EXERCICE 1 : LA PILE CUIVRE-ALUMINIUM ET LE CONDENSATEUR
RÉUNION 2006 (8 POINTS)

Les questions IV, V et VI peuvent être résolues indépendamment les unes des autres et indépendamment de la résolution des questions I, II et III.

LA PILE CUIVRE-ALUMINIUM

I. On introduit dans un becher un volume V = 50 mL d'une solution de chlorure d'aluminium (Al^{3+} + 3 Cl^-), de concentration en soluté apporté 0,10 mol.L^{-1}, dans laquelle plonge une lame d'aluminium. Dans un second becher, on introduit un volume V = 50 mL d'une solution de sulfate de cuivre (Cu^{2+} + SO_4^{2-}), de concentration molaire en soluté apporté 0,10 mol.L^{-1}, dans laquelle plonge une lame de cuivre. On relie les deux bechers à l'aide d'un pont salin contenant du nitrate d'ammonium (NH_4^+ + NO_3^-).
Lorsqu'on branche un voltmètre électronique avec sa borne COM reliée à l'électrode d'aluminium, on mesure une différence de potentiel U = + 1,8 V.

I.1. Quelle est la polarité de la pile ?

I.2. Quel est le rôle du pont salin ?

II. On relie la pile à un conducteur ohmique.

II.1. Faire un schéma légendé en indiquant le sens du courant dans le circuit, et en représentant le déplacement des différents porteurs de charge à l'intérieur et à l'extérieur de la pile.

II.2. Écrire et nommer les réactions qui se produisent aux électrodes.

II.3. Montrer que la transformation entre les deux couples peut s'écrire :

$$3\ Cu^{2+} + 2\ Al = 3\ Cu + 2\ Al^{3+}$$

II.4. La constante d'équilibre associée à la transformation est $K = 10^{20}$.
II.4.1. Calculer le quotient de réaction initial.

II.4.2. Montrer en appliquant le critère d'évolution spontanée que le sens d'évolution est cohérent avec le fonctionnement de la pile.

III. La pile fonctionne pendant 1 h 30 min en débitant un courant d'intensité constante **I** = 40 mA.
Données : Le faraday: valeur absolue de la charge d'une mole d'électrons de symbole F
$F = 9{,}65.10^4$ C.mol^{-1}
Masse molaire de l'aluminium: 27 g.mol^{-1}

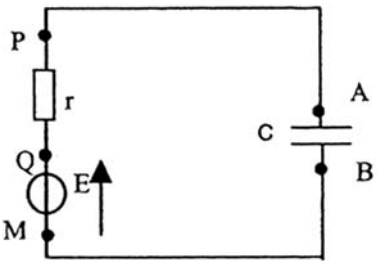
III.1. Calculer la quantité d'électricité Q échangée pendant 1 h 30 min.

III.2. Calculer la quantité de matière d'électrons n_e échangée pendant cette durée.

III.3. Donner la relation entre n_e et n_{Al}, quantité de matière d'aluminium ayant disparu.

III.4. Calculer la perte de masse de l'électrode d'aluminium.

IV. La pile est équivalente à l'association série d'un générateur de tension de force électromotrice E = 1,8 V et d'un conducteur ohmique de résistance r. On remplace le conducteur ohmique par un condensateur branché entre les bornes P et M de la pile (voir schéma ci-après).



IV.1. Recopier le schéma ci- dessus sur la copie en représentant :
- le sens du courant au cours de la charge du condensateur,
- les flèches représentant les tensions u_{QM} , u_{QP} et u_{AB}.

IV.2. Quel est le signe de la charge prise par l'armature A du condensateur au cours de la charge ?

IV.3. À chaque instant, la charge q_A de l'armature A du condensateur est proportionnelle à la tension $\mathbf{u_{AB}}$ entre ses armatures A et B. Quels sont le nom et l'unité de ce coefficient de proportionnalité ?

V. Étude de la variation de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps lorsqu'il est soumis à un échelon de tension.

V.1. À l'aide d'un graphique, expliquer ce qu'est un échelon de tension E.

V.2. L'équation différentielle permettant de déterminer la tension u_{AB} aux bornes du condensateur est de la forme :

$$E = r.C.\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB}$$

V.2.1. Que représente la grandeur C ?

V.2.2. La solution de cette équation différentielle est : $u_{AB} = E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$. En déduire l'expression de la constante τ.

V.2.3. Quelle est l'unité de τ ? Le vérifier par analyse dimensionnelle. Quel nom donne-t-on à τ ?

V.2.4. Quelles valeurs, écrites en fonction de E, prend la tension u_{AB} aux dates suivantes :

$t = \tau$ $t = 3\,\tau$ $t = 5\,\tau$ $t = 10\,\tau$?

V.2.5. À partir de ces résultats, dessiner l'allure de la courbe $u_{AB} = f(t)$ de t = 0 à environ $t = 6\,\tau$.

VI. Après avoir chargé un condensateur de capacité C = 100 mF sous la tension E = 1,8 V, on le décharge dans un moteur qui en tournant provoque la montée d'une hauteur h, à vitesse constante, d'un solide S de masse m = 100 g.

Donnée : g = 10 $m.s^{-2}$.

VI.1. Quelle est l'énergie maximale E emmagasinée dans le condensateur ?

VI.2. De quelle hauteur h pourrait monter le solide si le transfert d'énergie se faisait avec un rendement de 100 % ?