Au soleil d'ITER (International thermonuclear experimental reactor)

Bac S 2006 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Calculer la variation de masse au cours de la fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium. Donner sa valeur en kilogramme et commenter son signe.

Données utiles $m(^2_1\mathrm{H}) = 2{,}01355$ u ; $m(^3_1\mathrm{H}) = 3{,}01550$ u ; $m(^4_2\mathrm{He}) = 4{,}00150$ u ; $m(^1_0\mathrm{n}) = 1{,}00866$ u ; $1\ \mathrm{u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg

Variation de masse = masse des produits − masse des réactifs :

$$\Delta m = m(^4_2\mathrm{He}) + m(^1_0\mathrm{n}) - m(^2_1\mathrm{H}) - m(^3_1\mathrm{H})$$

$$\Delta m = 4{,}00150 + 1{,}00866 - 2{,}01355 - 3{,}01550 = -0{,}01889\ \mathrm{u}$$

$$\Delta m = -0{,}01889 \times 1{,}66054 \times 10^{-27} = -3{,}137 \times 10^{-29}\ \mathrm{kg}$$

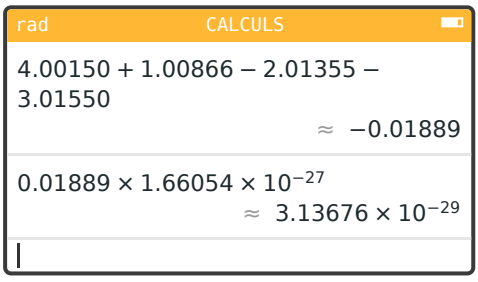
$\Delta m < 0$: la masse diminue au cours de la réaction. Cette perte de masse correspond à une libération d'énergie (équivalence masse-énergie).

$\Delta m = -3{,}137 \times 10^{-29}$ kg : négative, la réaction libère de l'énergie.

PIÈGE
Calculer « réactifs moins produits » : on obtient une valeur positive, qui est la perte de masse et non la variation demandée. Garder la valeur non arrondie pour la question suivante.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : la soustraction de masses connues à 10^{-5} u près donne $0{,}01889$ u, soit quatre chiffres seulement. Le résultat en kilogramme en garde donc quatre.

À LA CALCULATRICE



1.2 Déterminer l'énergie produite par cette réaction de fusion ; donner le résultat en MeV.

Données utiles $|\Delta m| = 3{,}13676 \times 10^{-29}$ kg (1.1, non arrondie) ; $c = 2{,}998 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $1\ \mathrm{MeV} = 1{,}602 \times 10^{-13}$ J

L'énergie produite (libérée vers l'extérieur) est $E = |\Delta m|\, c^2$.

$$E = 3{,}13676 \times 10^{-29} \times (2{,}998 \times 10^8)^2 = 2{,}819 \times 10^{-12}\ \mathrm{J}$$

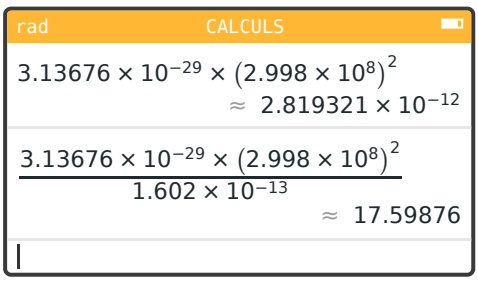
$$E = \frac{2{,}819 \times 10^{-12}}{1{,}602 \times 10^{-13}} = 17{,}60\ \mathrm{MeV}$$

$E = 17{,}60$ MeV

PIÈGE
Laisser la masse en unité u dans $E = |\Delta m|\, c^2$: la relation exige des kilogrammes pour obtenir des joules. Ne pas oublier le carré sur c.

COMPRENDRE
L'énergie du système $\Delta m\, c^2$ est négative ; l'énergie « produite », reçue par le milieu extérieur, est son opposé, donc positive.

À LA CALCULATRICE



1.3 Vérifier que le nombre de noyaux présents dans 1,0 g de noyaux de deutérium est $3{,}0 \times 10^{23}$.

Données utiles $m = 1{,}0$ g ; $m(^2_1\text{H}) = 2{,}01355$ u ; 1 u $= 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg

Masse d'un noyau de deutérium : $m_D = 2{,}01355 \times 1{,}66054 \times 10^{-27} = 3{,}34358 \times 10^{-27}$ kg.

Nombre de noyaux dans $m = 1{,}0$ g $= 1{,}0 \times 10^{-3}$ kg :

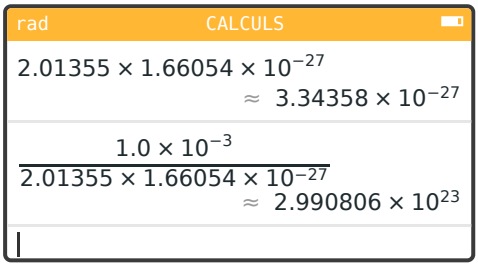
$$N_D = \frac{m}{m_D} = \frac{1{,}0 \times 10^{-3}}{3{,}34358 \times 10^{-27}} = 2{,}99 \times 10^{23}$$

$N_D = 3{,}0 \times 10^{23}$ noyaux (deux chiffres significatifs) : valeur attendue retrouvée.

PIÈGE
Diviser des grammes par des kilogrammes : le résultat est faux d'un facteur 1000. Convertir m en kilogramme, ou m_D en gramme.

MÉTHODE
Nombre de noyaux = masse de l'échantillon ÷ masse d'un noyau, dans la même unité. On peut aussi écrire $N = \frac{m}{M} N_A$ avec $M \approx 2{,}0$ g · mol^{-1}.

À LA CALCULATRICE



1.4 Vérifier qu'il en est de même dans 1,5 g de noyaux de tritium.

Données utiles $m' = 1{,}5$ g ; $m(^3_1\text{H}) = 3{,}01550$ u ; 1 u $= 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg

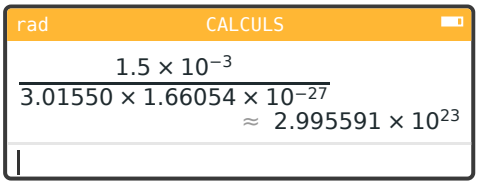
Masse d'un noyau de tritium : $m_T = 3{,}01550 \times 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg.

$$N_T = \frac{m'}{m_T} = \frac{1{,}5 \times 10^{-3}}{3{,}01550 \times 1{,}66054 \times 10^{-27}} = 3{,}00 \times 10^{23}$$

$N_T = 3{,}0 \times 10^{23}$ noyaux : autant que de noyaux de deutérium.

COMPRENDRE
Un noyau de tritium est environ 1,5 fois plus lourd qu'un noyau de deutérium : il faut donc 1,5 fois plus de masse pour avoir le même nombre de noyaux.

À LA CALCULATRICE



1.5 En déduire l'énergie, en MeV puis en joule, que l'on pourrait obtenir par la fusion de 1,0 g de noyaux de deutérium avec 1,5 g de noyaux de tritium.

Données utiles $E = 17{,}60$ MeV (1.2) ; $N = 3{,}0 \times 10^{23}$ (1.3 et 1.4) ; 1 MeV $= 1{,}602 \times 10^{-13}$ J

Chaque fusion consomme un noyau de deutérium et un noyau de tritium. Les deux échantillons contiennent le même nombre N de noyaux : la réaction peut se produire $N = 3{,}0 \times 10^{23}$ fois, sans réactif en excès.

$$E_{\text{tot}} = N \times E = 3{,}0 \times 10^{23} \times 17{,}60 = 5{,}3 \times 10^{24} \text{ MeV}$$

$$E_{\text{tot}} = 3{,}0 \times 10^{23} \times 17{,}60 \times 1{,}602 \times 10^{-13} = 8{,}5 \times 10^{11} \text{ J}$$

$E_{\text{tot}} = 5{,}3 \times 10^{24}$ MeV $= 8{,}5 \times 10^{11}$ J

PIÈGE
Multiplier par $2N$ en comptant les noyaux des deux échantillons : une réaction utilise un noyau de chaque sorte, il y a donc N réactions et non $2N$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3.0 \times 10^{23} \times 17.60 \approx 5.28 \times 10^{24}$

$3.0 \times 10^{23} \times 17.60 \times 1.602 \times 10^{-13} \approx 8.45856 \times 10^{11}$

1.6.1 Calculer, en tep, l'énergie libérée par la fusion de 1,0 g de deutérium et de 1,5 g de tritium.

Données utiles $E_{\text{tot}} = 8{,}46 \times 10^{11}$ J (1.5) ; 1 tep $= 4{,}2 \times 10^{10}$ J

$$E_{\text{tot}} = \frac{8{,}46 \times 10^{11}}{4{,}2 \times 10^{10}} = 20 \text{ tep}$$

$E_{\text{tot}} = 20$ tep

COMPRENDRE
2,5 g de combustible de fusion fournissent autant d'énergie que la combustion de 20 tonnes de pétrole.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{8.46 \times 10^{11}}{4.2 \times 10^{10}} \approx 20.14286$

1.6.2 La fission de 1,0 g d'uranium libère 1,8 tep. Expliquer en quoi ITER est un progrès et un espoir pour la production d'énergie.

Données utiles fusion : 20 tep pour 2,5 g de réactifs (1.6.1) ; fission : 1,8 tep par gramme d'uranium

On compare à masse de combustible égale. Fission de 2,5 g d'uranium : $2{,}5 \times 1{,}8 = 4{,}5$ tep.

Fusion de 2,5 g de mélange deutérium-tritium : 20 tep, soit $\frac{20}{4{,}5} \approx 4{,}4$ fois plus.

À masse égale, la fusion libère plus de quatre fois l'énergie de la fission. De plus, le deutérium est présent naturellement sur Terre et le tritium s'obtient à partir du lithium, très abondant.

À masse égale, la fusion libère environ 4 fois plus d'énergie que la fission (20 tep contre 4,5 tep pour 2,5 g).

PIÈGE
Comparer directement 20 tep et 1,8 tep : les masses de combustible ne sont pas les mêmes (2,5 g contre 1,0 g). Il faut ramener les deux énergies à la même masse.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2.5 \times 1.8 \approx 4.5$

$\frac{20}{4.5} \approx 4.444444$

2.1 Écrire l'équation de la réaction nucléaire qui produit le tritium à partir du lithium 6 bombardé par des neutrons.

Le noyau de lithium 6 capte un neutron ; il se forme un noyau d'hélium 4 et un noyau de tritium.

Conservation du nombre de masse : $6 + 1 = 4 + 3$. Conservation du nombre de charge : $3 + 0 = 2 + 1$.

$^{6}_{3}\text{Li} + {}^{1}_{0}\text{n} \longrightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{3}_{1}\text{H}$

MÉTHODE
Dans toute équation nucléaire, vérifier séparément la somme des nombres du haut (nucléons) et celle des nombres du bas (charges) de part et d'autre de la flèche.

2.2 Le tritium est radioactif β^-. Écrire l'équation de sa désintégration, sachant qu'il se forme un isotope de l'hélium.

Une désintégration β^- émet un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$. Le noyau fils est un isotope de l'hélium, donc $Z = 2$: ${}^{A}_{2}\mathrm{He}$.

Conservation du nombre de masse : $3 = A + 0$, donc $A = 3$.
Conservation du nombre de charge : $1 = 2 + (-1)$, vérifiée.

$$ {}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} $$

PIÈGE
Écrire l'hélium 4 par habitude : le nombre de nucléons ne change pas lors d'une désintégration β^-, le noyau fils est l'hélium 3.

2.3.1 En utilisant les relations (1) et (2), exprimer $N(t + \Delta t)$ en fonction de $N(t)$, λ et Δt.

Relation (1) : $\dfrac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -\lambda N(t)$, donc $\Delta N(t) = -\lambda N(t)\,\Delta t$.

On reporte dans la relation (2) : $N(t + \Delta t) = N(t) + \Delta N(t) = N(t) - \lambda N(t)\,\Delta t$.

$$ N(t + \Delta t) = N(t)\,(1 - \lambda\,\Delta t) $$

COMPRENDRE
À chaque pas, le nombre de noyaux est multiplié par le même facteur $(1 - \lambda\,\Delta t)$, inférieur à 1 : les valeurs calculées forment une suite géométrique décroissante.

2.3.2 L'échantillon contient initialement $3{,}0 \times 10^{23}$ noyaux de tritium. Compléter le tableau de l'annexe avec $\Delta t = 1$ an, en détaillant les calculs.

Données utiles $N(0) = 3{,}0 \times 10^{23}$; $\lambda = 5{,}65 \times 10^{-2}\ \mathrm{an}^{-1}$; $\Delta t = 1$ an ; relation de la question 2.3.1

Le pas est en année : on utilise λ en an^{-1}. Alors $1 - \lambda\,\Delta t = 1 - 5{,}65 \times 10^{-2} \times 1 = 0{,}9435$.

$$ N(1) = N(0) \times 0{,}9435 = 3{,}0 \times 10^{23} \times 0{,}9435 = 2{,}83 \times 10^{23} $$

$$ N(2) = N(1) \times 0{,}9435 = 2{,}83 \times 10^{23} \times 0{,}9435 = 2{,}67 \times 10^{23} $$

$N(1) = 2{,}8 \times 10^{23}$ et $N(2) = 2{,}7 \times 10^{23}$ noyaux

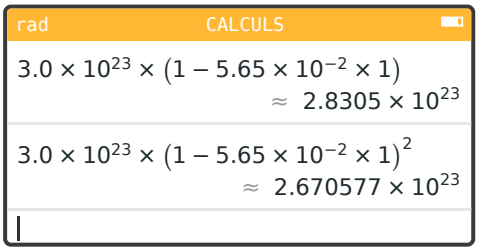
PIÈGE
Calculer $N(2)$ à partir de $N(1)$ arrondi à $2{,}8 \times 10^{23}$: on trouve $2{,}6 \times 10^{23}$ au lieu de $2{,}7 \times 10^{23}$. Arrondir seulement dans le tableau.

PIÈGE
Utiliser λ en s^{-1} avec $\Delta t = 1$ an : le produit $\lambda\,\Delta t$ doit être sans unité.

Date t (an)	0	1	2
N	$3{,}0 \times 10^{23}$	$2{,}8 \times 10^{23}$	$2{,}7 \times 10^{23}$

2.3.2 · Annexe, question 2.3.2 : tableau complété

À LA CALCULATRICE



2.3.3.1 À partir de la valeur de la constante radioactive λ, calculer le temps de demi-vie $t_{1/2}$.

Données utiles $\lambda = 5{,}65 \times 10^{-2}\ \mathrm{an}^{-1}$

$$ t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{5{,}65 \times 10^{-2}} = 12{,}3 \text{ ans} $$

$t_{1/2} = 12{,}3$ ans

COMPRENDRE
Avec λ en an^{-1}, la demi-vie sort directement en années. La demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents s'est désintégrée.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{\ln(2)}{5.65 \times 10^{-2}} \approx 12.26809$$

2.3.3.2 Retrouver la valeur du temps de demi-vie à partir du graphe de l'annexe.

Données utiles $N_0 = 3{,}0 \times 10^{23}$; courbe $N(t)$ de l'annexe

À $t = t_{1/2}$, il reste la moitié des noyaux : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2} = 1{,}5 \times 10^{23}$.

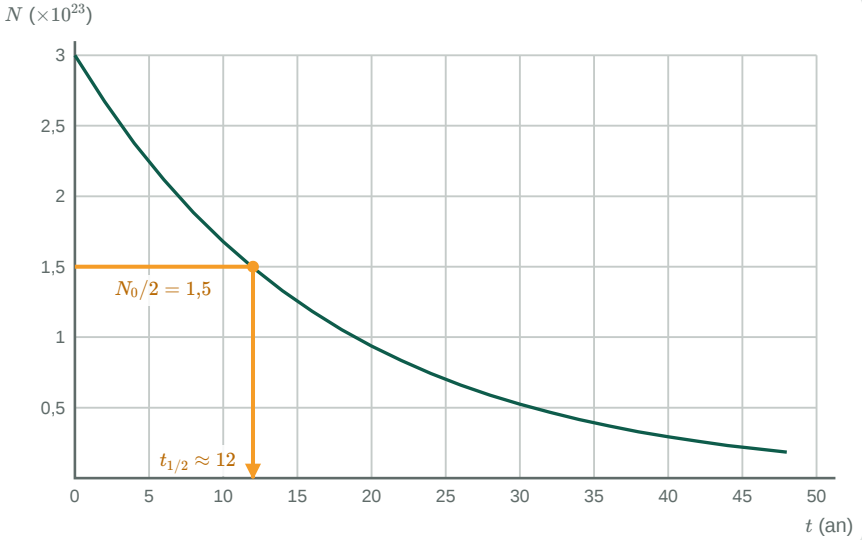
Sur le graphe, on trace l'horizontale d'ordonnée $1{,}5 \times 10^{23}$ jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection : $t \approx 12$ ans.

Cette lecture, peu précise, est en accord avec la valeur calculée (12,3 ans).

$t_{1/2} \approx 12$ ans, en accord avec 12,3 ans.

MÉTHODE

Lecture d'une demi-vie : 1) calculer $N_0/2$; 2) tracer l'horizontale jusqu'à la courbe ; 3) descendre à la verticale sur l'axe des temps. Laisser les traits de construction sur l'annexe.



2.3.3.2 · Annexe, question 2.3.3 : lecture de la demi-vie

2.3.4 Avec $N_0 = 3{,}0 \times 10^{23}$ noyaux de tritium, calculer le nombre de noyaux qui se désintègrent naturellement en 1000 s, puis la masse de tritium correspondante. Doit-on tenir compte de cette désintégration ?

Données utiles $\lambda = 1{,}79 \times 10^{-9}\ \text{s}^{-1}$; $\Delta t = 1000\ \text{s}$; $N_0 = 3{,}0 \times 10^{23}$; $m(^3_1\text{H}) = 3{,}01550\ \text{u}$; $1\ \text{u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}\ \text{kg}$

La durée est en seconde : on utilise λ en s^{-1}. D'après la relation (1), le nombre de noyaux désintégrés pendant Δt est :

$|\Delta N| = \lambda\, N_0\, \Delta t = 1{,}79 \times 10^{-9} \times 3{,}0 \times 10^{23} \times 1000 = 5{,}4 \times 10^{17}$ noyaux

Masse correspondante : $m = |\Delta N| \times m_T$

$m = 5{,}37 \times 10^{17} \times 3{,}01550 \times 1{,}66054 \times 10^{-27} = 2{,}7 \times 10^{-9}\ \text{kg}$, soit $2{,}7\ \mu\text{g}$.

Cette masse est négligeable devant les 1,5 g de tritium de l'échantillon (moins de deux millionièmes) : on n'a pas à tenir compte de la désintégration naturelle du tritium pendant 1000 s.

> $|\Delta N| = 5{,}4 \times 10^{17}$ noyaux ; $m = 2{,}7 \times 10^{-9}\ \text{kg}$: désintégration négligeable.

COMPRENDRE

Un seul pas d'Euler suffit car 1000 s est infime devant la demi-vie (12,3 ans). La loi $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ donne le même résultat : $N_0\,(1 - e^{-\lambda\,\Delta t}) = 5{,}4 \times 10^{17}$.

À LA CALCULATRICE

