Corrigé complet — Bac S 2004 Amérique du Sud (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Préparation d'un savon parfumé à la lavande** Estérification · Quotient de réaction et sens d'évolution · Chauffage à reflux et distillation fractionnée · Rendement d'une synthèse · Saponification · Indicateur coloré	6 pts	1 h 18	17 questions	p. 2
Ex 2	**Spécialité : Comment accorder une guitare** Ondes stationnaires · Modes propres d'une corde · Fondamental et harmoniques · Hauteur d'un son · Célérité sur une corde tendue	4 pts	52 min	12 questions	p. 7
Ex 3	**Du Big Bang aux éléments chimiques** Équivalence masse-énergie · Composition d'un noyau · Lois de conservation · Fusion nucléaire · Énergie de liaison par nucléon · Radioactivité bêta moins	6 pts	1 h 18	18 questions	p. 11
Ex 4	**Mouvements plans** Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équation de la trajectoire · Analyse dimensionnelle · Mouvement circulaire uniforme d'un satellite · Période de révolution	4 pts	52 min	8 questions	p. 16

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Préparation d'un savon parfumé à la lavande

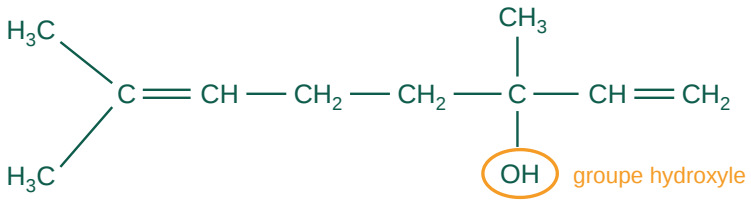
Bac S 2004 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Recopier la formule semi-développée du linalol et entourer le groupe caractéristique de la fonction alcool.

Le groupe caractéristique de la fonction alcool est le groupe hydroxyle $-\mathrm{OH}$, porté par un atome de carbone tétraédrique.

Groupe entouré : le groupe hydroxyle $-\mathrm{OH}$ (voir la formule ci-dessous).

PIÈGE
Entourer aussi l'atome de carbone qui porte $-\mathrm{OH}$, ou une double liaison $\mathrm{C{=}C}$: le groupe caractéristique se limite à $-\mathrm{OH}$.



1.1 · Formule semi-développée du linalol : le groupe hydroxyle est entouré

1.2 À quelle famille chimique l'acétate de linalyle appartient-il ?

L'acétate de linalyle est obtenu par réaction entre un acide carboxylique (l'acide acétique) et un alcool (le linalol) ; il contient le groupe $-\mathrm{COO}-\mathrm{C}$.

L'acétate de linalyle appartient à la famille des **esters**.

MÉTHODE
Un nom en « -ate de -yle » désigne un ester : « acétate » vient de l'acide acétique, « linalyle » vient de l'alcool, le linalol.

1.3 En utilisant les formules semi-développées, écrire l'équation de la réaction de préparation de l'acétate de linalyle. Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?

Acide acétique + linalol $\rightleftharpoons$ acétate de linalyle + eau :

$$\mathrm{CH_3{-}COOH + (CH_3)_2C{=}CH{-}CH_2{-}CH_2{-}C(CH_3)(OH){-}CH{=}CH_2}$$
$$\rightleftharpoons \mathrm{(CH_3)_2C{=}CH{-}CH_2{-}CH_2{-}C(CH_3)(O{-}CO{-}CH_3){-}CH{=}CH_2 + H_2O}$$

C'est une estérification : réaction **lente** et **limitée** (elle conduit à un équilibre, car l'hydrolyse de l'ester est la réaction inverse).

PIÈGE
Oublier la molécule d'eau parmi les produits, ou écrire une flèche simple : la double flèche (ou le signe $=$) traduit le caractère limité.

COMPRENDRE
L'atome d'oxygène qui relie les deux parties de l'ester est celui de l'alcool ; le groupe $-\mathrm{OH}$ éliminé avec un H pour former l'eau provient de l'acide.

1.4.1 Qu'est-ce qu'un catalyseur ?

Un catalyseur est une espèce chimique qui **augmente la vitesse** d'une réaction sans figurer dans son équation : il est consommé puis régénéré, et il ne modifie pas l'état final du système.

PIÈGE
Écrire que le catalyseur améliore le rendement. Il permet d'atteindre plus vite le même état d'équilibre ; le taux d'avancement final est inchangé.

1.4.2 Écrire l'expression du quotient de réaction à l'état initial $Q_{r,i}$ de la transformation. Justifier le sens d'évolution du système.

Données utiles $K = 3 \times 10^{-3}$; mélange initial : linalol et acide acétique seulement

$$Q_{r,i} = \frac{[\text{ester}]_i \, [\text{H}_2\text{O}]_i}{[\text{acide}]_i \, [\text{linalol}]_i}$$

À l'état initial, le mélange ne contient ni ester ni eau : $[\text{ester}]_i = [\text{H}_2\text{O}]_i = 0$, donc $Q_{r,i} = 0$.

$Q_{r,i} = 0 < K$: le système évolue dans le **sens direct**, celui de la formation de l'ester et de l'eau.

COMPRENDRE
Ici l'eau n'est pas le solvant : c'est un produit comme un autre, sa concentration figure donc dans le quotient de réaction.

MÉTHODE
Comparer $Q_{r,i}$ à K : si $Q_{r,i} < K$, évolution dans le sens direct ; si $Q_{r,i} > K$, sens inverse ; si $Q_{r,i} = K$, le système est à l'équilibre.

1.5.1 Comment s'appelle le montage de la figure 1 ? Quel est son rôle ?

C'est un montage de **chauffage à reflux**.

Le chauffage élève la température du mélange, ce qui accélère la transformation (la température est un facteur cinétique). Le réfrigérant à boules condense les vapeurs, qui retombent dans le ballon : on chauffe sans perte de matière.

PIÈGE
Répondre seulement « chauffer ». Les deux rôles sont attendus : accélérer la réaction et éviter les pertes de réactifs et de produits par évaporation.

1.5.2 Indiquer le sens de circulation de l'eau en utilisant deux des lettres a, b et c.

L'eau froide entre par le bas du réfrigérant et ressort par le haut, de sorte que le manchon reste entièrement rempli.

L'eau circule de **c** (entrée, en bas) vers **b** (sortie, en haut).

COMPRENDRE
L'ouverture a est le sommet du réfrigérant : elle reste ouverte à l'air libre pour éviter toute surpression dans le montage. Elle ne sert pas à la circulation de l'eau.

1.5.3 Quelles espèces sont présentes dans le ballon lorsque le système chimique n'évolue plus ?

La transformation est limitée : à l'état final (équilibre), aucun réactif n'a totalement disparu.

Le ballon contient les deux produits (acétate de linalyle, eau), les deux réactifs restants (linalol, acide acétique) et le catalyseur (acide para-toluène sulfonique).

PIÈGE
Ne citer que les produits, comme pour une transformation totale, ou oublier le catalyseur, qui se retrouve intact en fin de réaction.

1.6.1 Comment s'appelle le montage de la figure 2 ? Quel est son rôle ?

Données utiles températures d'ébullition : eau $100\ ^\circ\text{C}$; acide acétique $118\ ^\circ\text{C}$; linalol $199\ ^\circ\text{C}$; acétate de linalyle $220\ ^\circ\text{C}$

C'est un montage de **distillation fractionnée**.

Il sert à séparer les espèces du mélange, qui ont des températures d'ébullition différentes. Elles distillent dans l'ordre croissant de ces températures : l'eau, puis l'acide acétique, puis le linalol. L'acétate de linalyle, le moins volatil, reste dans le ballon.

COMPRENDRE
Le thermomètre en tête de colonne indique la température d'ébullition de l'espèce en train de distiller : on change de récipient à chaque palier de température.

1.6.2 À partir de 40 mL de linalol, on récupère 2,5 mL d'acétate de linalyle. Calculer le rendement de la synthèse.

Données utiles linalol : $d = 0{,}87$, $M = 154\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; acétate de linalyle : $d = 0{,}89$, $M = 196\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\rho_{\text{eau}} = 1{,}00\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$

Pour un liquide de densité d : $\rho = d \times \rho_{\text{eau}}$, d'où $n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{\rho V}{M}$.

Linalol introduit : $n_1 = \dfrac{0{,}87 \times 40}{154} = 0{,}23\ \text{mol}$

Ester obtenu : $n_2 = \dfrac{0{,}89 \times 2{,}5}{196} = 1{,}1 \times 10^{-2}\ \text{mol}$

Le mélange est équimolaire et l'équation indique 1 mol d'ester pour 1 mol de linalol : $n_{\max} = n_1$.

$$\eta = \frac{n_2}{n_{\max}} = \frac{n_2}{n_1}$$

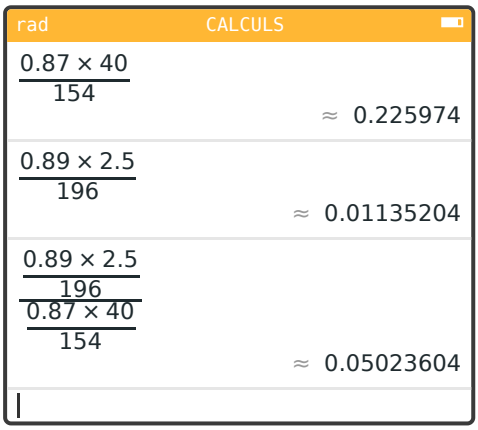
$\eta = 0{,}050$, soit un rendement de $5{,}0\ \%$.

PIÈGE
Diviser les volumes ($2{,}5/40 = 6{,}3\ \%$) : un rendement est un rapport de quantités de matière, et les deux liquides n'ont ni la même densité ni la même masse molaire.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les densités et les volumes. On garde les valeurs non arrondies de n_1 et n_2 dans la calculatrice pour le quotient final.

COMPRENDRE
Ce résultat est cohérent avec $K = 3 \times 10^{-3}$: pour un mélange équimolaire, le taux d'avancement à l'équilibre vaut $\sqrt{K}/(1+\sqrt{K}) \approx 5\ \%$.

À LA CALCULATRICE



1.7.1 Que proposer pour améliorer le rendement, sans changer la nature des réactifs ?

Deux moyens déplacent l'équilibre dans le sens direct :

- mettre l'un des réactifs en **excès** : ici l'acide acétique, puisque le linalol est très coûteux ;
- **éliminer un produit** au fur et à mesure de sa formation : l'eau, espèce la plus volatile du mélange, peut être extraite par distillation pendant la synthèse.

Utiliser un large excès d'acide acétique, ou éliminer l'eau au cours de la transformation.

PIÈGE
Proposer de chauffer davantage ou d'ajouter du catalyseur : ces deux facteurs agissent sur la vitesse, pas sur le rendement d'une estérification.

COMPRENDRE
Dans les deux cas, Q_r est maintenu inférieur à K (dénominateur plus grand, ou numérateur plus petit) : le système continue d'évoluer dans le sens direct.

1.7.2 Que proposer pour améliorer le rendement, en changeant l'un des réactifs ?

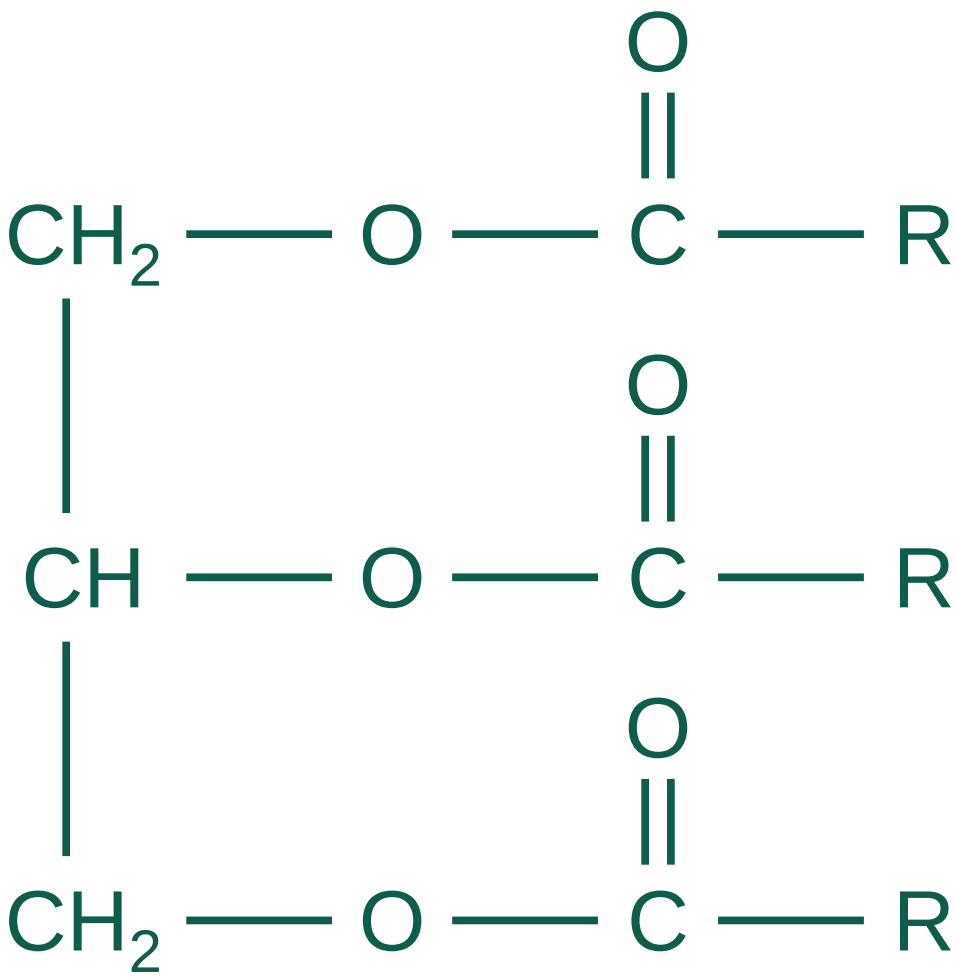
Remplacer l'acide acétique par l'**anhydride acétique** (présent dans le tableau de données) : sa réaction avec le linalol donne le même ester et elle est **totale**.

COMPRENDRE
Avec l'anhydride, il se forme de l'acide acétique et non de l'eau : l'hydrolyse de l'ester, réaction inverse de l'estérification, n'est plus possible. La réaction est aussi plus rapide.

2.1 Écrire la formule semi-développée générale d'un corps gras.

Un corps gras est un triester du glycérol : chacun des trois groupes $-\text{OH}$ du glycérol est remplacé par un groupe $-\text{O}-\text{CO}-\text{R}$.

$\text{R}-\text{COO}-\text{CH}_2-\text{CH}(\text{OOC}-\text{R})-\text{CH}_2-\text{OOC}-\text{R}$ (formule détaillée ci-dessous)



2.1 · Formule semi-développée générale d'un corps gras (triester du glycérol)

2.2 En utilisant les formules semi-développées, écrire l'équation de la réaction entre un corps gras et la soude.

Chacune des trois fonctions ester réagit avec un ion hydroxyde :

$$\mathrm{R{-}COO{-}CH_2{-}CH(OOC{-}R){-}CH_2{-}OOC{-}R + 3\,(Na^+ + HO^-)}$$
$$\longrightarrow \mathrm{CH_2OH{-}CHOH{-}CH_2OH + 3\,(R{-}COO^- + Na^+)}$$

triester + soude $\rightarrow$ glycérol + carboxylate de sodium (savon), avec les nombres stœchiométriques 1, 3, 1, 3.

PIÈGE
Oublier le nombre stœchiométrique 3 devant les ions hydroxyde et devant le carboxylate, ou écrire l'acide $\mathrm{R{-}COOH}$ comme produit : en milieu basique on obtient l'ion carboxylate.

2.3 Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?

La saponification (hydrolyse basique d'un ester) est une réaction **totale** ; elle est lente à froid et **rapide à chaud**, d'où le chauffage à reflux.

COMPRENDRE
Comparaison utile : l'hydrolyse d'un ester par l'eau seule est limitée ; avec les ions hydroxyde, elle devient totale, car l'ion carboxylate formé ne réagit pas avec l'alcool.

2.4 À l'aide du tableau, expliquer pourquoi on utilise de l'eau salée.

Données utiles oléate de sodium : solubilité faible dans l'eau, très faible dans l'eau salée saturée

Le savon (oléate de sodium) est un peu soluble dans l'eau, mais très peu soluble dans l'eau salée saturée. Versé dans cette solution, il précipite presque entièrement, alors que le glycérol, l'éthanol et la soude en excès restent dans la phase aqueuse.

L'eau salée sert à faire **précipiter le savon** (relargage) pour le séparer par filtration, en limitant les pertes par dissolution.

COMPRENDRE
Le tableau indique l'oléine « très soluble » dans l'eau, ce qui surprend pour une huile. La réponse n'en dépend pas : elle repose sur la colonne de l'oléate de sodium.

3 Pourquoi le professeur déconseille-t-il fortement aux élèves de se servir de ce savon pour se laver ?

Données utiles jaune d'alizarine G : jaune si $\mathrm{pH} < 10{,}0$; mauve si $\mathrm{pH} > 12{,}0$

Le mélange est mauve : l'indicateur a pris sa teinte basique, donc le pH du savon est supérieur à 12,0. Le savon contient encore de la soude, introduite en excès et mal éliminée par le rinçage.

$\mathrm{pH} > 12$: le savon est très basique, donc **corrosif** pour la peau et les yeux ; il ne doit pas être utilisé.

COMPRENDRE
Pour la même raison, un savon artisanal est rincé abondamment puis laissé plusieurs semaines en « cure » avant usage, le temps que la soude restante soit consommée.

Spécialité : Comment accorder une guitare

Bac S 2004 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Quel est le rôle de la table d'harmonie dans une guitare ?

Une corde seule met très peu d'air en mouvement : le son qu'elle produit est à peine audible.

La corde transmet ses vibrations, par le chevalet, à la table d'harmonie. Grâce à sa grande surface, la table fait vibrer l'air et rayonne le son.

La table d'harmonie assure le **couplage avec l'air** : elle amplifie le son en vibrant à la fréquence imposée par la corde.

COMPRENDRE
La corde est l'excitateur, la table (avec la caisse) le résonateur. La table ne crée pas la note : elle vibre en oscillations forcées, à la fréquence de la corde.

1.2 Quelle grandeur physique est associée à la hauteur d'une note ?

La hauteur d'une note est associée à la **fréquence** f (en hertz) du mode fondamental du son : plus f est grande, plus le son est aigu.

COMPRENDRE
Hauteur, timbre et harmoniques relèvent de l'ancien programme : ces notions ne figurent plus dans le programme actuel de spécialité de Terminale.

1.3.1 Écrire la condition d'existence d'une onde stationnaire entre deux obstacles fixes séparés par une longueur L. En déduire l'expression de la longueur d'onde λ du mode fondamental.

Les deux extrémités fixes sont des nœuds de vibration, et deux nœuds voisins sont distants de $\frac{\lambda}{2}$. La longueur L contient donc un nombre entier de demi-longueurs d'onde :

$$L = n\,\frac{\lambda}{2} \qquad (n \text{ entier}, n \geqslant 1)$$

Le mode fondamental correspond à $n = 1$ (un seul fuseau) :

$$\lambda = 2L$$

PIÈGE
Écrire $L = n\lambda$: entre deux nœuds consécutifs il y a une demi-longueur d'onde, pas une longueur d'onde entière.

1.3.2 Écrire la relation entre la longueur d'onde λ, la célérité v et la période T d'une onde sinusoïdale.

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période :

$$\lambda = v\,T$$

MÉTHODE
Vérifier l'homogénéité : v en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ multipliée par T en s donne bien une longueur en m.

1.3.3 En utilisant les résultats des questions 1.3.1 et 1.3.2, montrer que la période du son émis vaut $T = 2L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$.

Données utiles $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; $\lambda = 2L$ (1.3.1) ; $\lambda = vT$ (1.3.2)

Le son émis a la période du mode fondamental. D'après 1.3.2 : $T = \frac{\lambda}{v}$, et d'après 1.3.1 : $\lambda = 2L$, donc $T = \frac{2L}{v}$.

Avec $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, on a $\frac{1}{v} = \sqrt{\frac{\mu}{F}}$, d'où :

$T = 2L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$: c'est bien l'expression attendue.

PIÈGE
Diviser par une racine revient à multiplier par la racine de l'inverse : μ passe au numérateur. Une erreur ici fausse tout le raisonnement de la question 1.4.

1.4 L'accordeur indique que la corde de la a une hauteur trop basse. Quelle manipulation le guitariste doit-il faire pour l'accorder ? Justifier sans calcul à l'aide de l'expression de la question 1.3.3.

Données utiles $T = 2L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$ (1.3.3)

Hauteur trop basse : la fréquence $f = \frac{1}{T}$ est trop petite, donc la période T est trop grande. Il faut diminuer T.

Pour une corde donnée, L (distance sillet-chevalet) et μ sont fixées.

D'après $T = 2L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$, T diminue lorsque la tension F augmente.

Le guitariste doit **augmenter la tension** F de la corde de la, en tournant sa clef dans le sens qui tend la corde.

MÉTHODE
Raisonnement sans calcul : repérer les grandeurs fixées (L, μ), la seule qui peut varier (F), puis le sens de variation. Ici $f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ croît avec F.

2.1 Comment s'appelle le premier mode propre ? Comment s'appellent les autres modes propres ?

Le premier mode propre ($n = 1$) est le mode **fondamental** ; les modes suivants ($n \geqslant 2$) sont les **harmoniques**.

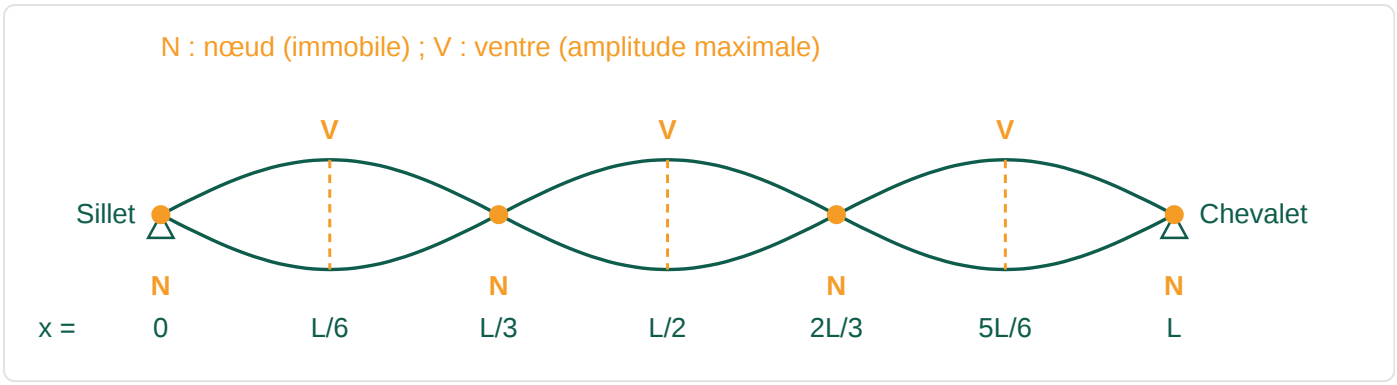
COMPRENDRE
D'après 1.3.1, $\lambda_n = \frac{2L}{n}$, donc $f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\,f_1$: les fréquences des harmoniques sont les multiples entiers de celle du fondamental.

2.2 Sur le troisième mode de la figure 4, préciser les positions des nœuds et des ventres de vibration.

Le troisième mode comporte trois fuseaux, chacun de longueur $\frac{L}{3}$.

- Nœuds (points immobiles) : aux extrémités des fuseaux, à 0 (sillet), $\frac{L}{3}$, $\frac{2L}{3}$ et L (chevalet).
- Ventres (amplitude maximale) : au milieu de chaque fuseau, à $\frac{L}{6}$, $\frac{L}{2}$ et $\frac{5L}{6}$.

Mode 3 : 4 nœuds (sillet et chevalet compris) et 3 ventres, repérés sur la figure.



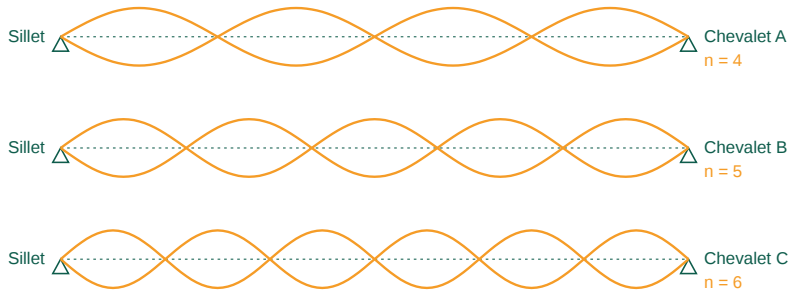
2.2 · Figure 4, troisième mode : nœuds et ventres (distances comptées depuis le sillet)

2.3 Sans souci d'échelle pour l'amplitude, représenter sur les lignes A, B, C de la figure 4 l'allure des trois modes propres d'ordre n immédiatement supérieur.

Le mode d'ordre n comporte n fuseaux de même longueur $\frac{L}{n}$, puisque $L = n\,\frac{\lambda}{2}$.

Ligne A : $n = 4$, quatre fuseaux ; ligne B : $n = 5$, cinq fuseaux ; ligne C : $n = 6$, six fuseaux.

PIÈGE
Les fuseaux d'un même mode ont tous la même longueur, et le sillet comme le chevalet restent des nœuds. S'aider du quadrillage pour placer les nœuds intermédiaires.



2.3 · Figure 4 complétée : modes d'ordre 4, 5 et 6

2.4 Compléter le tableau 4 donnant les fréquences associées aux 6 premiers modes propres des cordes de mi grave et la.

Données utiles tableau 3 : $f_1(\text{mi grave}) = 329{,}63$ Hz ; $f_1(\text{la}) = 440{,}00$ Hz

La fréquence du mode d'ordre n est $f_n = n\,f_1$.

Corde de mi grave : $f_1 = 329{,}63$ Hz ≈ 330 Hz (valeur cohérente avec $f_2 = 660$ Hz du tableau), donc $f_3 = 3 \times 330 = 990$ Hz et $f_4 = 4 \times 330 = 1320$ Hz.

Corde de la : $f_1 = 440$ Hz, donc $f_2 = 880$ Hz, $f_5 = 2200$ Hz et $f_6 = 2640$ Hz.

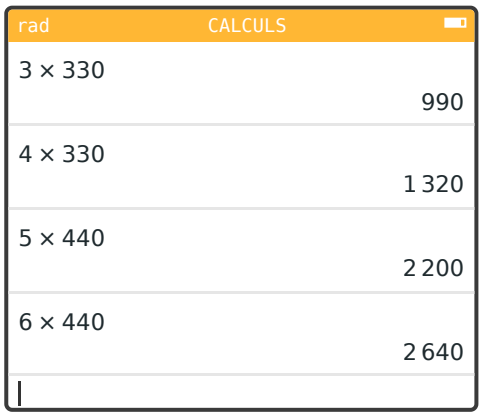
Mi grave : 330 ; 660 ; 990 ; 1320 ; 1650 ; 1980 Hz. La : 440 ; 880 ; 1320 ; 1760 ; 2200 ; 2640 Hz.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : le tableau 4 est donné au hertz près (660 pour $2 \times 329{,}63 = 659{,}26$). On complète avec la même précision, donc à partir de 330 Hz.

mode n° i	1	2	3	4	5	6
fréquence de la corde de mi grave (Hz)	330	660	990	1320	1650	1980
fréquence de la corde de la (Hz)	440	880	1320	1760	2200	2640

2.4 · Tableau 4 complété (valeurs ajoutées en orange)

À LA CALCULATRICE



2.5 Quels modes de vibration le guitariste supprime-t-il lorsqu'il pose son doigt au niveau de la frette n°5 ? Même question au niveau de la frette n°7.

Données utiles frette n°5 : à $\frac{L}{4}$ du sillet ; frette n°7 : à $\frac{L}{3}$ du sillet

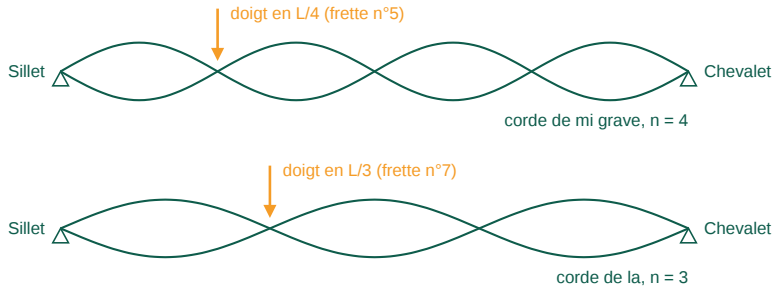
Le doigt effleure la corde : il empêche ce point de vibrer et lui impose d'être un nœud. Seuls subsistent les modes qui ont déjà un nœud à cet endroit. Les nœuds du mode n sont aux abscisses $k\,\frac{L}{n}$ (k entier).

Frette n°5 ($\frac{L}{4}$) : il faut $\frac{k}{n} = \frac{1}{4}$, soit n multiple de 4. Parmi les six premiers modes, seul $n = 4$ subsiste.

Frette n°7 ($\frac{L}{3}$) : il faut $\frac{k}{n} = \frac{1}{3}$, soit n multiple de 3. Les modes $n = 3$ et $n = 6$ subsistent.

Frette n°5 : modes 1, 2, 3, 5 et 6 supprimés (il reste $n = 4$). Frette n°7 : modes 1, 2, 4 et 5 supprimés (il reste $n = 3$ et $n = 6$).

PIÈGE
Répondre seulement « il supprime le fondamental ». Tous les modes qui présentent un mouvement à l'endroit du doigt disparaissent, harmoniques compris.



2.5 · Le doigt se trouve sur un nœud des modes conservés

2.6 Quelle est la fréquence commune du son obtenu sur les deux cordes ? À quelle note correspond-elle ?

Données utiles tableau 4 complété (2.4) ; modes conservés (2.5) ; tableau 3 : mi aigu à $1318{,}50$ Hz

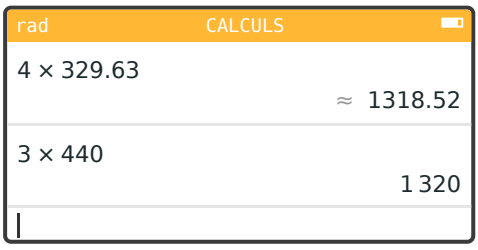
Corde de mi grave, doigt à la frette n°5 : il reste le mode 4, de fréquence $4 \times 330 = 1320$ Hz.

Corde de la, doigt à la frette n°7 : il reste les modes 3 et 6, de fréquences $3 \times 440 = 1320$ Hz et 2640 Hz. La hauteur du son est fixée par la plus basse : 1320 Hz.

Fréquence commune : $f \approx 1320$ Hz. D'après le tableau 3, cette note est un **mi aigu** ($1318{,}50$ Hz).

COMPRENDRE
Avec la valeur non arrondie, le mi grave donne $1318{,}5$ Hz et le la 1320 Hz : écart de $1{,}5$ Hz, dû à la gamme tempérée. Si les cordes sont mal accordées, l'écart grandit et s'entend.

À LA CALCULATRICE



Du Big Bang aux éléments chimiques

Bac S 2004 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 À quelle équivalence le texte fait-il allusion, en particulier dans sa dernière phrase ?

L'Univers transforme son « capital énergie » en « capital matière » : de l'énergie devient de la masse.

Le texte évoque l'équivalence entre la **masse** et l'**énergie**.

1.2 Donner une relation définissant cette équivalence. Préciser la signification et l'unité SI de chaque terme.

Relation d'Einstein : toute particule de masse m, au repos, possède une énergie de masse E.

- E : énergie de masse, en joules (J) ;
- m : masse de la particule, en kilogrammes (kg) ;
- c : célérité de la lumière dans le vide, en mètres par seconde ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$).

$$E = m\,c^2$$

PIÈGE
Donner une unité pratique (MeV pour l'énergie, unité de masse atomique pour la masse) alors que la question demande les unités du système international.

2 Calculer l'énergie de masse nécessaire à la création de la paire positon-électron, de masse $2\,m_e$. L'exprimer en J, puis en MeV.

Données utiles $c = 2{,}998 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg ; $1\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J

La paire a une masse $2\,m_e$; son énergie de masse est $E = 2\,m_e\,c^2$.

$$E = 2 \times 9{,}11 \times 10^{-31} \times (2{,}998 \times 10^{8})^2 = 1{,}64 \times 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

Conversion : $1\ \mathrm{MeV} = 10^{6}\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-13}$ J, donc

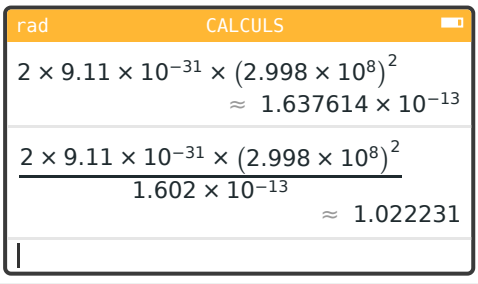
$$E = \frac{2 \times 9{,}11 \times 10^{-31} \times (2{,}998 \times 10^{8})^2}{1{,}602 \times 10^{-13}} = 1{,}02\ \mathrm{MeV}$$

$$E = 1{,}64 \times 10^{-13}\ \mathrm{J} = 1{,}02\ \mathrm{MeV}$$

PIÈGE
Oublier le facteur 2 (il faut créer deux particules), ou diviser par $1{,}602 \times 10^{-19}$: on obtient alors des eV, pas des MeV.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme m_e, la donnée la moins précise. La conversion se fait avec la valeur non arrondie gardée dans la calculatrice.

À LA CALCULATRICE



3 Donner la composition du noyau de deutérium ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$.

Dans ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$, Z est le nombre de protons et A le nombre de nucléons. Ici $Z = 1$ et $A = 2$, donc $A - Z = 1$ neutron.

Le noyau de deutérium contient **1 proton** et **1 neutron**.

COMPRENDRE
Le deutérium est un isotope de l'hydrogène : même nombre de protons que ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$, mais un neutron en plus.

4.1 Que représente ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$?

La particule a un nombre de charge $+1$ et un nombre de nucléons nul : même masse que l'électron, charge opposée.

${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ est un **positon** (ou positron), antiparticule de l'électron.

4.2 Quel est le nom, effacé dans le texte, de la réaction nucléaire mise en jeu ?

Des noyaux légers (hydrogène) s'assemblent pour former un noyau plus lourd (hélium).

Il s'agit d'une **fusion** (thermonucléaire).

4.3 Énoncer les lois de conservation que vérifie cette réaction.

Lors d'une réaction nucléaire, il y a :

- conservation du nombre de charge : $4 \times 1 = 2 + 2 \times 1$;
- conservation du nombre de nucléons : $4 \times 1 = 4 + 2 \times 0$.

Conservation du **nombre de charge** Z et du **nombre de nucléons** A (lois de Soddy).

PIÈGE
Écrire que la masse se conserve. Elle diminue lors de la réaction (question 4.4) : c'est l'énergie totale qui est conservée.

4.4 Calculer la perte de masse lors de cette réaction nucléaire.

Données utiles $m_H = 1{,}6726 \times 10^{-27}$ kg ; $m_{He} = 6{,}6447 \times 10^{-27}$ kg ; $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg

Perte de masse = masse des réactifs − masse des produits :

$$\Delta m = 4\,m_H - (m_{He} + 2\,m_e)$$

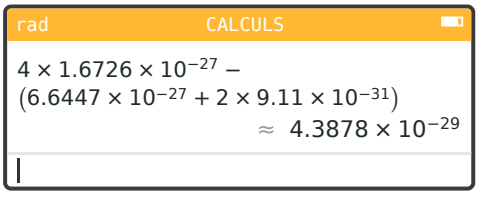
$$\Delta m = 4 \times 1{,}6726 \times 10^{-27} - (6{,}6447 \times 10^{-27} + 2 \times 9{,}11 \times 10^{-31})$$

$\Delta m = 4{,}39 \times 10^{-29}$ kg

PIÈGE
Arrondir les masses avant de soustraire : la différence porte sur les derniers chiffres. Attention aussi aux exposants, m_e est en 10^{-31} kg.

COMPRENDRE
Les masses sont connues à 10^{-31} kg près, la différence aussi : d'où trois chiffres. Cette masse perdue est libérée sous forme d'énergie, $\Delta m\,c^2$.

À LA CALCULATRICE



5 Qu'est-ce qu'une particule alpha ? Justifier le nom du processus « triple alpha ».

Une particule alpha (α) est un noyau d'hélium 4, ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

Dans le bilan $3\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + \gamma$, trois noyaux d'hélium fusionnent pour donner un noyau de carbone.

Le processus met en jeu **trois particules** α : d'où le nom « triple alpha ».

6.1 Définir l'énergie de liaison.

L'énergie de liaison E_l d'un noyau est l'énergie qu'il faut lui fournir, lorsqu'il est au repos, pour le séparer en ses nucléons isolés et au repos.

Elle est liée au défaut de masse du noyau : $E_l = [Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - m_{\text{noyau}}]\,c^2$.

COMPRENDRE
Les nucléons séparés ont une masse totale supérieure à celle du noyau : E_l est toujours positive.

6.2 Calculer l'énergie moyenne de liaison par nucléon d'un noyau de carbone 12.

Données utiles $E_l = 92{,}2$ MeV pour $^{12}_{6}\text{C}$

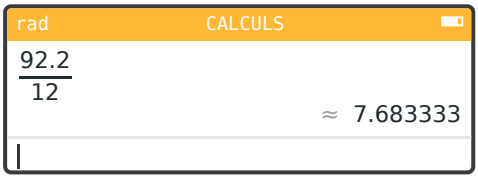
Le noyau de carbone 12 contient $A = 12$ nucléons :

$$\frac{E_l}{A} = \frac{92{,}2}{12} = 7{,}68 \text{ MeV/nucléon}$$

$\dfrac{E_l}{A} = 7{,}68$ MeV/nucléon

PIÈGE
Diviser par $Z = 6$ au lieu de $A = 12$: l'énergie de liaison se répartit sur tous les nucléons, protons et neutrons.

À LA CALCULATRICE



6.3 Parmi les noyaux $^{4}_{2}\text{He}$, $^{56}_{26}\text{Fe}$ et $^{238}_{92}\text{U}$, lequel est le plus stable ? Justifier.

Données utiles E_l/A : 7,1 (He) ; 8,8 (Fe) ; 7,6 (U) en MeV/nucléon

Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande : il faut alors davantage d'énergie, par nucléon, pour le dissocier.

$8{,}8 > 7{,}6 > 7{,}1$

Le noyau de **fer 56** est le plus stable.

PIÈGE
Comparer les énergies de liaison E_l : celle de l'uranium est la plus grande, simplement parce qu'il a beaucoup de nucléons. Le bon critère est E_l/A.

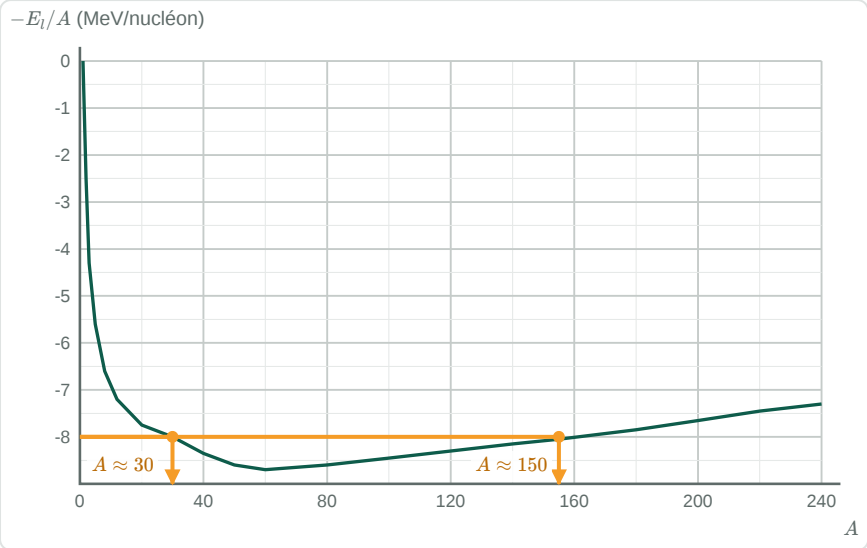
6.4.1 D'après la courbe d'Aston, comment évolue la stabilité d'un noyau quand son nombre de nucléons augmente ? Distinguer trois domaines.

La courbe représente $-E_l/A$: plus un noyau est bas sur la courbe, plus il est stable.

- Noyaux légers (A inférieur à 30 environ) : la courbe descend très vite, la stabilité augmente fortement avec A.
- Noyaux moyens (A entre 30 et 150 environ) : la courbe est presque plate autour de son minimum ; ce sont les noyaux les plus stables ($E_l/A > 8$ MeV/nucléon).
- Noyaux lourds (A supérieur à 150 environ) : la courbe remonte lentement, la stabilité diminue quand A augmente.

La stabilité augmente, passe par un maximum (vers le fer 56), puis diminue.

COMPRENDRE
L'axe vertical porte l'opposé de E_l/A : le noyau le plus stable est au creux de la courbe, comme une bille au fond d'une cuvette.



6.4.1 · Courbe d'Aston (allure de l'annexe) et limites des trois domaines

6.4.2 Quels sont les deux types de réactions nucléaires qui permettent d'accéder au maximum de stabilité ? Préciser dans quel domaine.

- Domaine des noyaux légers : la **fusion**. Deux noyaux légers s'unissent en un noyau plus lourd, donc plus stable.
- Domaine des noyaux lourds : la **fission**. Un noyau lourd se casse en deux noyaux plus légers, donc plus stables.

Fusion pour les noyaux légers, fission pour les noyaux lourds : dans les deux cas, les produits se rapprochent du creux de la courbe.

COMPRENDRE
Dans les deux cas E_l/A augmente : la masse diminue et la réaction libère de l'énergie.

6.4.3 Justifier pourquoi la synthèse des éléments chimiques au cœur des étoiles s'arrête à l'élément fer.

Dans les étoiles, les éléments se forment par fusions successives. Une fusion libère de l'énergie tant que le noyau formé est plus stable que les noyaux de départ.

Le fer 56 est au minimum de la courbe : aucun noyau n'est plus stable. Fusionner du fer donnerait un noyau moins stable et consommerait de l'énergie au lieu d'en libérer.

Le fer étant le noyau le plus stable, la fusion cesse d'être favorable au-delà : la synthèse s'arrête au fer.

7.1 Le premier scénario (capture d'un neutron donnant un noyau stable) permet-il de créer des éléments chimiques différents ? Justifier.

Capture d'un neutron : ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{A+1}_{Z}\mathrm{X}$.

Le nombre de nucléons augmente d'une unité, mais le numéro atomique Z ne change pas. Or un élément chimique est caractérisé par son numéro atomique.

Non : on obtient seulement des isotopes du même élément.

7.2 Écrire l'équation générale de la désintégration β^- du noyau ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ en son noyau fils Y, en fonction de A et Z.

La radioactivité β^- est l'émission d'un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$. Les lois de conservation donnent pour le noyau fils : nombre de nucléons A, nombre de charge $Z+1$.

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

PIÈGE
Écrire $Z-1$ pour le noyau fils. L'électron emporte une charge -1 : il faut $Z=(Z+1)+(-1)$.

COMPRENDRE
Le noyau fils est souvent formé dans un état excité : il émet ensuite un rayonnement γ. Un antineutrino accompagne aussi l'électron ; il n'était pas exigé dans ce sujet.

7.3 Peut-on, a priori, obtenir tous les éléments chimiques de numéro atomique supérieur à Z ? Justifier.

Chaque désintégration β^- fait passer le numéro atomique de Z à $Z+1$. Le noyau fils peut à son tour capturer des neutrons, puis, s'il devient instable, se désintégrer en un noyau de numéro atomique $Z+2$, et ainsi de suite.

Oui, a priori : par captures de neutrons et désintégrations β^- successives, on atteint de proche en proche tous les numéros atomiques supérieurs à Z.

COMPRENDRE
« A priori » : la chaîne a une limite. Les noyaux très lourds sont instables et se désintègrent autrement (radioactivité α notamment), ce qui fait redescendre Z.

Mouvements plans

Bac S 2004 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Vrai ou faux : le vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre d'inertie G du projectile ne dépend pas des conditions initiales.

Système {projectile}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen. Sans résistance de l'air, la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a}_G = m\,\vec{g}$, donc $\vec{a}_G = \vec{g}$.

Le champ $\vec{g}$ est uniforme : $\vec{a}_G$ ne contient ni V_0, ni α, ni la position de départ.

VRAI : $\vec{a}_G = \vec{g}$, quelles que soient les conditions initiales.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : l'accélération est aussi indépendante de m. Les conditions initiales n'interviennent qu'ensuite, comme constantes d'intégration dans la vitesse et la position.

1.2 Vrai ou faux : le projeté de G sur l'axe vertical Oz est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

L'axe Oz est orienté vers le haut et $\vec{g}$ vers le bas : $a_z = -g$.

Comme $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$, par intégration : $v_z = -g\,t + V_0 \sin\alpha$ (à $t = 0$, $v_z = V_0 \sin\alpha$).

La vitesse v_z varie avec le temps : le projeté sur Oz a un mouvement rectiligne uniformément varié.

FAUX : $v_z = -g\,t + V_0 \sin\alpha$ n'est pas constante.

COMPRENDRE
C'est le projeté sur l'axe horizontal Ox qui est en mouvement uniforme : $a_x = 0$, donc $v_x = V_0 \cos\alpha$ reste constante.

1.3 Vrai ou faux : la trajectoire de G est parabolique quelle que soit la valeur de α.

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \qquad \vec{v}_G \begin{cases} v_x = V_0 \cos\alpha \\ v_z = -g\,t + V_0 \sin\alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = (V_0 \cos\alpha)\,t \\ z = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + (V_0 \sin\alpha)\,t \end{cases}$$

(constantes de position nulles car G est en O à $t = 0$).

Si $\cos\alpha \neq 0$: $t = \dfrac{x}{V_0 \cos\alpha}$, d'où

$$z = -\frac{g}{2\,V_0^2 \cos^2\alpha}\,x^2 + x \tan\alpha$$

C'est l'équation d'une parabole.

Si $\alpha = 90^\circ$ (tir vertical) : $x = 0$ à tout instant. G reste sur l'axe Oz, sa trajectoire est un segment de droite vertical.

FAUX : la trajectoire est une parabole sauf pour un tir vertical ($\alpha = \pm 90^\circ$), où elle est rectiligne.

PIÈGE
Établir l'équation de la parabole et conclure « vrai ». La division par $\cos\alpha$ suppose $\cos\alpha \neq 0$: « quelle que soit la valeur » invite à chercher le cas particulier.

MÉTHODE
Équation de trajectoire : 1) $\vec{a}_G = \vec{g}$; 2) deux intégrations avec les conditions initiales ; 3) exprimer t en fonction de x et le reporter dans z.

1.4 Vrai ou faux : pour un lancer horizontal d'une hauteur H au-dessus du sol, l'abscisse du point de chute est $x = V_0\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$.

Données utiles équations horaires (1.3) ; le sol est à la cote $z = -H$

Vitesse initiale horizontale : $\alpha = 0$, donc $x = V_0\,t$ et $z = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2$.

Le projectile touche le sol à la date t_S telle que $z = -H$:

$-H = -\dfrac{1}{2}\,g\,t_S^2$, soit $t_S = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$ (seule la racine positive convient).

Abscisse du point de chute : $x_S = V_0\,t_S$.

VRAI : $x_S = V_0\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$

PIÈGE
Écrire $z = H$ ou $z = 0$ au sol. L'origine O est le point de lancement et l'axe Oz monte : le sol est à la cote $z = -H$.

COMPRENDRE
La durée de chute t_S ne dépend pas de V_0 : elle est la même que pour une chute libre sans vitesse initiale depuis la hauteur H.

2.1 Vrai ou faux : la constante de gravitation universelle G s'exprime en $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

La force gravitationnelle a pour valeur $F = \dfrac{G\,m\,M_T}{(R_T+h)^2}$, donc $G = \dfrac{F\,(R_T+h)^2}{m\,M_T}$.

Une force est une masse multipliée par une accélération : $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

Unité de G : $\dfrac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\times\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} = \mathrm{m}^3\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-2}$

FAUX : G s'exprime en $\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-2}$; le $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ est l'unité d'une accélération.

MÉTHODE
Unité d'une constante : l'isoler dans une relation connue, remplacer chaque grandeur par son unité, puis décomposer le newton en $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

2.2 Vrai ou faux : le vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre d'inertie du satellite est centripète.

Système {satellite} ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la Terre.

Deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\,\vec{a}_G$, donc $\vec{a}_G = \dfrac{\vec{F}}{m}$: $\vec{a}_G$ a la direction et le sens de $\vec{F}$.

Or $\vec{F}$ est attractive : elle est portée par la droite joignant le satellite au centre de la Terre et dirigée vers ce centre, qui est aussi le centre de la trajectoire circulaire.

VRAI : $\vec{a}_G$ est dirigé vers le centre de la trajectoire, il est centripète.

COMPRENDRE
Centripète signifie « dirigé vers le centre de la trajectoire ». L'accélération n'a alors aucune composante tangentielle : la valeur de la vitesse ne change pas, ce qui est cohérent avec un mouvement uniforme.

2.3 Vrai ou faux : la vitesse du satellite est donnée par $V = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T + h}}$.

Soit $\vec{n}$ le vecteur unitaire dirigé du satellite vers le centre de la Terre.
Le rayon de l'orbite est $R_T + h$.

Force : $\vec{F} = \dfrac{G\,m\,M_T}{(R_T + h)^2}\,\vec{n}$.

Mouvement circulaire uniforme : $\vec{a}_G = \dfrac{V^2}{R_T + h}\,\vec{n}$.

Deuxième loi de Newton, $\vec{F} = m\,\vec{a}_G$, projetée sur $\vec{n}$:

$$\frac{G\,m\,M_T}{(R_T + h)^2} = m\,\frac{V^2}{R_T + h} \quad \text{soit} \quad V^2 = \frac{G\,M_T}{R_T + h}$$

VRAI : $V = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T + h}}$

PIÈGE
Prendre h pour rayon de l'orbite. Les distances se comptent depuis le centre de la Terre : le rayon est $R_T + h$, dans la force comme dans l'accélération.

2.4 Vrai ou faux : à l'altitude $h = 12\,800$ km, la période de révolution du satellite vaut $2{,}64 \times 10^4$ s.

Données utiles $R_T = 6380$ km ; $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ S.I. ; expression de V (2.3)

En une période T, le satellite parcourt la circonférence $2\pi\,(R_T + h)$ à la vitesse constante V :

$$T = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{V} = 2\pi\,(R_T + h)\sqrt{\frac{R_T + h}{G\,M_T}}, \text{ soit } T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G\,M_T}}$$

Avec $R_T + h = 6380 + 12\,800 = 19\,180$ km $= 1{,}918 \times 10^7$ m :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(1{,}918 \times 10^7)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}} = 2{,}64 \times 10^4 \text{ s}$$

VRAI : $T = 2{,}64 \times 10^4$ s, valeur identique à celle annoncée (environ 7 h 20 min).

PIÈGE
Laisser les distances en kilomètres, ou oublier d'ajouter R_T à h. Avec G en unités S.I., le rayon de l'orbite doit être en mètres.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G et M_T. En élevant au carré, on retrouve la troisième loi de Kepler : $\dfrac{T^2}{(R_T + h)^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$.

À LA CALCULATRICE

