Durée de fonctionnement d'une pile cuivre-aluminium

Bac S 2004 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **2,5 points** **Durée conseillée 26 min**

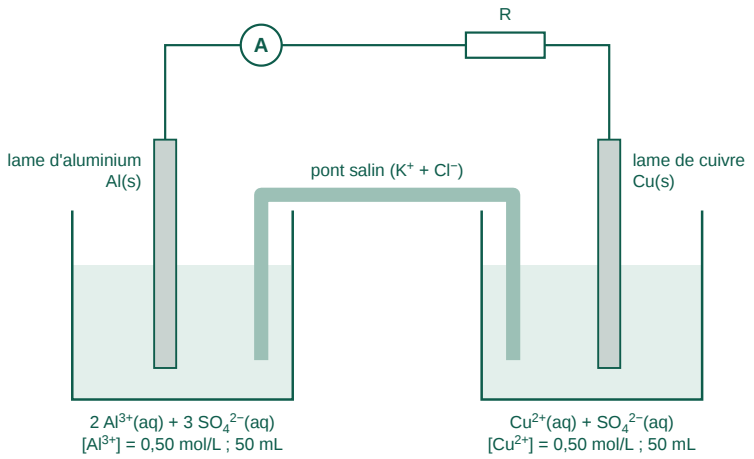
1 Réaliser le schéma annoté de la pile.

Chaque demi-pile associe un métal et la solution contenant son cation : lame d'aluminium dans la solution de sulfate d'aluminium, lame de cuivre dans la solution de sulfate de cuivre. Le pont salin relie les deux solutions.

À l'extérieur, les deux lames sont reliées par l'ampèremètre et la résistance montés en série.

Schéma ci-dessous : deux demi-piles, pont salin, ampèremètre et résistance en série entre les lames.

PIÈGE
Oublier le pont salin, ou le faire toucher les lames. Il plonge dans les deux solutions : sans lui, le circuit est ouvert et aucun courant ne circule.



1 · Schéma annoté de la pile cuivre-aluminium

2 Le courant circule de la plaque de cuivre vers la plaque d'aluminium à l'extérieur de la pile. Préciser, en le justifiant, la polarité de la pile et compléter le schéma.

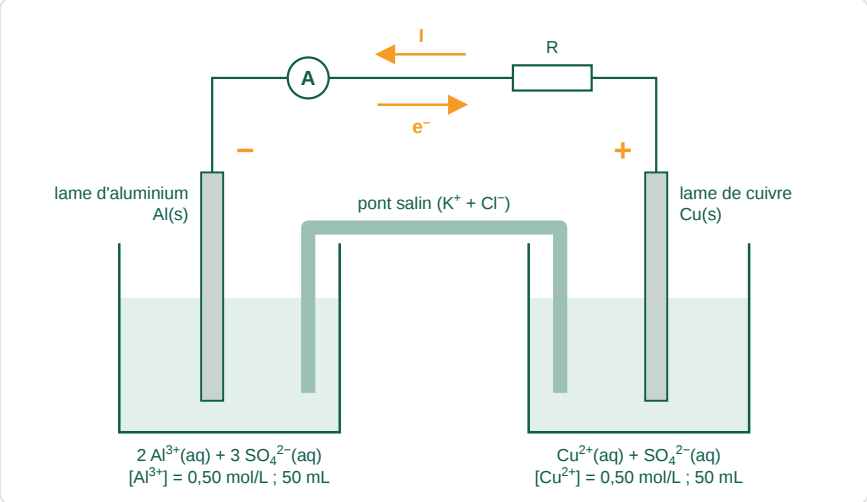
À l'extérieur d'un générateur, le courant sort par la borne positive et rentre par la borne négative.

Le courant va du cuivre vers l'aluminium dans le circuit extérieur : il sort donc de la pile par la lame de cuivre.

Les électrons se déplacent en sens inverse du courant, de l'aluminium vers le cuivre.

La lame de cuivre est la borne **positive**, la lame d'aluminium est la borne **négative**.

COMPRENDRE
Dans les solutions et le pont salin, ce sont les ions qui transportent la charge : les cations vont vers la demi-pile du cuivre, les anions vers celle de l'aluminium.



2 · Schéma complété : polarité, sens du courant I et des électrons (en orange)

3 Écrire les équations des réactions se produisant à chaque électrode, l'équation de fonctionnement étant $3\,Cu^{2+}(aq) + 2\,Al(s) = 3\,Cu(s) + 2\,Al^{3+}(aq)$.

Données utiles couples $Cu^{2+}(aq)$ / $Cu(s)$ et $Al^{3+}(aq)$ / $Al(s)$; polarité (Q2)

À la lame d'aluminium (borne $-$), des électrons sont libérés : c'est une oxydation, cette électrode est l'anode.

$$Al(s) = Al^{3+}(aq) + 3\,e^-$$

À la lame de cuivre (borne $+$), les électrons arrivent et sont consommés : c'est une réduction, cette électrode est la cathode.

$$Cu^{2+}(aq) + 2\,e^- = Cu(s)$$

Anode : $Al(s) = Al^{3+}(aq) + 3\,e^-$; cathode : $Cu^{2+}(aq) + 2\,e^- = Cu(s)$

MÉTHODE
Vérifier avec l'équation (1) : $2\times$ (oxydation de Al) $+ 3\times$ (réduction de Cu^{2+}) redonne bien l'équation, avec 6 électrons échangés. Ce nombre sert à la question 5.2.

4.1 Déterminer le quotient initial de réaction du système ainsi constitué.

Données utiles $[Al^{3+}]_i = 5{,}0 \times 10^{-1}\ mol \cdot L^{-1}$; $[Cu^{2+}]_i = 5{,}0 \times 10^{-1}\ mol \cdot L^{-1}$

Les solides n'interviennent pas dans le quotient de réaction ; chaque concentration porte son nombre stœchiométrique en exposant :

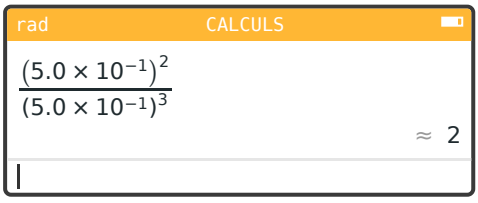
$$Q_{r,i} = \frac{[Al^{3+}]_i^2}{[Cu^{2+}]_i^3} = \frac{(5{,}0 \times 10^{-1})^2}{(5{,}0 \times 10^{-1})^3}$$

$Q_{r,i} = 2{,}0$

PIÈGE
Oublier les exposants 2 et 3 donne $Q_{r,i} = 1$. Faire figurer Cu(s) ou Al(s) dans l'expression est aussi une erreur.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les concentrations. Q_r est sans unité : les concentrations y sont en fait divisées par $c^\circ = 1\ mol \cdot L^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



4.2 Le sens d'évolution du système étudié est-il cohérent ?

Données utiles $K = 10^{200}$; $Q_{r,i} = 2{,}0$ (Q4.1)

$Q_{r,i} = 2{,}0$ est très inférieur à $K = 10^{200}$: d'après le critère d'évolution spontanée, le système évolue dans le sens direct de l'équation (1).

Dans ce sens, l'aluminium est oxydé et cède des électrons, que les ions Cu^{2+} captent à la lame de cuivre. Les électrons vont donc de l'aluminium vers le cuivre dans le circuit, et le courant du cuivre vers l'aluminium.

$Q_{r,i} < K$: évolution dans le sens direct, cohérente avec le sens du courant indiqué par l'ampèremètre.

MÉTHODE
Critère d'évolution : $Q_r < K$, sens direct ; $Q_r > K$, sens inverse ; $Q_r = K$, équilibre. Pour une pile, l'équilibre correspond à la pile usée.

5.1 Déterminer les quantités de matière initiales des réactifs de l'équation (1). Compléter le tableau descriptif de l'évolution du système (annexe 3). En déduire la valeur de l'avancement maximal.

Données utiles $m_1 = 1{,}0$ g ; $M(\text{Al}) = 27{,}0$ g · mol^{-1} ; $[Cu^{2+}]_i = 5{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $V = 50$ mL

Ions cuivre(II) : $n_i(Cu^{2+}) = [Cu^{2+}]_i \times V = 5{,}0 \times 10^{-1} \times 50 \times 10^{-3} = 2{,}5 \times 10^{-2}$ mol

Aluminium : $n_i(\text{Al}) = \dfrac{m_1}{M(\text{Al})} = \dfrac{1{,}0}{27{,}0} = 3{,}7 \times 10^{-2}$ mol

Tableau : voir l'annexe complétée ci-dessous.

Recherche du réactif limitant :

si Cu^{2+} est limitant, $2{,}5 \times 10^{-2} - 3x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \dfrac{2{,}5 \times 10^{-2}}{3} = 8{,}3 \times 10^{-3}$ mol ;

si Al est limitant, $3{,}7 \times 10^{-2} - 2x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \dfrac{3{,}7 \times 10^{-2}}{2} = 1{,}9 \times 10^{-2}$ mol.

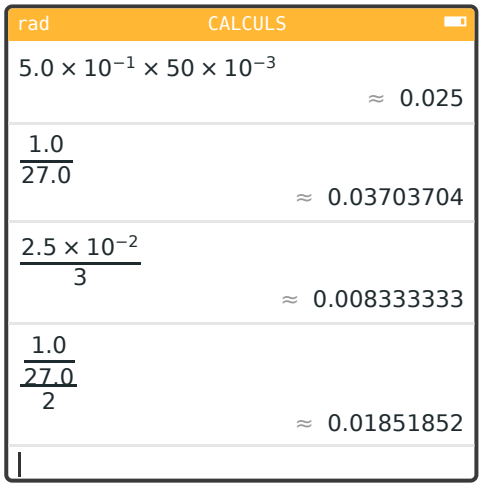
On retient la plus petite valeur : Cu^{2+} est le réactif limitant.

$x_{max} = 8{,}3 \times 10^{-3}$ mol

PIÈGE
Comparer directement $2{,}5 \times 10^{-2}$ et $3{,}7 \times 10^{-2}$ mol ne suffit pas : il faut diviser chaque quantité par son nombre stœchiométrique (3 et 2). Penser aussi à convertir 50 mL en litres.

COMPRENDRE
La pile cesse de débiter quand les ions Cu^{2+} sont épuisés. Il reste alors de l'aluminium : la lame n'est pas entièrement consommée.

À LA CALCULATRICE



Équation		3 Cu^{2+}(aq) +	2 Al(s) =	3 Cu(s) +	2 Al^{3+}(aq)
État du système	Avancement	Quantités de matière (mol)			
État initial	0	$2{,}5\times10^{-2}$	$3{,}7\times10^{-2}$	14×10^{-2}	$2{,}5\times10^{-2}$
En cours	x	$2{,}5\times10^{-2} - 3x$	$3{,}7\times10^{-2} - 2x$	$14\times10^{-2} + 3x$	$2{,}5\times10^{-2} + 2x$

5.1 · Annexe 3 complétée (ajouts en orange)

5.2 Calculer la quantité maximale d'électricité que peut débiter cette pile.

Données utiles $F = 9{,}6 \times 10^4$ C · mol^{-1} ; $x_{max} = 8{,}3 \times 10^{-3}$ mol (Q5.1)

D'après les demi-équations, l'équation (1) met en jeu 6 électrons : 3×2 captés par les ions Cu^{2+}, 2×3 cédés par l'aluminium.

Pour un avancement x_{max}, la quantité d'électrons ayant circulé est $n(e^-) = 6\,x_{max}$.

Une mole d'électrons porte, en valeur absolue, la charge F :

$$Q_{max} = n(e^-) \times F = 6\,x_{max}\,F = 6 \times 8{,}3 \times 10^{-3} \times 9{,}6 \times 10^4$$

$$\boxed{Q_{max} = 4{,}8 \times 10^3 \text{ C}}$$

PIÈGE

Écrire $Q_{max} = x_{max} \times F$ en oubliant le facteur 6, ou prendre 2 ou 3 électrons au lieu des 6 échangés dans l'équation (1).

COMPRENDRE

Le titre parle de durée : pour un courant d'intensité I constante, la pile fonctionnerait $\Delta t = \dfrac{Q_{max}}{I}$. Ici $Q_{max} \approx 1{,}3$ A · h (1 A·h = 3600 C).

À LA CALCULATRICE

