2\,L_1\,f_1$.

$$v = 2 \times 0{,}68 \times \frac{3}{6{,}8 \times 10^{-3}} = 6{,}0 \times 10^{2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v = 6{,}0 \times 10^2$ m · s^{-1}

PIÈGE
Laisser L_1 en centimètres. Autre confusion : v est la vitesse de l'onde le long de la corde, pas celle du son dans l'air (environ $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\frac{2 \times 0.68 \times 3}{6.8 \times 10^{-3}}$ ≈ 600

3.1 Déterminer, à partir de l'oscillogramme de la figure 2, la période T_2 et la fréquence f_2 du son émis par la corde raccourcie.

Données utiles figure 2 : maximums aux dates $0{,}2$ ms et $7{,}0$ ms, séparés par neuf périodes

Entre le maximum de date $0{,}2$ ms et celui de date $7{,}0$ ms, on compte neuf périodes :

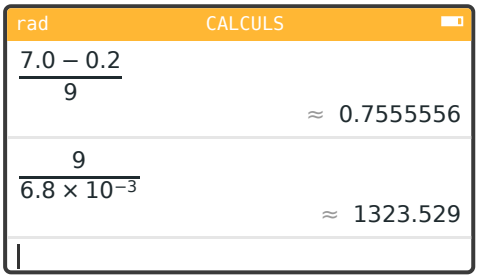
$$T_2 = \frac{7{,}0 - 0{,}2}{9} = 0{,}76 \text{ ms} = 7{,}6 \times 10^{-4} \text{ s}$$

$$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{9}{6{,}8 \times 10^{-3}} = 1{,}3 \times 10^{3} \text{ Hz}$$

$T_2 = 0{,}76$ ms et $f_2 = 1{,}3 \times 10^3$ Hz

COMPRENDRE
Sur la même durée de $6{,}8$ ms, on compte neuf périodes au lieu de trois : la fréquence a triplé, $f_2 = 3\,f_1$.

À LA CALCULATRICE



3.2 La vitesse v étant inchangée, déduire de la question 3.1 et de la relation de 1.5 la longueur libre L_2 de la corde.

Données utiles v (2.3) ; f_2 (3.1)

f_2 est la fréquence fondamentale ($n = 1$) de la corde de longueur L_2 : $f_2 = \frac{v}{2L_2}$, donc $L_2 = \frac{v}{2\,f_2}$.

Avec les valeurs non arrondies de v et f_2 :

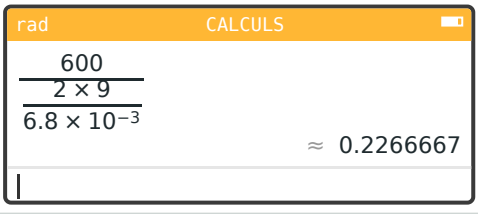
$$L_2 = \frac{600}{2 \times 1{,}3235 \times 10^{3}} = 0{,}23 \text{ m}$$

$L_2 = 0{,}23$ m, soit 23 cm

PIÈGE
Calculer avec les valeurs arrondies : $f_2 = 1{,}3 \times 10^3$ Hz donne aussi 0,23 m, mais $1/(0{,}76\text{ ms})$ associé à $1/(2{,}3\text{ ms})$ conduit à 0,22 m. Les arrondis intermédiaires changent le dernier chiffre.

COMPRENDRE
Comme $v = 2L_1 f_1$, on a $L_2 = L_1 \frac{f_1}{f_2} = \frac{L_1}{3}$: une fréquence triple correspond à une corde trois fois plus courte ($68/3 \approx 23$ cm).

À LA CALCULATRICE



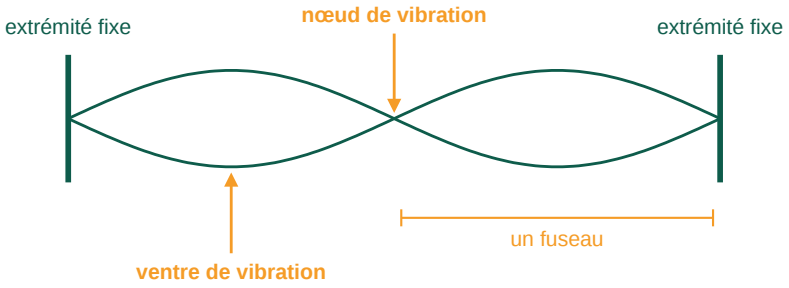
4.1 Légender le schéma de l'annexe 3, qui donne l'allure de la corde vibrant selon un mode harmonique.

La corde de l'annexe présente deux fuseaux : c'est le mode harmonique de rang 2.

- La flèche du haut désigne le point milieu, qui reste immobile : c'est un **nœud** de vibration.
- La flèche du bas désigne un point où l'amplitude est maximale : c'est un **ventre** de vibration.

Flèche du haut : nœud ; flèche du bas : ventre (voir l'annexe complétée).

COMPRENDRE
Les deux extrémités fixes sont aussi des nœuds. Deux nœuds voisins sont distants de $\lambda/2$, longueur d'un fuseau.



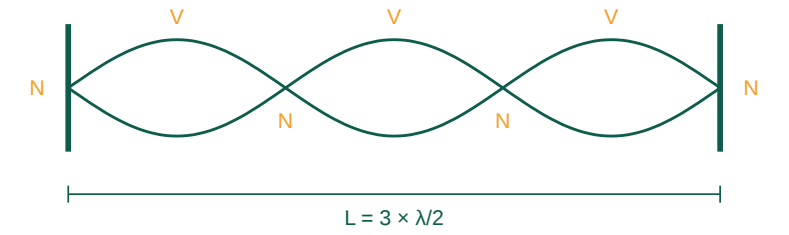
4.1 · Annexe 3 complétée : corde vibrant en deux fuseaux (mode harmonique de rang 2)

4.2 Donner sur un schéma l'allure de la corde pour le mode harmonique 3.

Pour $n = 3$, la relation de 1.4 donne $L = 3\,\dfrac{\lambda}{2}$: la corde contient trois demi-longueurs d'onde.

La corde vibre en **trois fuseaux** : quatre nœuds (dont les deux extrémités) et trois ventres (voir le schéma).

MÉTHODE
Mode de rang n : n fuseaux de même longueur L/n, n ventres et $n+1$ nœuds en comptant les extrémités.



4.2 · Mode harmonique de rang 3 : trois fuseaux, quatre nœuds (N), trois ventres (V)

5.1.1 Définir la hauteur d'un son.

La hauteur est la sensation qui fait dire qu'un son est grave ou aigu.

La hauteur d'un son est mesurée par la **fréquence de son fondamental** : plus elle est élevée, plus le son est aigu.

COMPRENDRE
Ancien programme : hauteur, timbre et harmoniques ne figurent plus dans la spécialité actuelle de Terminale. La lecture d'une période sur un enregistrement reste, elle, exigible.

5.1.2 Préciser la hauteur du son correspondant à la note de fréquence f_1' (figure 3).

Données utiles figure 3 : le motif se répète trois fois en 6,8 ms

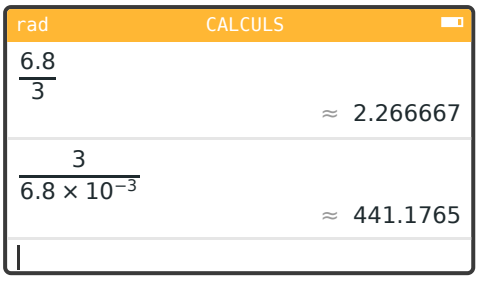
Le signal n'est pas sinusoïdal mais il est périodique. Entre deux grands maximums séparés par trois motifs, on lit 6,8 ms :

$$T_1' = \frac{6{,}8}{3} = 2{,}3\ \text{ms} \qquad f_1' = \frac{1}{T_1'} = \frac{3}{6{,}8 \times 10^{-3}} = 4{,}4 \times 10^2\ \text{Hz}$$

Hauteur du son : $f_1' = 4{,}4 \times 10^2$ Hz

PIÈGE
Prendre l'écart entre un grand maximum et le petit maximum voisin : la période est la durée du motif complet, d'un grand maximum au grand maximum suivant.

À LA CALCULATRICE



5.2 Préciser de quoi dépend le timbre d'un son.

Le timbre distingue deux sons de même hauteur joués par des instruments différents.

Le timbre dépend des **harmoniques** présents dans le son (nombre et amplitudes relatives), ainsi que de la façon dont le son s'établit et s'éteint (attaque et extinction).

5.3 Comparer les hauteurs et les timbres des sons correspondant aux fréquences f_1 et f_1'.

Données utiles f_1 (2.2) ; f_1' (5.1.2)

Hauteur : $f_1 = f_1' = 4{,}4 \times 10^2$ Hz. Les deux sons ont la même hauteur, les instruments jouent la même note.

Timbre : le signal de la figure 3 n'est pas sinusoïdal, ce son contient des harmoniques. Celui de la figure 1 est sinusoïdal, mais le logiciel avait filtré le son de la guitare pour ne garder que le fondamental : on ignore la composition réelle de ce son.

Même hauteur. Les timbres sont très probablement différents (instruments différents), mais la figure 1, filtrée, ne permet pas de le vérifier.

PIÈGE
Conclure que la guitare émet un son pur parce que la figure 1 est une sinusoïde : cette forme vient du filtre, pas de l'instrument.

Détermination de la viscosité d'une huile moteur

Bac S 2004 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

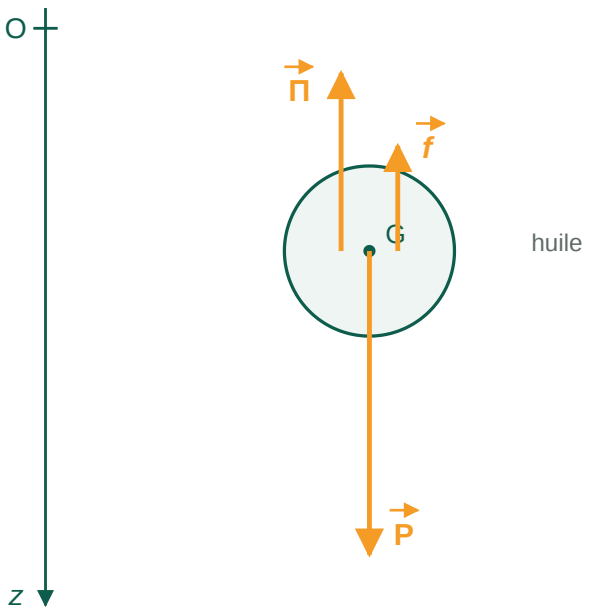
1.1 Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à la balle en chute verticale dans l'huile, puis les représenter sur un schéma.

Système {balle}, étudié dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. Trois forces verticales s'exercent sur la balle :

- le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$, vers le bas, de valeur $P = m\,g$;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, vers le haut, de valeur $\Pi = \rho_{\text{huile}}\,V\,g$ (poids du volume d'huile déplacé) ;
- la force de frottement $\vec{f} = -k\,\vec{v}_G$, opposée à la vitesse donc vers le haut, de valeur $f = k\,v_G$.

Trois forces : poids $\vec{P}$ (vers le bas), poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ et frottement $\vec{f}$ (vers le haut).

PIÈGE
Oublier la poussée d'Archimède. Dans l'huile elle vaut $\rho_{\text{huile}}\,V\,g \approx 0{,}30$ N, soit 87 % du poids : elle n'est pas du tout négligeable, contrairement à une chute dans l'air.



1.1 · Les trois forces s'appliquent en G ; $\vec{\Pi}$ et $\vec{f}$ sont décalées pour la lisibilité (schéma sans échelle)

1.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement de la balle dans le référentiel du laboratoire.

Deuxième loi de Newton appliquée à la balle, de masse constante : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$.

Projection sur l'axe Oz orienté vers le bas, avec $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}$:

$$m\,g - \rho_{\text{huile}}\,V\,g - k\,v_G = m\,\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{m\,\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = m\,g - \rho_{\text{huile}}\,V\,g - k\,v_G}$$

PIÈGE
L'axe pointe vers le bas : le poids est compté positivement, la poussée d'Archimède et le frottement négativement. Une erreur de signe ici fausse toute la suite.

MÉTHODE
Chute dans un fluide : 1) système et référentiel ; 2) bilan des forces ; 3) deuxième loi de Newton en vecteurs ; 4) projection sur l'axe, en regardant le sens de chaque force par rapport à celui de l'axe.

1.3 Montrer que $\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}$ peut se mettre sous la forme $\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = A - B\,v_G$, avec $A = g\left(1 - \frac{\rho_{\text{huile}}\,V}{m}\right)$ et $B = \frac{k}{m}$.

On divise l'équation de la question 1.2 par m :

$$\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = g - \frac{\rho_{\text{huile}}\,V\,g}{m} - \frac{k}{m}\,v_G$$

puis on met g en facteur dans les deux premiers termes :

$$\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = g\left(1 - \frac{\rho_{\text{huile}}\,V}{m}\right) - \frac{k}{m}\,v_G$$

$\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = A - B\,v_G$ avec $A = g\left(1 - \frac{\rho_{\text{huile}}\,V}{m}\right)$ et $B = \frac{k}{m}$

1.4 Vérifier que la constante A vaut 1,27 S.I. en précisant son unité.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\rho_{\text{huile}} = 0{,}910\ \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$; $V = 33{,}5\ \text{cm}^3$; $m = 35{,}0\ \text{g}$

Le rapport $\frac{\rho_{\text{huile}}\,V}{m}$ est sans unité : $\rho_{\text{huile}}\,V = 0{,}910 \times 33{,}5 = 30{,}5$ g est une masse, divisée par la masse m en grammes.

$$A = 9{,}81 \times \left(1 - \frac{0{,}910 \times 33{,}5}{35{,}0}\right) = 1{,}27$$

La parenthèse étant sans unité, A a l'unité de g : c'est une accélération.

$A = 1{,}27\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, valeur conforme à celle de l'énoncé.

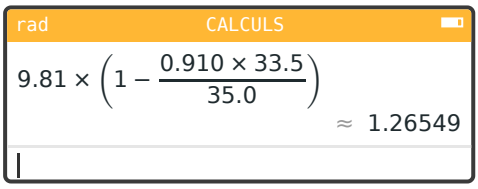
PIÈGE

Mélanger les unités dans le rapport : $\rho_{\text{huile}}\,V$ en grammes impose m en grammes. Avec $m = 35{,}0 \times 10^{-3}$ kg au dénominateur et le numérateur en grammes, le résultat est absurde (négatif).

COMPRENDRE

Les données ont trois chiffres significatifs, le résultat aussi : 1,26549 s'arrondit à 1,27. Autre façon de trouver l'unité : A s'ajoute à $\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}$, donc s'exprime comme une accélération.

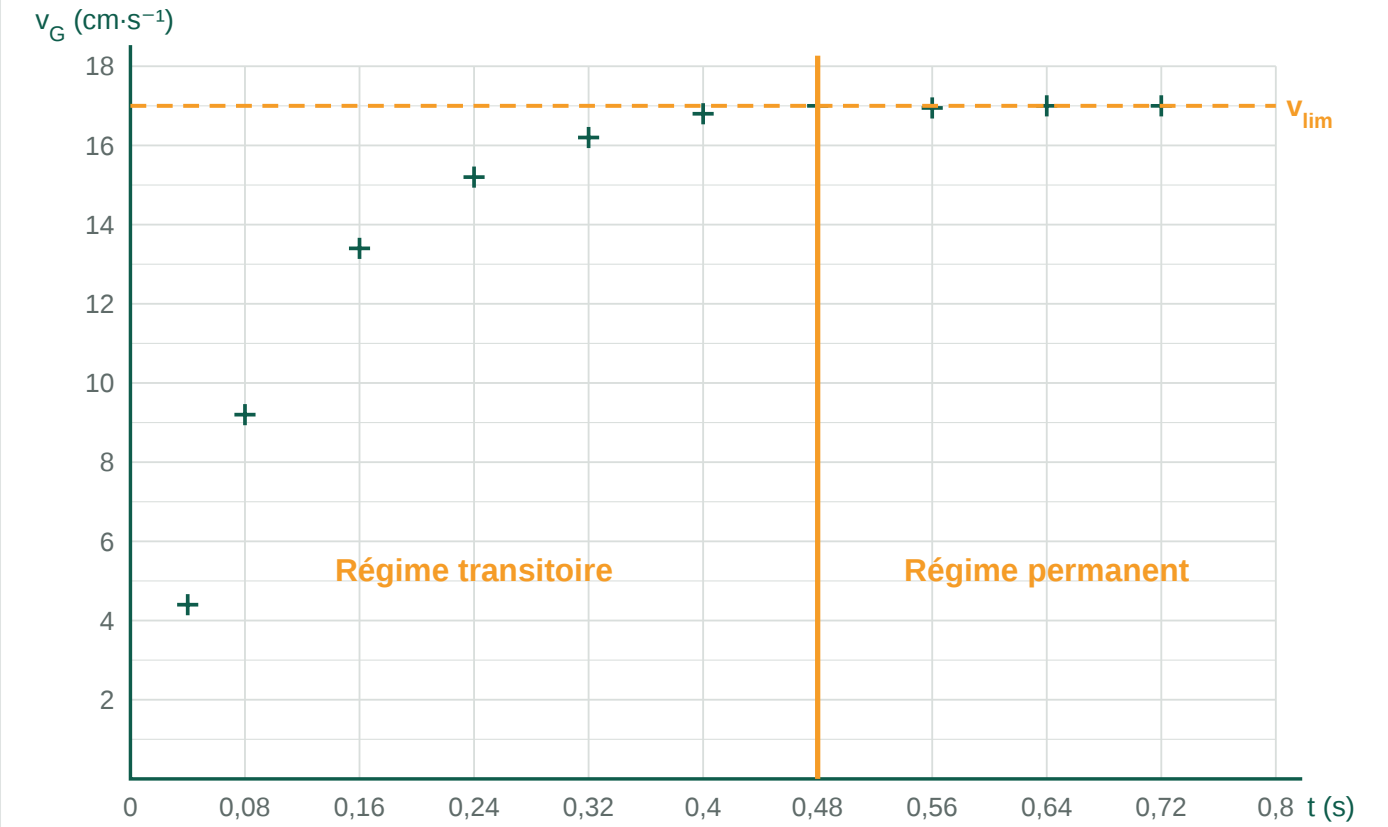
À LA CALCULATRICE



1.5.1 Séparer, sur le graphe de l'annexe 1, par un axe vertical les domaines des deux régimes ; préciser le domaine du régime permanent et celui du régime transitoire.

Tant que la vitesse augmente, le régime est transitoire. Lorsque la vitesse ne varie plus, le régime est permanent. Sur l'annexe, les points s'alignent sur un palier horizontal à partir de $t \approx 0{,}48$ s : on trace l'axe vertical à cette date.

Régime transitoire pour $t < 0{,}48$ s environ ; régime permanent au-delà.



1.5.1 · Annexe 1 complétée : séparation des deux régimes et vitesse limite

1.5.2 Relever la valeur de la vitesse limite v_{lim} sur la représentation graphique $v_G = f(t)$.

La vitesse limite est l'ordonnée du palier horizontal atteint par les points expérimentaux.

$$v_{\text{lim}} = 17 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 0{,}17 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

PIÈGE

L'axe vertical de l'annexe est gradué en $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$, alors que le tableau de la méthode d'Euler est en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Donner l'unité lue, et convertir avant toute comparaison.

1.5.3 Que vaut l'accélération de la balle quand celle-ci atteint la vitesse limite ?

Quand la vitesse limite est atteinte, v_G reste constante. L'accélération, dérivée de la vitesse par rapport au temps, est donc nulle.

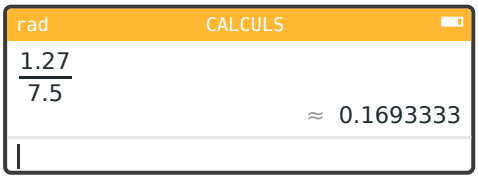
$$a_G = \frac{\text{d}v_G}{\text{d}t} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

COMPRENDRE

Les forces se compensent alors : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = \vec{0}$, le mouvement est rectiligne uniforme.

L'équation différentielle donne $v_{\text{lim}} = \frac{A}{B} = 0{,}17 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, en accord avec la lecture graphique.

À LA CALCULATRICE



1.6.1 Quel est le pas d'itération de la méthode d'Euler proposée ?

Le pas est la durée qui sépare deux dates consécutives du tableau : $\Delta t = 0{,}080 - 0 = 0{,}16 - 0{,}080$.

$$\Delta t = 0{,}080 \text{ s}$$

1.6.2 Que vaut l'accélération à l'instant $t = 0$ s ?

Données utiles $A = 1{,}27\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (1.4) ; $v_G(0) = 0$ (tableau)

À $t = 0$ s, la vitesse est nulle, donc $\dfrac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}(0) = A - B \times 0 = A$.

$$\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}(0) = A = 1{,}27\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

COMPRENDRE
L'accélération initiale est très inférieure à g : dès le départ, la poussée d'Archimède compense l'essentiel du poids. Le frottement, lui, est encore nul puisque la balle n'a pas de vitesse.

1.6.3 En utilisant la méthode d'Euler, calculer la valeur de la vitesse à l'instant $t = 0{,}24$ s.

Données utiles à $t = 0{,}16$ s : $v_G = 0{,}143\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\dfrac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = 0{,}20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\Delta t = 0{,}080$ s (1.6.1)

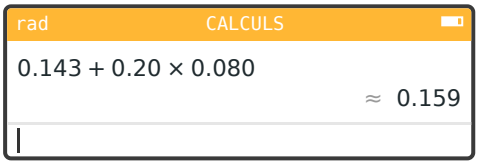
La seconde relation d'Euler, écrite entre $t = 0{,}16$ s et $t = 0{,}24$ s, donne :

$$v_G(0{,}24) = v_G(0{,}16) + \frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}(0{,}16) \times \Delta t = 0{,}143 + 0{,}20 \times 0{,}080$$

$$v_G(0{,}24) = 0{,}159\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

PIÈGE
Utiliser l'accélération de la date d'arrivée (0,24 s), encore inconnue, ou celle d'une autre colonne. La vitesse suivante se calcule toujours avec la vitesse et l'accélération de la date précédente.

À LA CALCULATRICE



1.6.4 En déduire la valeur de l'accélération à l'instant $t = 0{,}24$ s.

Données utiles $A = 1{,}27\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $B = 7{,}5\ \text{s}^{-1}$; $v_G(0{,}24) = 0{,}159\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (1.6.3)

La première relation d'Euler, à la date $t = 0{,}24$ s, donne :

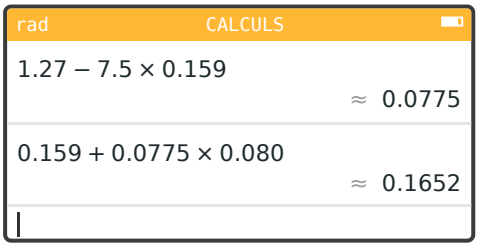
$$\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}(0{,}24) = A - B \times v_G(0{,}24) = 1{,}27 - 7{,}5 \times 0{,}159$$

$$\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}(0{,}24) = 0{,}08\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

COMPRENDRE
Le résultat est arrondi au centième, comme les autres accélérations du tableau. Contrôle : la ligne suivante donne bien $0{,}159 + 0{,}0775 \times 0{,}080 = 0{,}165\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur du tableau à $t = 0{,}32$ s.

MÉTHODE
Méthode d'Euler : à chaque date, 1) l'accélération se calcule avec l'équation différentielle et la vitesse de cette date ; 2) la vitesse suivante vaut vitesse + accélération × pas. On recommence colonne après colonne.

À LA CALCULATRICE

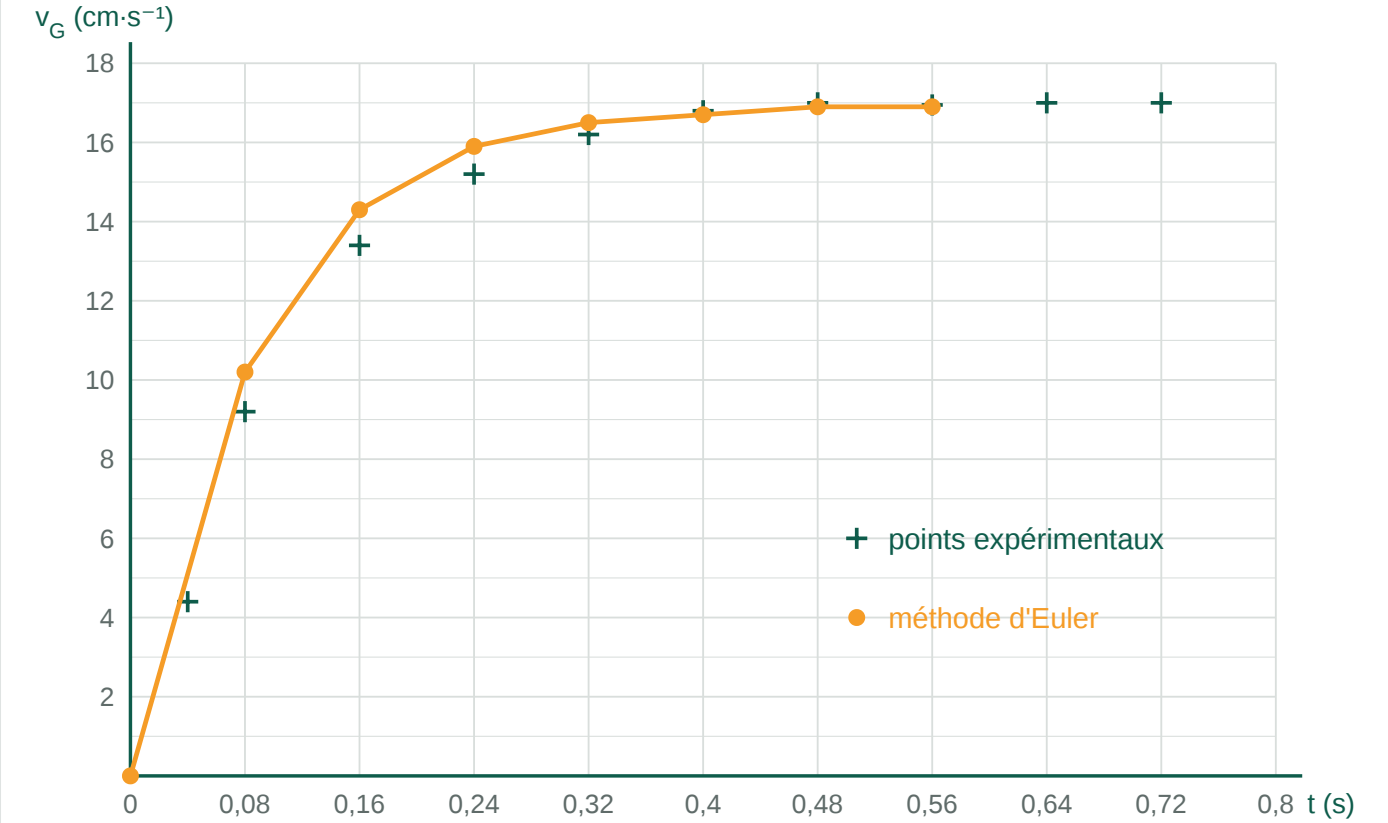


1.7 Placer sur la représentation $v_G = f(t)$ de l'annexe 1 les valeurs des vitesses obtenues par la méthode d'Euler et tracer la courbe passant par ces points.

Données utiles tableau complété avec $v_G(0{,}24) = 0{,}159\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (1.6.3)

Les vitesses du tableau sont converties en $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ avant d'être placées sur l'annexe : 0 ; 10,2 ; 14,3 ; 15,9 ; 16,5 ; 16,7 ; 16,9 ; 16,9 aux dates 0 ; 0,080 ; 0,16 ; 0,24 ; 0,32 ; 0,40 ; 0,48 ; 0,56 s.

Huit points placés (de $t = 0$ à $t = 0{,}56$ s) et courbe tracée : voir l'annexe complétée.



1.7 · Annexe 1 complétée : points calculés par la méthode d'Euler et courbe passant par ces points

1.8 Sur quel paramètre peut-on agir pour améliorer la résolution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler ? La modélisation $\vec{f} = -k\,\vec{v}_G$ de la force de frottement est-elle valide ? Justifier.

On peut agir sur le pas d'itération Δt : plus il est petit, plus les valeurs calculées sont proches de la solution exacte de l'équation différentielle (au prix d'un plus grand nombre de calculs).

La courbe obtenue par la méthode d'Euler a la même allure que la série de points expérimentaux et elle en reste proche : écart d'environ $1\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ au début, puis même palier (16,9 contre $17\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$).

Il faut diminuer le pas Δt. Le modèle $\vec{f} = -k\,\vec{v}_G$ est valide : la courbe calculée suit les points expérimentaux.

COMPRENDRE

La courbe d'Euler passe un peu au-dessus des points pendant le régime transitoire. C'est l'effet d'un pas assez grand : l'accélération, qui diminue, est supposée constante pendant 0,080 s, ce qui surestime la vitesse.

2.1 À l'aide de l'expression de B (question 1.3) et de l'hypothèse $\vec{f} = -k\,\vec{v}_G$, exprimer la viscosité η en fonction de B, m et R.

Les deux expressions de la force, $\vec{f} = -k\,\vec{v}_G$ et $\vec{f} = -6\,\pi\,\eta\,R\,\vec{v}_G$, sont identiques si $k = 6\,\pi\,\eta\,R$.

Or $B = \dfrac{k}{m}$, donc $k = B\,m$, d'où $6\,\pi\,\eta\,R = B\,m$.

$$\eta = \frac{B\,m}{6\,\pi\,R}$$

2.2 Calculer la viscosité η de l'huile étudiée.

Données utiles $B = 7{,}5\ \text{s}^{-1}$; $m = 35{,}0\ \text{g} = 35{,}0 \times 10^{-3}$ kg ; $R = 2{,}00\ \text{cm} = 2{,}00 \times 10^{-2}$ m

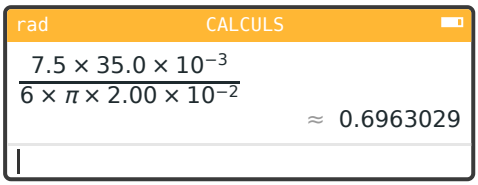
$$\eta = \frac{B\,m}{6\,\pi\,R} = \frac{7{,}5 \times 35{,}0 \times 10^{-3}}{6\,\pi \times 2{,}00 \times 10^{-2}}$$

$\eta = 0{,}70\ \text{Pa} \cdot \text{s}$

PIÈGE
Laisser m en grammes ou R en centimètres : la formule de Stokes exige le kilogramme et le mètre. Avec les valeurs brutes de l'énoncé, on trouve un nombre 10 fois trop grand.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement, car $B = 7{,}5\ \text{s}^{-1}$ n'en a que deux.

À LA CALCULATRICE



2.3 À l'aide des valeurs de viscosité données, identifier l'huile de moteur étudiée.

Données utiles à 20 °C : SAE 10, $\eta = 0{,}088\ \text{Pa} \cdot \text{s}$; SAE 30, $\eta = 0{,}290\ \text{Pa} \cdot \text{s}$; SAE 50, $\eta = 0{,}700\ \text{Pa} \cdot \text{s}$

La valeur trouvée, $\eta = 0{,}70\ \text{Pa} \cdot \text{s}$ (2.2), est égale à la viscosité de l'huile SAE 50 et très éloignée des deux autres.

L'huile étudiée est l'huile SAE 50.