Spécialité : Comment accorder une guitare

Bac S 2004 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Quel est le rôle de la table d'harmonie dans une guitare ?

Une corde seule met très peu d'air en mouvement : le son qu'elle produit est à peine audible.

La corde transmet ses vibrations, par le chevalet, à la table d'harmonie. Grâce à sa grande surface, la table fait vibrer l'air et rayonne le son.

La table d'harmonie assure le **couplage avec l'air** : elle amplifie le son en vibrant à la fréquence imposée par la corde.

COMPRENDRE
La corde est l'excitateur, la table (avec la caisse) le résonateur. La table ne crée pas la note : elle vibre en oscillations forcées, à la fréquence de la corde.

1.2 Quelle grandeur physique est associée à la hauteur d'une note ?

La hauteur d'une note est associée à la **fréquence** f (en hertz) du mode fondamental du son : plus f est grande, plus le son est aigu.

COMPRENDRE
Hauteur, timbre et harmoniques relèvent de l'ancien programme : ces notions ne figurent plus dans le programme actuel de spécialité de Terminale.

1.3.1 Écrire la condition d'existence d'une onde stationnaire entre deux obstacles fixes séparés par une longueur L. En déduire l'expression de la longueur d'onde λ du mode fondamental.

Les deux extrémités fixes sont des nœuds de vibration, et deux nœuds voisins sont distants de $\frac{\lambda}{2}$. La longueur L contient donc un nombre entier de demi-longueurs d'onde :

$$L = n\,\frac{\lambda}{2} \qquad (n \text{ entier}, n \geqslant 1)$$

Le mode fondamental correspond à $n = 1$ (un seul fuseau) :

$$\lambda = 2L$$

PIÈGE
Écrire $L = n\lambda$: entre deux nœuds consécutifs il y a une demi-longueur d'onde, pas une longueur d'onde entière.

1.3.2 Écrire la relation entre la longueur d'onde λ, la célérité v et la période T d'une onde sinusoïdale.

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période :

$$\lambda = v\,T$$

MÉTHODE
Vérifier l'homogénéité : v en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ multipliée par T en s donne bien une longueur en m.

1.3.3 En utilisant les résultats des questions 1.3.1 et 1.3.2, montrer que la période du son émis vaut $T = 2L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$.

Données utiles $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; $\lambda = 2L$ (1.3.1) ; $\lambda = vT$ (1.3.2)

Le son émis a la période du mode fondamental. D'après 1.3.2 : $T = \frac{\lambda}{v}$, et d'après 1.3.1 : $\lambda = 2L$, donc $T = \frac{2L}{v}$.

Avec $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, on a $\frac{1}{v} = \sqrt{\frac{\mu}{F}}$, d'où :

$T = 2L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$: c'est bien l'expression attendue.

PIÈGE
Diviser par une racine revient à multiplier par la racine de l'inverse : μ passe au numérateur. Une erreur ici fausse tout le raisonnement de la question 1.4.

1.4 L'accordeur indique que la corde de la a une hauteur trop basse. Quelle manipulation le guitariste doit-il faire pour l'accorder ? Justifier sans calcul à l'aide de l'expression de la question 1.3.3.

Données utiles $T = 2L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$ (1.3.3)

Hauteur trop basse : la fréquence $f = \frac{1}{T}$ est trop petite, donc la période T est trop grande. Il faut diminuer T.

Pour une corde donnée, L (distance sillet-chevalet) et μ sont fixées.

D'après $T = 2L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$, T diminue lorsque la tension F augmente.

Le guitariste doit **augmenter la tension** F de la corde de la, en tournant sa clef dans le sens qui tend la corde.

MÉTHODE
Raisonnement sans calcul : repérer les grandeurs fixées (L, μ), la seule qui peut varier (F), puis le sens de variation. Ici $f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ croît avec F.

2.1 Comment s'appelle le premier mode propre ? Comment s'appellent les autres modes propres ?

Le premier mode propre ($n = 1$) est le mode **fondamental** ; les modes suivants ($n \geqslant 2$) sont les **harmoniques**.

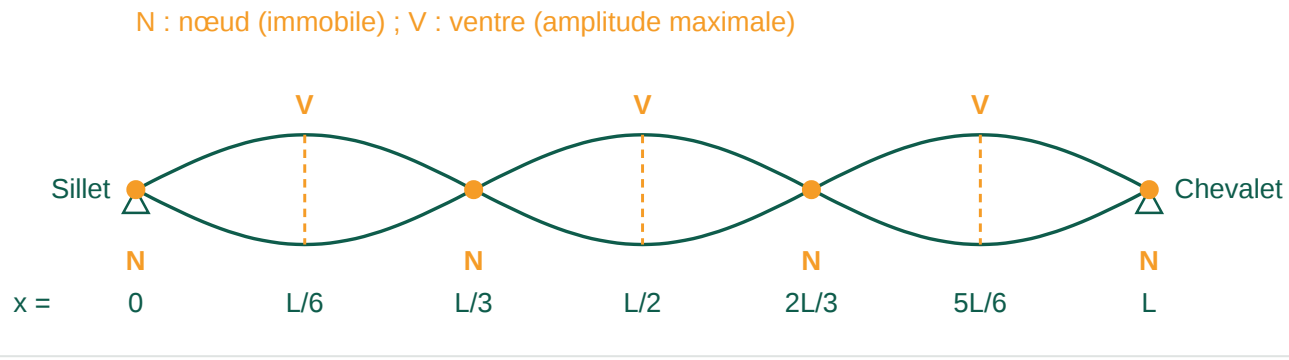
COMPRENDRE
D'après 1.3.1, $\lambda_n = \frac{2L}{n}$, donc $f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\,f_1$: les fréquences des harmoniques sont les multiples entiers de celle du fondamental.

2.2 Sur le troisième mode de la figure 4, préciser les positions des nœuds et des ventres de vibration.

Le troisième mode comporte trois fuseaux, chacun de longueur $\frac{L}{3}$.

- Nœuds (points immobiles) : aux extrémités des fuseaux, à 0 (sillet), $\frac{L}{3}$, $\frac{2L}{3}$ et L (chevalet).
- Ventres (amplitude maximale) : au milieu de chaque fuseau, à $\frac{L}{6}$, $\frac{L}{2}$ et $\frac{5L}{6}$.

Mode 3 : 4 nœuds (sillet et chevalet compris) et 3 ventres, repérés sur la figure.



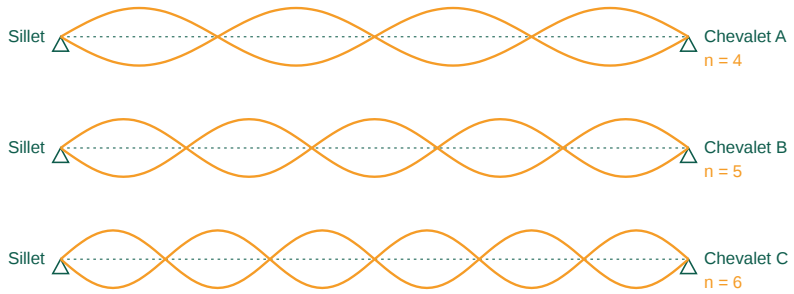
2.2 · Figure 4, troisième mode : nœuds et ventres (distances comptées depuis le sillet)

2.3 Sans souci d'échelle pour l'amplitude, représenter sur les lignes A, B, C de la figure 4 l'allure des trois modes propres d'ordre n immédiatement supérieur.

Le mode d'ordre n comporte n fuseaux de même longueur $\frac{L}{n}$, puisque $L = n\,\frac{\lambda}{2}$.

Ligne A : $n = 4$, quatre fuseaux ; ligne B : $n = 5$, cinq fuseaux ; ligne C : $n = 6$, six fuseaux.

PIÈGE
Les fuseaux d'un même mode ont tous la même longueur, et le sillet comme le chevalet restent des nœuds. S'aider du quadrillage pour placer les nœuds intermédiaires.



2.3 · Figure 4 complétée : modes d'ordre 4, 5 et 6

2.4 Compléter le tableau 4 donnant les fréquences associées aux 6 premiers modes propres des cordes de mi grave et la.

Données utiles tableau 3 : $f_1(\text{mi grave}) = 329{,}63$ Hz ; $f_1(\text{la}) = 440{,}00$ Hz

La fréquence du mode d'ordre n est $f_n = n\,f_1$.

Corde de mi grave : $f_1 = 329{,}63$ Hz ≈ 330 Hz (valeur cohérente avec $f_2 = 660$ Hz du tableau), donc $f_3 = 3 \times 330 = 990$ Hz et $f_4 = 4 \times 330 = 1320$ Hz.

Corde de la : $f_1 = 440$ Hz, donc $f_2 = 880$ Hz, $f_5 = 2200$ Hz et $f_6 = 2640$ Hz.

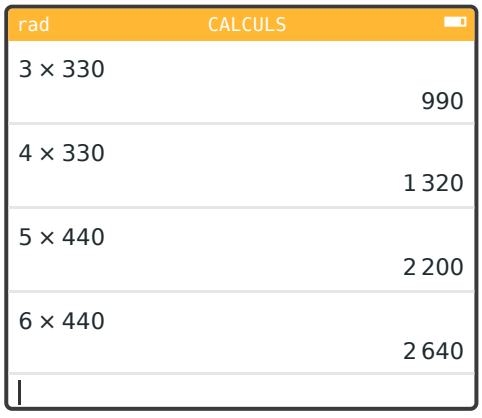
Mi grave : 330 ; 660 ; 990 ; 1320 ; 1650 ; 1980 Hz. La : 440 ; 880 ; 1320 ; 1760 ; 2200 ; 2640 Hz.

mode n° i	1	2	3	4	5	6
fréquence de la corde de mi grave (Hz)	330	660	990	1320	1650	1980
fréquence de la corde de la (Hz)	440	880	1320	1760	2200	2640

2.4 · Tableau 4 complété (valeurs ajoutées en orange)

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : le tableau 4 est donné au hertz près (660 pour $2 \times 329{,}63 = 659{,}26$). On complète avec la même précision, donc à partir de 330 Hz.

À LA CALCULATRICE



2.5 Quels modes de vibration le guitariste supprime-t-il lorsqu'il pose son doigt au niveau de la frette n°5 ? Même question au niveau de la frette n°7.

Données utiles frette n°5 : à $\frac{L}{4}$ du sillet ; frette n°7 : à $\frac{L}{3}$ du sillet

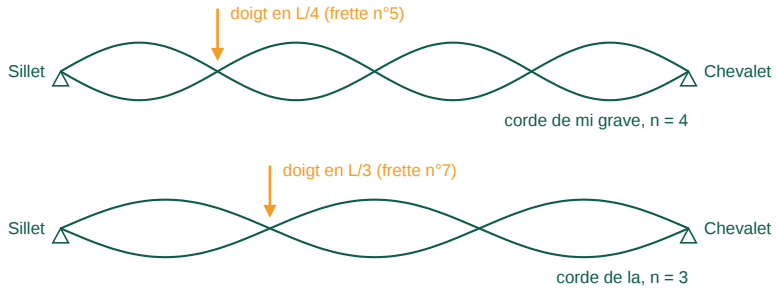
Le doigt effleure la corde : il empêche ce point de vibrer et lui impose d'être un nœud. Seuls subsistent les modes qui ont déjà un nœud à cet endroit. Les nœuds du mode n sont aux abscisses $k\,\frac{L}{n}$ (k entier).

Frette n°5 ($\frac{L}{4}$) : il faut $\frac{k}{n} = \frac{1}{4}$, soit n multiple de 4. Parmi les six premiers modes, seul $n = 4$ subsiste.

Frette n°7 ($\frac{L}{3}$) : il faut $\frac{k}{n} = \frac{1}{3}$, soit n multiple de 3. Les modes $n = 3$ et $n = 6$ subsistent.

Frette n°5 : modes 1, 2, 3, 5 et 6 supprimés (il reste $n = 4$). Frette n°7 : modes 1, 2, 4 et 5 supprimés (il reste $n = 3$ et $n = 6$).

PIÈGE
Répondre seulement « il supprime le fondamental ». Tous les modes qui présentent un mouvement à l'endroit du doigt disparaissent, harmoniques compris.



2.5 · Le doigt se trouve sur un nœud des modes conservés

2.6 Quelle est la fréquence commune du son obtenu sur les deux cordes ? À quelle note correspond-elle ?

Données utiles tableau 4 complété (2.4) ; modes conservés (2.5) ; tableau 3 : mi aigu à $1318{,}50$ Hz

Corde de mi grave, doigt à la frette n°5 : il reste le mode 4, de fréquence $4 \times 330 = 1320$ Hz.

Corde de la, doigt à la frette n°7 : il reste les modes 3 et 6, de fréquences $3 \times 440 = 1320$ Hz et 2640 Hz. La hauteur du son est fixée par la plus basse : 1320 Hz.

Fréquence commune : $f \approx 1320$ Hz. D'après le tableau 3, cette note est un **mi aigu** ($1318{,}50$ Hz).

COMPRENDRE
Avec la valeur non arrondie, le mi grave donne $1318{,}5$ Hz et le la 1320 Hz : écart de $1{,}5$ Hz, dû à la gamme tempérée. Si les cordes sont mal accordées, l'écart grandit et s'entend.

À LA CALCULATRICE

