Corrigé complet — Bac S 2007 Inde (Pondichéry) (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Quelques propriétés des solutions de nitrate d'argent et d'ammoniac** Réaction acide-base · Conductivité d'une solution · Constante d'acidité · Oxydoréduction · Quotient de réaction · Électrolyse	7 pts	1 h 31	15 questions	p. 2
Ex 2	**Etude d'un supercondensateur** Circuit RC série · Équation différentielle de charge · Constante de temps · Capacité d'un condensateur · Énergie stockée dans un condensateur · Rendement	5 pts	1 h 05	6 questions	p. 8
Ex 3	**Spécialité : Quelques problèmes en astronomie** Ondes électromagnétiques · Longueur d'onde et fréquence · Télescope de Newton · Miroir plan · Oculaire et image à l'infini · Diffraction et limite de résolution	4 pts	52 min	6 questions	p. 11
Ex 4	**Oscillateur mécanique horizontal** Force de rappel d'un ressort · Deuxième loi de Newton · Équation différentielle · Période propre · Analyse dimensionnelle · Méthode d'Euler	4 pts	52 min	9 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Quelques propriétés des solutions de nitrate d'argent et d'ammoniac

Bac S 2007 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 1 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

I.1.1 Écrire l'équation de la réaction de l'ammoniac sur l'eau.

L'ammoniac est une base : il capte un ion H^+ cédé par l'eau.

$$NH_3\,(aq) + H_2O\,(l) = NH_4^+\,(aq) + HO^-\,(aq)$$

PIÈGE
Écrire la réaction qui produit H_3O^+ : c'est celle de l'acide NH_4^+ sur l'eau, pas celle de la base NH_3.

I.1.2 Expliquer pourquoi la solution (S) est une solution basique.

La réaction de l'ammoniac sur l'eau produit des ions hydroxyde HO^-. Dans (S), on a donc $[HO^-] > [H_3O^+]$, ce qui correspond à un pH supérieur à 7 à 25 °C.

(S) est basique car elle contient plus d'ions HO^- que d'ions H_3O^+.

I.1.3 Donner l'expression de la conductivité d'une solution d'ammoniac en fonction des conductivités molaires ioniques et des concentrations des espèces en solution (ions oxonium négligés).

Les seuls ions à prendre en compte sont NH_4^+ et HO^- :

$$\sigma = \lambda_{NH_4^+}\,[NH_4^+] + \lambda_{HO^-}\,[HO^-]$$

COMPRENDRE
La molécule NH_3 n'est pas chargée : elle ne transporte pas le courant et n'apparaît pas dans σ.

I.1.4 Déterminer la concentration molaire effective des ions ammonium et des ions hydroxyde dans la solution d'ammoniac.

Données utiles $\sigma = 10{,}9\ \text{mS}\cdot\text{m}^{-1}$; $\lambda_{NH_4^+} = 7{,}4\ \text{mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$; $\lambda_{HO^-} = 19{,}8\ \text{mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$

D'après l'équation de la réaction, les deux ions sont formés en même quantité : $[NH_4^+] = [HO^-]$.

Alors $\sigma = (\lambda_{NH_4^+} + \lambda_{HO^-})\,[HO^-]$, soit

$$[HO^-] = \frac{\sigma}{\lambda_{NH_4^+} + \lambda_{HO^-}} = \frac{10{,}9}{7{,}4 + 19{,}8} = 0{,}401\ \text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$$

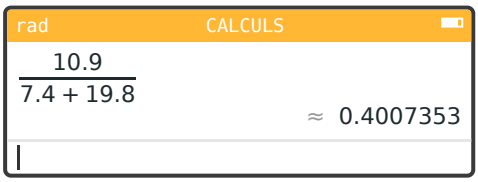
Comme $1\ \text{m}^3 = 10^3\ \text{L}$:

$$[NH_4^+] = [HO^-] = 4{,}01\times10^{-4}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

PIÈGE
Avec σ en $\text{mS}\cdot\text{m}^{-1}$ et λ en $\text{mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$, le quotient sort en $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$. Il faut diviser par 1000 pour passer en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : la somme 27,2 en compte trois, comme σ ; le résultat en garde trois.

À LA CALCULATRICE



I.1.5 Calculer la concentration molaire effective des ions oxonium et des molécules d'ammoniac NH_3.

Données utiles $K_e = 1{,}00 \times 10^{-14}$; $c = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $[HO^-] = [NH_4^+] = 4{,}01 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (I.1.4)

Produit ionique de l'eau : $K_e = [H_3O^+]\,[HO^-]$, donc

$$[H_3O^+] = \frac{K_e}{[HO^-]} = \frac{1{,}00 \times 10^{-14}}{4{,}01 \times 10^{-4}} = 2{,}49 \times 10^{-11}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

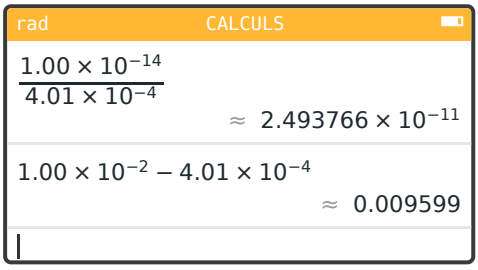
L'ammoniac apporté se retrouve sous forme NH_3 ou NH_4^+ : $c = [NH_3] + [NH_4^+]$, donc

$[NH_3] = c - [NH_4^+] = 1{,}00 \times 10^{-2} - 4{,}01 \times 10^{-4} = 9{,}60 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$\boxed{[H_3O^+] = 2{,}49 \times 10^{-11}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et } [NH_3] = 9{,}60 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$

COMPRENDRE
$[H_3O^+]$ est dix millions de fois plus faible que $[HO^-]$: négliger les ions oxonium dans la conductivité était bien justifié.

À LA CALCULATRICE



I.1.6 Écrire l'expression de la constante d'acidité du couple ion ammonium / ammoniac. Calculer sa valeur puis celle du pK_A. Est-elle compatible avec celle donnée ?

Données utiles $[H_3O^+]$ et $[NH_3]$ (I.1.5) ; $[NH_4^+]$ (I.1.4) ; valeur donnée : $pK_A = 9{,}24$

K_A est la constante d'équilibre de la réaction $NH_4^+\,(aq) + H_2O\,(l) = NH_3\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$:

$$K_A = \frac{[NH_3]\,[H_3O^+]}{[NH_4^+]} = \frac{9{,}60 \times 10^{-3} \times 2{,}49 \times 10^{-11}}{4{,}01 \times 10^{-4}} = 5{,}96 \times 10^{-10}$$

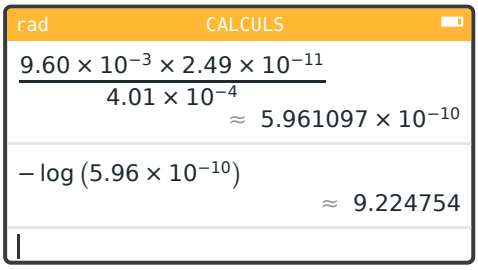
$pK_A = -\log K_A = -\log(5{,}96 \times 10^{-10}) = 9{,}22$

L'écart avec la valeur donnée n'est que de $0{,}02$ unité : les deux valeurs sont compatibles.

$\boxed{K_A = 5{,}96 \times 10^{-10}\ ;\ pK_A = 9{,}22\text{, compatible avec } 9{,}24.}$

PIÈGE
Prendre la constante de la réaction de NH_3 sur l'eau (I.1.1) : elle vaut K_e/K_A, pas K_A. La constante d'acidité est toujours celle de l'acide du couple réagissant avec l'eau.

À LA CALCULATRICE



I.2.1 (a) Arbre de Diane : écrire les demi-équations associées aux réactions d'oxydation et de réduction qui se sont produites, en précisant laquelle est une oxydation et laquelle est une réduction.

La solution bleuit : le cuivre métallique donne des ions Cu^{2+}. Des filaments d'argent apparaissent : les ions Ag^{+} donnent de l'argent métallique.

- Oxydation (perte d'électrons) : $\mathrm{Cu\,(s) = Cu^{2+}\,(aq) + 2\,e^{-}}$
- Réduction (gain d'électrons) : $\mathrm{Ag^{+}\,(aq) + e^{-} = Ag\,(s)}$

Le cuivre est oxydé, les ions argent sont réduits.

I.2.1 (b) En déduire l'équation de la réaction d'oxydoréduction entre le cuivre et les ions argent (I).

Le cuivre cède deux électrons, un ion argent n'en capte qu'un : on multiplie la demi-équation de l'argent par 2 avant d'additionner.

$$\mathrm{Cu\,(s) + 2\,Ag^{+}\,(aq) = Cu^{2+}\,(aq) + 2\,Ag\,(s)}$$

PIÈGE
Vérifier les charges : $2+$ de chaque côté. Sans le coefficient 2, l'équation n'est pas équilibrée en charge.

I.2.2 (a) Faire un schéma légendé de la pile, calculer le quotient de réaction dans l'état initial, puis expliquer pourquoi cette pile ne peut pas débiter de courant.

Données utiles $[\mathrm{Cu^{2+}}]_i = 1{,}50\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$; $[\mathrm{Ag^{+}}]_i = 2{,}64 \times 10^{-8}\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$; $K = 2{,}15 \times 10^{15}$

Pour la réaction $\mathrm{Cu\,(s) + 2\,Ag^{+}\,(aq) = Cu^{2+}\,(aq) + 2\,Ag\,(s)}$, les solides n'interviennent pas dans le quotient :

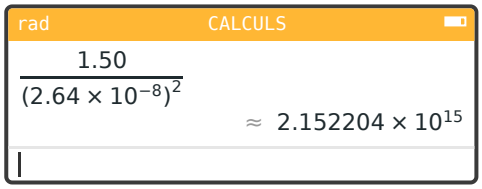
$$Q_{r,i} = \frac{[\mathrm{Cu^{2+}}]_i}{[\mathrm{Ag^{+}}]_i^2} = \frac{1{,}50}{(2{,}64 \times 10^{-8})^2} = 2{,}15 \times 10^{15}$$

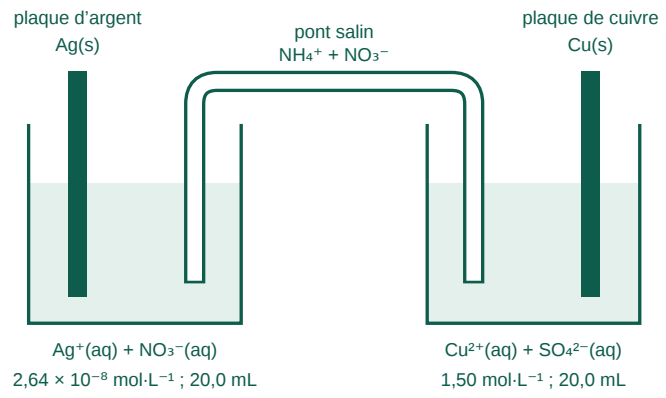
$Q_{r,i} = K$: le système est déjà à l'équilibre, il n'évolue dans aucun sens. Aucun électron n'est échangé entre les plaques.

$Q_{r,i} = 2{,}15 \times 10^{15} = K$: la pile ne débite pas de courant.

PIÈGE
Oublier le carré sur $[\mathrm{Ag^{+}}]$ (coefficient 2 de l'équation) ou faire figurer les métaux solides dans Q_r.

À LA CALCULATRICE



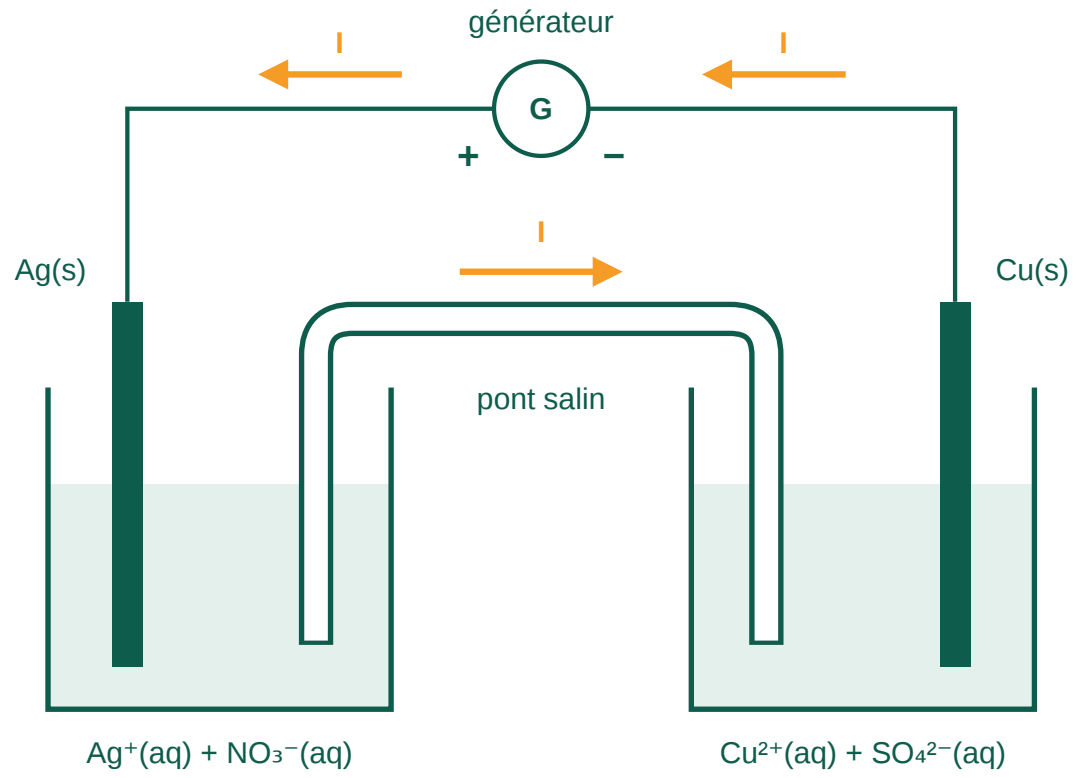


I.2.2 · Schéma légendé de la pile cuivre-argent

1 (I.2.2.b) La plaque d'argent est reliée à la borne positive d'un générateur, la plaque de cuivre à la borne négative. Représenter le circuit comprenant la pile et le générateur. Préciser le sens du courant.

Voir le schéma. Le générateur impose le sens du courant : dans les fils, il sort de sa borne $+$ et rentre par sa borne $-$.

Le courant va de la borne $+$ vers la plaque d'argent, traverse la pile de l'argent vers le cuivre, puis revient à la borne $-$.



1 · Circuit avec le générateur ; en orange, le sens du courant

2 (I.2.2.b) Indiquer quels sont les porteurs de charge à l'intérieur et à l'extérieur de la pile, en précisant le sens de leur déplacement.

À l'extérieur de la pile (fils, plaques), les porteurs de charge sont les **électrons**. Ils circulent en sens inverse du courant : de la plaque d'argent vers la borne $+$ du générateur, et de la borne $-$ vers la plaque de cuivre.

À l'intérieur (solutions et pont salin), les porteurs de charge sont les **ions** :

- les cations (Ag^+, Cu^{2+}, NH_4^+) se déplacent dans le sens du courant, du côté argent vers le côté cuivre ;
- les anions (NO_3^-, SO_4^{2-}) se déplacent en sens inverse, vers le bécher de nitrate d'argent.

Électrons dans les fils, en sens inverse du courant ; ions dans la pile, cations dans le sens du courant et anions en sens inverse.

PIÈGE
Faire circuler des électrons dans les solutions ou dans le pont salin : ils ne quittent jamais les métaux.

I.2.2 (c) Justifier, à partir du sens de circulation des électrons, l'équation de la réaction qui modélise la transformation qui se produit dans la pile.

Des électrons arrivent sur la plaque de cuivre : ils y sont consommés par une réduction, $\mathrm{Cu^{2+}\,(aq) + 2\,e^- = Cu\,(s)}$.

Des électrons quittent la plaque d'argent : ils y sont libérés par une oxydation, $\mathrm{Ag\,(s) = Ag^+\,(aq) + e^-}$.

Autant d'électrons sont libérés que consommés, d'où (oxydation multipliée par 2) :

$$\mathrm{Cu^{2+}\,(aq) + 2\,Ag\,(s) = Cu\,(s) + 2\,Ag^+\,(aq)}$$

COMPRENDRE
C'est l'inverse de la réaction spontanée de l'arbre de Diane. Le générateur force la transformation : le dispositif fonctionne en électrolyseur.

I.2.2 (d) Établir le tableau descriptif de l'évolution du système : état initial (avec le détail du calcul des quantités de matière, en posant $n_i(\mathrm{Ag^+}) = 0$), puis état pour un avancement x quelconque.

Données utiles $V = 20{,}0$ mL ; $[\mathrm{Cu^{2+}}]_i = 1{,}50\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$; $m(\mathrm{Cu}) = 22{,}0$ g ; $m(\mathrm{Ag}) = 5{,}5$ g ; $M(\mathrm{Ag}) = 108\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$; $M(\mathrm{Cu}) = 63{,}6\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$

$n_i(\mathrm{Cu^{2+}}) = [\mathrm{Cu^{2+}}]_i \times V = 1{,}50 \times 20{,}0 \times 10^{-3} = 3{,}00 \times 10^{-2}$ mol

Les plaques ne plongent que sur la moitié de leur hauteur : seule la moitié de chaque masse est au contact de la solution.

$$n_i(\mathrm{Ag}) = \frac{m(\mathrm{Ag})/2}{M(\mathrm{Ag})} = \frac{2{,}75}{108} = 2{,}5 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol}$$

$$n_i(\mathrm{Cu}) = \frac{m(\mathrm{Cu})/2}{M(\mathrm{Cu})} = \frac{11{,}0}{63{,}6} = 0{,}173\ \mathrm{mol}$$

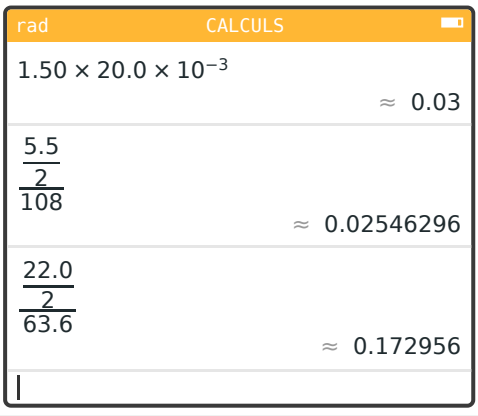
Tableau (quantités en mol) :

	$\mathrm{Cu^{2+}}$	$+\,2\,\mathrm{Ag}$	$=\,\mathrm{Cu}$	$+\,2\,\mathrm{Ag^+}$
Initial	0,0300	0,025	0,173	0
Avancement x	$0{,}0300 - x$	$0{,}025 - 2x$	$0{,}173 + x$	$2x$

$n_i(\mathrm{Cu^{2+}}) = 3{,}00 \times 10^{-2}$ mol ; $n_i(\mathrm{Ag}) = 2{,}5 \times 10^{-2}$ mol ; $n_i(\mathrm{Cu}) = 0{,}173$ mol

COMPRENDRE
La masse $5{,}5$ g n'a que deux chiffres significatifs : $n_i(\mathrm{Ag})$ aussi. Avec les masses entières, on trouverait le double pour les métaux ; la suite de l'exercice n'en dépend pas.

À LA CALCULATRICE



I.2.2 (e) Calculer l'avancement de la réaction après passage pendant une heure d'un courant d'intensité constante $I = 150$ mA.

Données utiles $I = 0{,}150$ A ; $\Delta t = 3600$ s ; $N_A\, e = 9{,}65 \times 10^4$ C · mol^{-1}

Charge qui a circulé : $Q = I\,\Delta t$. Elle est transportée par $n(e^-)$ moles d'électrons : $Q = n(e^-)\,N_A\,e$.

D'après les demi-équations, un avancement x correspond à l'échange de $n(e^-) = 2x$. Donc $I\,\Delta t = 2x\,N_A\,e$:

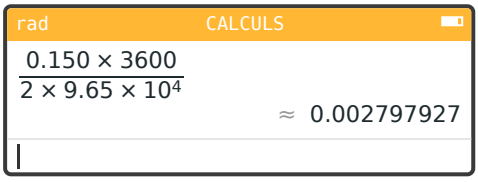
$$x = \frac{I\,\Delta t}{2\,N_A\,e} = \frac{0{,}150 \times 3600}{2 \times 9{,}65 \times 10^4} = 2{,}80 \times 10^{-3}\ \text{mol}$$

$x = 2{,}80 \times 10^{-3}$ mol

PIÈGE
Laisser I en mA ou Δt en heures, ou oublier le facteur 2 : la réduction d'un ion Cu^{2+} met en jeu deux électrons.

MÉTHODE
Électrolyse ou pile : 1) $Q = I\,\Delta t$; 2) $n(e^-) = Q/(N_A\,e)$; 3) lien entre $n(e^-)$ et x lu sur une demi-équation.

À LA CALCULATRICE



I.2.2 (f) En déduire la concentration des ions $Ag^+(aq)$ et $Cu^{2+}(aq)$ après passage du courant.

Données utiles $x = 2{,}80 \times 10^{-3}$ mol (e) ; $n_i(Cu^{2+}) = 3{,}00 \times 10^{-2}$ mol (d) ; $V = 20{,}0$ mL dans chaque bécher

D'après le tableau d'avancement :

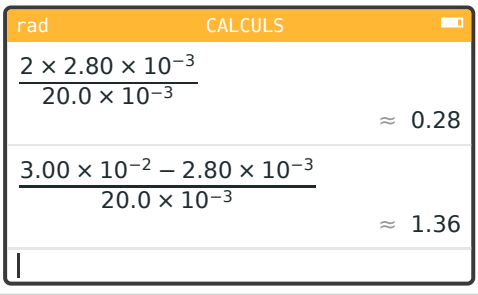
$$[Ag^+] = \frac{2x}{V} = \frac{2 \times 2{,}80 \times 10^{-3}}{20{,}0 \times 10^{-3}} = 0{,}280\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[Cu^{2+}] = \frac{n_i(Cu^{2+}) - x}{V} = \frac{3{,}00 \times 10^{-2} - 2{,}80 \times 10^{-3}}{20{,}0 \times 10^{-3}} = 1{,}36\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$[Ag^+] = 0{,}280$ mol · L^{-1} et $[Cu^{2+}] = 1{,}36$ mol · L^{-1}

COMPRENDRE
L'argent consommé, $2x = 5{,}60 \times 10^{-3}$ mol, reste inférieur aux $2{,}5 \times 10^{-2}$ mol disponibles : la plaque n'est pas épuisée. Q_r devient très inférieur à K : la pile peut maintenant débiter.

À LA CALCULATRICE



Etude d'un supercondensateur

Bac S 2007 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Avec la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ pendant la charge.

Interrupteur fermé, la loi d'additivité des tensions s'écrit : $E = u_R + u_C$.

Loi d'Ohm (conducteur ohmique en convention récepteur) : $u_R = R\,i$.

Le courant i arrive sur l'armature qui porte q : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, et $q = C\,u_C$ avec C constante, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

$$R\,C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$$

PIÈGE

Écrire $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ sans regarder le schéma. La relation n'a ce signe que si la flèche de i pointe vers l'armature qui porte q, ce qui est le cas ici.

MÉTHODE

Toujours la même chaîne pour un circuit RC : loi des mailles, loi d'Ohm, $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, $q = C\,u_C$. On aboutit à une équation ne contenant plus que u_C et sa dérivée.

1.2 Vérifier que $u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$ est solution de l'équation différentielle et respecte $u_C(0) = 0$. Exprimer τ en fonction des caractéristiques du circuit.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

On reporte dans le membre de gauche de l'équation :

$$R\,C\,\frac{E}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + E - E\,\mathrm{e}^{-t/\tau} = E + E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}\left(\frac{R\,C}{\tau} - 1\right)$$

Ce membre est égal à E à chaque instant si et seulement si $\dfrac{R\,C}{\tau} - 1 = 0$.

Condition initiale : $u_C(0) = E\left(1 - \mathrm{e}^{0}\right) = E\,(1-1) = 0$. Elle est bien vérifiée.

La fonction est solution à condition que $\tau = R\,C$.

PIÈGE

Oublier le facteur $\dfrac{1}{\tau}$ et le changement de signe en dérivant : la dérivée de $-\mathrm{e}^{-t/\tau}$ est $+\dfrac{1}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

COMPRENDRE

L'égalité doit être vraie quel que soit t, alors que $\mathrm{e}^{-t/\tau}$ ne s'annule jamais : c'est donc la parenthèse qui doit être nulle. C'est cet argument qui impose la valeur de τ.

1.3 À partir de l'enregistrement 1, par une méthode à détailler, déterminer la capacité C du condensateur. Comparer à la valeur indiquée par le fabricant.

Données utiles $R = 10\ \Omega$; $E = 5{,}0$ V ; $\tau = R\,C$ (II.1.b) ; indication du fabricant : « 1 F »

À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right) = 0{,}63\,E = 0{,}63 \times 5{,}0 = 3{,}2$ V.

Sur l'enregistrement, on trace l'horizontale $u_C = 3{,}2$ V : elle rencontre la courbe au point d'abscisse $\tau \approx 12$ s.

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{12}{10} = 1{,}2\ \mathrm{F}$$

Écart relatif avec l'indication du fabricant : $\dfrac{1{,}2 - 1}{1} = 20\ \%$.

$C \approx 1{,}2$ F : même ordre de grandeur que le « 1 F » annoncé (un seul chiffre significatif), donc résultat compatible avec l'indication du fabricant.

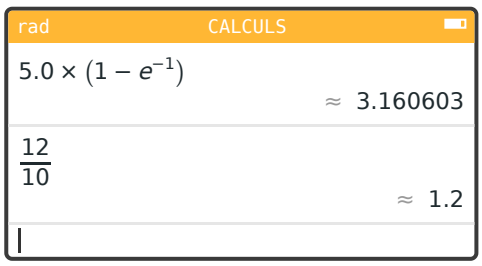
COMPRENDRE

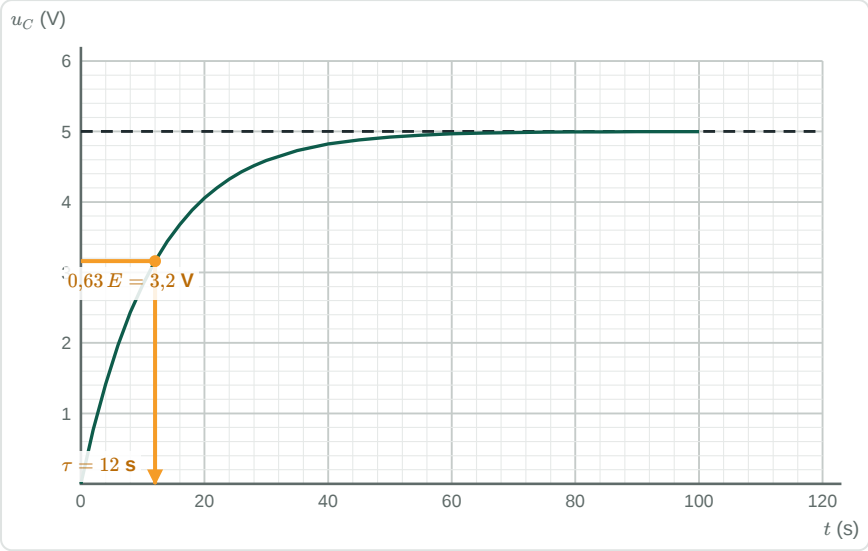
Deux chiffres significatifs, comme R et E. La lecture de τ se fait à 1 s près environ : C est connue à 10 % près, et les capacités sont de toute façon garanties avec une large tolérance.

MÉTHODE

Autre méthode acceptée : tracer la tangente à l'origine ; elle coupe l'asymptote $u_C = E$ à la date $t = \tau$. La lecture à 63 % est plus précise, car une tangente se trace mal.

À LA CALCULATRICE





1.3 · Enregistrement 1 (annexe) : lecture de la constante de temps

2.1 Pendant la décharge dans le moteur, $u_C(t) = a\,t + b$ avec $a < 0$ et $b > 0$. Calculer a et b.

Données utiles $u_C(0) = 4{,}9$ V ; $u_C(18) = 1{,}5$ V

À $t = 0$: $u_C(0) = b$, donc $b = 4{,}9$ V.

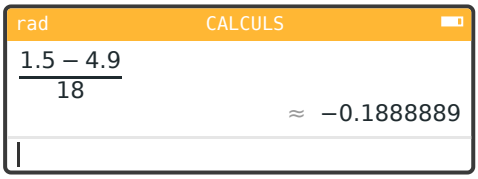
À $t = 18$ s : $u_C(18) = 18\,a + b$, donc

$$a = \frac{u_C(18) - b}{18} = \frac{1{,}5 - 4{,}9}{18} = -0{,}19 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$$

$a = -0{,}19$ V · s^{-1} et $b = 4{,}9$ V

PIÈGE
Donner a et b sans unité. b est une tension (V) et a une tension divisée par une durée (V · s^{-1}).

À LA CALCULATRICE



2.2 Exprimer la charge $q(t)$ du condensateur en fonction du temps. En déduire la valeur de l'intensité i et commenter son signe.

Données utiles $C = 1{,}0$ F ; $a = -0{,}19$ V · s^{-1} et $b = 4{,}9$ V (II.2.a)

$q(t) = C\,u_C(t) = C\,(a\,t + b)$, soit, avec q en coulombs et t en secondes : $q(t) = -0{,}19\,t + 4{,}9$.

Avec l'orientation du schéma 2 (i dirigé vers l'armature qui porte q) :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,a = 1{,}0 \times (-0{,}19) = -0{,}19 \text{ A}$$

L'intensité est constante et négative : la charge q diminue, le condensateur se décharge. Le courant circule réellement dans le sens opposé au sens positif choisi sur le schéma.

$q(t) = C\,(a\,t + b)$ et $i = C\,a = -0{,}19$ A

PIÈGE
Annoncer $i = 0{,}19$ A sans le signe. L'intensité est algébrique ; le signe « $-$ » porte l'information demandée sur le sens réel du courant.

COMPRENDRE
Une tension qui décroît linéairement signifie une intensité constante : c'est la « décharge à courant constant » du titre. Dans la partie II.1, au contraire, l'intensité diminuait au cours de la charge.

2.3 Calculer l'énergie stockée dans le condensateur à $t = 0$, celle qui reste à $t = 18$ s, l'énergie cédée, l'énergie potentielle reçue par la masse, puis le rendement du dispositif.

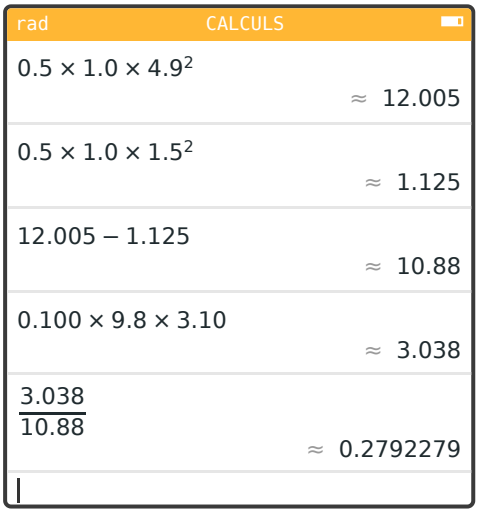
Données utiles $C = 1{,}0$ F ; $u_C(0) = 4{,}9$ V ; $u_C(18) = 1{,}5$ V ; $m = 100$ g ; $h = 3{,}10$ m ; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Énergie stockée dans un condensateur : $E_C = \dfrac{1}{2} C\, u_C^2$.

- À $t = 0$: $E_C(0) = \dfrac{1}{2} \times 1{,}0 \times 4{,}9^2 = 12$ J.
- À $t = 18$ s : $E_C(18) = \dfrac{1}{2} \times 1{,}0 \times 1{,}5^2 = 1{,}1$ J.
- Énergie cédée : $E_{\text{cédée}} = E_C(0) - E_C(18) = 12{,}005 - 1{,}125 = 10{,}88$ J, soit 11 J.
- Énergie potentielle de pesanteur gagnée par la masse : $E_{pp} = m\,g\,h = 0{,}100 \times 9{,}8 \times 3{,}10 = 3{,}0$ J.
- Rendement : $\eta = \dfrac{E_{pp}}{E_{\text{cédée}}} = \dfrac{3{,}038}{10{,}88} = 0{,}28$.

$E_C(0) = 12$ J ; $E_C(18) = 1{,}1$ J ; $E_{\text{cédée}} = 11$ J ; $E_{pp} = 3{,}0$ J ; $\eta = 28\ \%$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Calculer l'énergie cédée avec $\frac{1}{2} C\,(4{,}9 - 1{,}5)^2$: il faut la différence des carrés, pas le carré de la différence. Penser aussi à convertir m en kilogrammes.

COMPRENDRE

Le rendement compare l'énergie utile (la masse soulevée) à l'énergie dépensée (cédée par le condensateur). Les 72 % restants sont dissipés : effet Joule dans le moteur et les fils, frottements.

MÉTHODE

Garder les valeurs non arrondies dans la calculatrice pour les calculs enchaînés : avec les valeurs arrondies 3,0 et 11, on trouverait 27 % au lieu de 28 %.

Spécialité : Quelques problèmes en astronomie

Bac S 2007 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

3.1 Donner la relation entre la longueur d'onde λ, la célérité de la lumière c et la fréquence N de l'onde.

$\lambda = \dfrac{c}{N}$, avec λ en m, c en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et N en Hz.

COMPRENDRE
La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période $T = \dfrac{1}{N}$: $\lambda = cT$.

3.2 Ordonner qualitativement les domaines des ondes électromagnétiques (radio, ultraviolet, X, infrarouge, visible, gamma) en fonction de leur longueur d'onde.

Par longueur d'onde croissante :

gamma < X < ultraviolet < visible < infrarouge < radio

MÉTHODE
Repère à retenir : le visible s'étend de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge). L'ultraviolet est juste en dessous, l'infrarouge juste au-dessus ; les fréquences se rangent dans l'ordre inverse.

3.3 Calculer la longueur d'onde correspondant à la fréquence de 470 MHz. Dans quel domaine de rayonnement se situe-t-on ?

Données utiles $c = 3{,}00 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $N = 470\ \mathrm{MHz} = 470 \times 10^6\ \mathrm{Hz}$

$$\lambda = \frac{c}{N} = \frac{3{,}00 \times 10^8}{470 \times 10^6} = 0{,}638\ \mathrm{m}$$

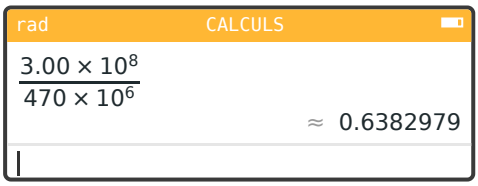
Cette longueur d'onde, de plusieurs dizaines de centimètres, est très supérieure à celles de l'infrarouge.

$\lambda = 0{,}638\ \mathrm{m}$: domaine des ondes radio.

PIÈGE
Laisser la fréquence en mégahertz : $1\ \mathrm{MHz} = 10^6\ \mathrm{Hz}$.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c et N.

À LA CALCULATRICE



3.4 Télescope de Newton. a) Où se forme l'image A de l'astre sans miroir secondaire ? Schéma. b) Position de l'image A′ de A donnée par le miroir plan. c) Schéma à l'échelle 1/100 du parcours d'un rayon parallèle à l'axe. d) Où placer l'oculaire (L) pour que l'image définitive A″ soit à l'infini ?

Données utiles $f = 16{,}3\ \text{m}$; $D = 5{,}08\ \text{m}$; $d = 14\ \text{m}$; miroir plan incliné à 45° ; $f' = 0{,}50\ \text{m}$

a) L'astre est à l'infini sur l'axe optique : les rayons arrivent parallèles à l'axe et, après réflexion sur le miroir principal, convergent au foyer F de ce miroir. L'image A est donc en F, sur l'axe, à $SA = f = 16{,}3\ \text{m}$ du sommet S (premier schéma).

b) A′ est le symétrique de A par rapport au plan du miroir secondaire. Ce miroir coupe l'axe en M, avec $MA = f - d = 16{,}3 - 14 = 2{,}3\ \text{m}$. Comme il est incliné à 45°, A′ se trouve sur la perpendiculaire à l'axe optique passant par M, à $MA' = MA = 2{,}3\ \text{m}$ de l'axe.

c) Sur la copie : $SF = 16{,}3\ \text{cm}$, $SM = 14{,}0\ \text{cm}$, $MA' = 2{,}3\ \text{cm}$, miroir principal de $5{,}1\ \text{cm}$ de hauteur (second schéma).

- Après réflexion sur le miroir principal, le rayon se dirige vers le foyer F.
- Il rencontre le miroir secondaire avant d'atteindre F ; après cette seconde réflexion, il passe par A′.

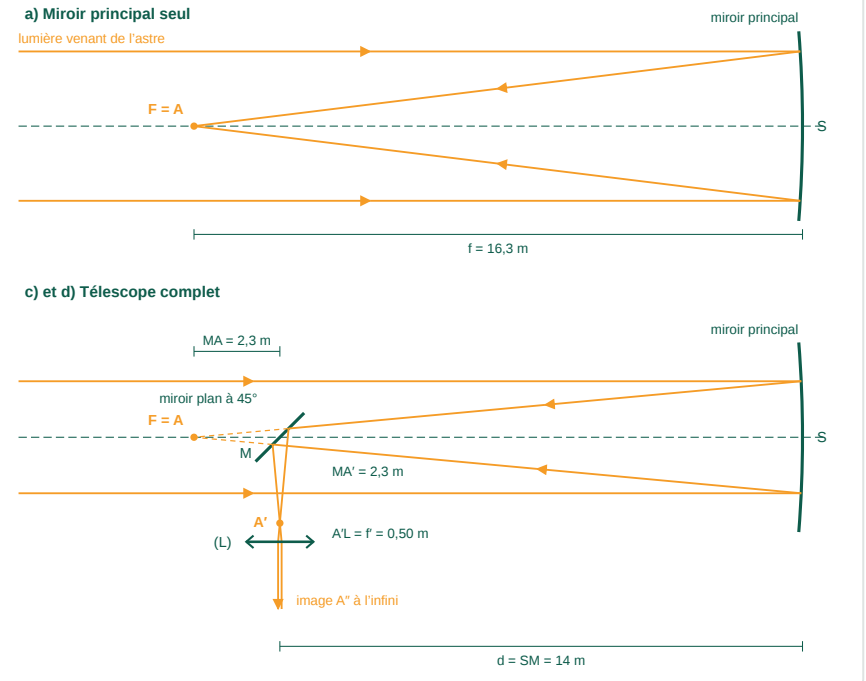
d) Une lentille convergente donne une image à l'infini d'un objet situé dans son plan focal objet. Il faut donc placer (L) de façon que son foyer objet soit confondu avec A′ : axe optique de (L) sur la droite (MA′), perpendiculaire à l'axe du télescope, centre optique à $f' = 0{,}50\ \text{m}$ au-delà de A′, soit à $2{,}3 + 0{,}50 = 2{,}8\ \text{m}$ de l'axe du télescope ($2{,}8\ \text{cm}$ sur le schéma).

A en F ; A′ à 2,3 m de l'axe, sur la perpendiculaire en M ; (L) à 0,50 m au-delà de A′, foyer objet en A′.

PIÈGE
En c), prolonger le rayon jusqu'à F en trait plein. Le miroir plan l'intercepte avant : vers F, seul un prolongement en pointillés est correct.

COMPRENDRE
Même principe que la lunette astronomique afocale : l'image intermédiaire se trouve au foyer objet de l'oculaire, et l'œil observe sans accommoder. Ici l'objectif est un miroir au lieu d'une lentille.

MÉTHODE
Image par un miroir plan : symétrique de l'objet par rapport au plan du miroir. Avec un miroir à 45°, un point de l'axe est renvoyé sur la perpendiculaire à l'axe, à la même distance du miroir.



3.4 · Schémas des questions a, c et d (sur la copie : 1 cm pour 1 m)

3.5 a) Calculer la limite de résolution α_1 de l'œil nu pour $\lambda = 600$ nm. b) Calculer la limite de résolution α_2 du télescope du Mont Palomar pour la même longueur d'onde.

Données utiles $\alpha = \dfrac{1{,}22\,\lambda}{D}$; $\lambda = 600$ nm ; pupille : $D_1 = 2{,}5$ mm ; télescope : $D_2 = 5{,}08$ m

a) $\alpha_1 = \dfrac{1{,}22\,\lambda}{D_1} = \dfrac{1{,}22 \times 600 \times 10^{-9}}{2{,}5 \times 10^{-3}} = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

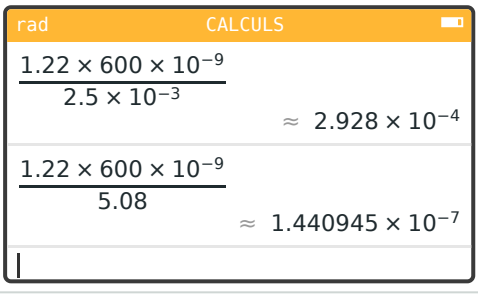
b) $\alpha_2 = \dfrac{1{,}22\,\lambda}{D_2} = \dfrac{1{,}22 \times 600 \times 10^{-9}}{5{,}08} = 1{,}44 \times 10^{-7}$ rad

$\alpha_1 = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad ; $\alpha_2 = 1{,}44 \times 10^{-7}$ rad

PIÈGE
Les deux longueurs doivent être dans la même unité : $600\ \text{nm} = 600 \times 10^{-9}$ m et $2{,}5\ \text{mm} = 2{,}5 \times 10^{-3}$ m. Le résultat est en radians.

COMPRENDRE
α_1 a deux chiffres significatifs, comme le diamètre de la pupille. Le télescope, 2000 fois plus large que la pupille, sépare des détails 2000 fois plus serrés.

À LA CALCULATRICE



3.6 Calculer la limite de résolution α_3 du radiotélescope d'Arecibo pour la radiation de fréquence 470 MHz, puis la comparer à celle du télescope du Mont Palomar.

Données utiles $D_3 = 305$ m ; $\lambda = 0{,}638$ m (3.3) ; $\alpha_2 = 1{,}44 \times 10^{-7}$ rad (3.5)

$$\alpha_3 = \frac{1{,}22\,\lambda}{D_3} = \frac{1{,}22 \times 0{,}638}{305} = 2{,}55 \times 10^{-3}\ \text{rad}$$

$$\frac{\alpha_3}{\alpha_2} = \frac{2{,}55 \times 10^{-3}}{1{,}44 \times 10^{-7}} \approx 1{,}8 \times 10^{4}$$

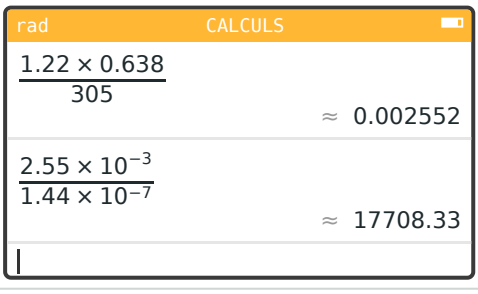
Plus la limite de résolution est petite, plus l'instrument distingue des détails rapprochés. Malgré son diamètre 60 fois plus grand, le radiotélescope a une limite de résolution environ 18 000 fois plus grande : il sépare beaucoup moins bien deux points voisins que le télescope du Mont Palomar.

$\alpha_3 = 2{,}55 \times 10^{-3}$ rad $\approx 1{,}8 \times 10^{4}\,\alpha_2$: résolution bien moins fine que celle du Mont Palomar.

PIÈGE
Conclure qu'un α plus grand est meilleur. C'est l'inverse : α est le plus petit angle séparable.

COMPRENDRE
La longueur d'onde radio est environ un million de fois plus grande que 600 nm : le grand diamètre ne compense pas. Avec $\alpha_3 > \alpha_1$, ce radiotélescope résout même moins bien que l'œil nu.

À LA CALCULATRICE



Oscillateur mécanique horizontal

Bac S 2007 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 (III.1.a) Donner l'expression vectorielle de la force de rappel $\vec{F}$ du ressort en fonction de l'abscisse x de G et du vecteur unitaire $\vec{i}$.

À l'équilibre G est en O : l'allongement du ressort est égal à l'abscisse x. La force de rappel est proportionnelle à cet allongement et de sens opposé.

$$\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». Si $x > 0$ le ressort est étiré et tire le mobile vers O ; si $x < 0$ il est comprimé et le repousse vers O.

COMPRENDRE
L'oscillateur masse-ressort ne figure plus au programme actuel de spécialité. L'exercice reste un bon entraînement à la deuxième loi de Newton, à l'analyse dimensionnelle et à la méthode d'Euler.

1.2 (III.1.b) Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le mobile et les représenter sur le schéma reproduit.

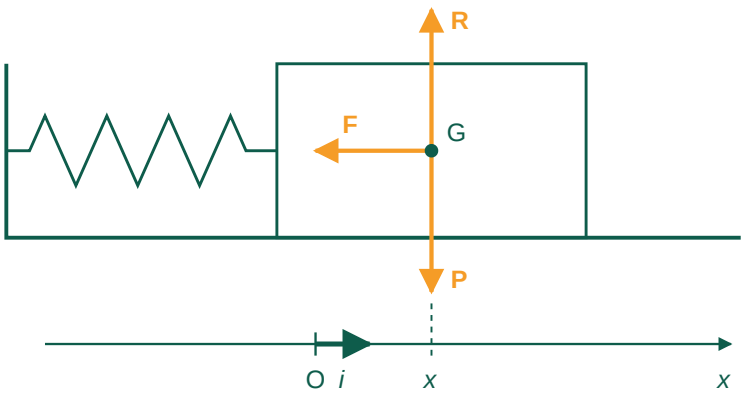
Système {mobile}, référentiel terrestre supposé galiléen. Sans frottement, trois forces s'exercent sur le mobile :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;
- la réaction $\vec{R}$ du coussin d'air, verticale, vers le haut ;
- la force de rappel $\vec{F}$ du ressort, horizontale, dirigée vers O.

Le mouvement est horizontal : $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent, leurs flèches ont la même longueur.

Trois forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{F}$ (schéma tracé pour $x > 0$).

PIÈGE
Dessiner $\vec{F}$ vers la droite alors que le mobile est représenté à droite de O, ou ajouter une force de frottement : le coussin d'air la supprime dans cette partie.



1.2 · Schéma 3 reproduit pour $x > 0$: $\vec{F}$ est dirigée vers O, $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent.

1.3 (III.1.c) À l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse $x(t)$.

Deuxième loi de Newton appliquée au mobile, de masse m constante :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}$$

Projection sur l'axe $(O, \vec{i})$: $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont verticales, leurs projections sont nulles. Il reste

$$-k\,x = m\,a_x = m\,\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}\,x = 0}$$

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi sous forme vectorielle, puis projection sur l'axe du mouvement.

1.4 (III.1.d) Calculer la raideur k du ressort à partir de la période mesurée et de l'expression $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

Données utiles $m = 80\ \mathrm{g} = 8{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg}$; $T_0 = 0{,}20\ \mathrm{s}$

On élève au carré : $T_0^2 = 4\pi^2\,\dfrac{m}{k}$, donc $k = \dfrac{4\pi^2\,m}{T_0^2}$.

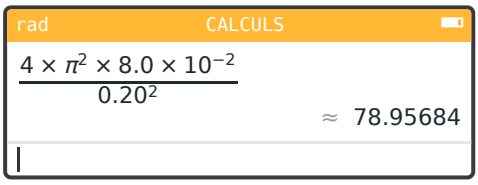
$$k = \frac{4\pi^2 \times 8{,}0 \times 10^{-2}}{0{,}20^2} = 79\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

$$\boxed{k = 79\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}}$$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : on trouverait une raideur mille fois trop grande. Dans cette formule, m est en kilogrammes.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme m et T_0. L'unité $\mathrm{N \cdot m^{-1}}$ est équivalente à $\mathrm{kg \cdot s^{-2}}$, celle que donne directement la formule.

À LA CALCULATRICE



2.1 (III.2.a) Par analyse dimensionnelle, déterminer les unités de α et β dans le système international, l'équation étant $a + \alpha\,v + \beta\,x = 0$.

Les trois termes de la somme ont la même unité que l'accélération a, le $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Pour $\alpha\,v$, avec v en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$: unité de $\alpha = \dfrac{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}{\mathrm{m \cdot s^{-1}}} = \mathrm{s^{-1}}$.

Pour $\beta\,x$, avec x en m : unité de $\beta = \dfrac{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}{\mathrm{m}} = \mathrm{s^{-2}}$.

α s'exprime en $\mathrm{s^{-1}}$ et β en $\mathrm{s^{-2}}$: $\alpha = 60\ \mathrm{s^{-1}}$, $\beta = 1{,}00 \times 10^3\ \mathrm{s^{-2}}$.

MÉTHODE
On ne peut additionner que des grandeurs de même unité : on impose à chaque terme l'unité du terme connu, puis on isole le coefficient cherché.

2.2 (III.2.b) Calculer l'accélération a_7 à l'instant $t_7 = 0{,}07\ \mathrm{s}$ à l'aide de l'équation différentielle.

Données utiles $\alpha = 60\ \mathrm{s^{-1}}$; $\beta = 1{,}00 \times 10^3\ \mathrm{s^{-2}}$; tableau : $v_7 = -0{,}20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $x_7 = 0{,}008\ \mathrm{m}$

L'équation est vraie à chaque instant, donc à t_7 : $a_7 = -\alpha\,v_7 - \beta\,x_7$.

$$a_7 = -60 \times (-0{,}20) - 1{,}00 \times 10^3 \times 0{,}008 = 12 - 8{,}0 = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$\boxed{a_7 = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}}$$

PIÈGE
Perdre le signe de v_7 : la vitesse est négative, donc le terme $-\alpha\,v_7$ est positif. Avec $+0{,}20$ on obtiendrait $-20\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

COMPRENDRE
Le résultat est écrit au dixième, comme les autres accélérations du tableau.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$(-60) \times (-0.20) - 1.00 \times 10^3 \times 0.008 \approx 4$

2.3 (III.2.c) Calculer la vitesse v_8 et l'abscisse x_8 à l'instant $t_8 = 0{,}08$ s par la méthode d'Euler.

Données utiles pas $\Delta t = 0{,}01$ s ; $a_7 = 4{,}0$ m · s^{-2} (III.2.b) ; $v_7 = -0{,}20$ m · s^{-1} ; $x_7 = 0{,}008$ m

Sur un pas Δt très court, $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \approx \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ et $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \approx \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$, d'où

$$v_{n+1} = v_n + a_n \, \Delta t \qquad x_{n+1} = x_n + v_n \, \Delta t$$

$v_8 = v_7 + a_7 \, \Delta t = -0{,}20 + 4{,}0 \times 0{,}01 = -0{,}16$ m · s^{-1}

$x_8 = x_7 + v_7 \, \Delta t = 0{,}008 + (-0{,}20) \times 0{,}01 = 0{,}006$ m

$v_8 = -0{,}16$ m · s^{-1} et $x_8 = 0{,}006$ m

PIÈGE
Utiliser a_6 au lieu de a_7 pour v_8 : chaque ligne se calcule à partir de la ligne juste au-dessus.

COMPRENDRE
Le tableau du sujet a été rempli avec la vitesse nouvelle, $x_{n+1} = x_n + v_{n+1} \, \Delta t$ (ligne 1 : $0{,}030 - 0{,}30 \times 0{,}01 = 0{,}027$). Ici cette variante donne $0{,}0064$, soit le même arrondi $0{,}006$ m.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$-0.20 + 4.0 \times 0.01 \approx -0.16$

$0.008 + (-0.20) \times 0.01 \approx 0.006$

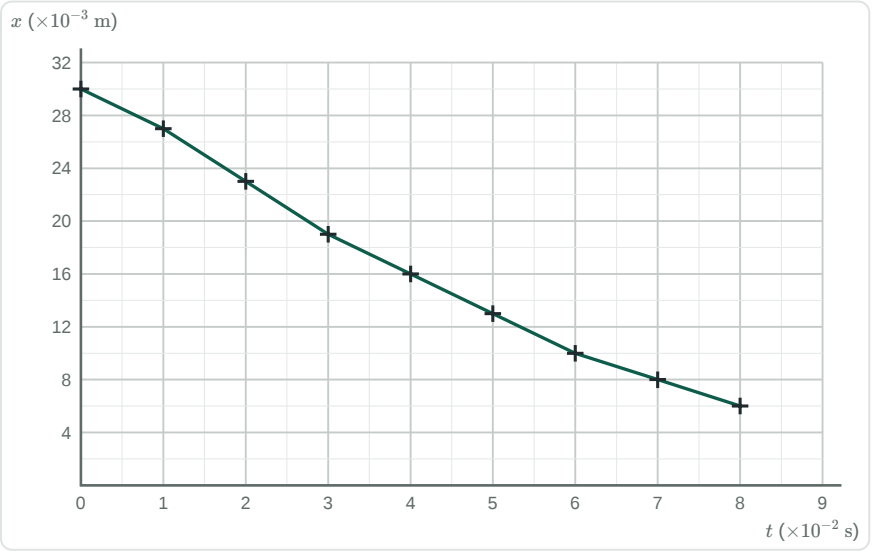
2.4 (III.2.d) Tracer la courbe donnant l'abscisse x en fonction du temps (1 cm pour 0,01 s ; 1 cm pour 0,002 m).

Données utiles valeurs de x du tableau, complétées par $x_8 = 0{,}006$ m (III.2.c)

On place les neuf points $(t_n ; x_n)$ du tableau, de $(0 ; 0{,}030)$ à $(0{,}08 ; 0{,}006)$, puis on trace une courbe lisse qui passe au plus près des points.

La courbe part de $x_0 = 0{,}030$ m et décroît de moins en moins vite jusqu'à $x_8 = 0{,}006$ m, sans s'annuler.

MÉTHODE
Respecter les échelles imposées, nommer les axes avec leurs unités, marquer les points par des croix et ne pas les relier à la règle.



2.4 · Abscisse x du mobile calculée par la méthode d'Euler (graduations en mm et en centièmes de seconde)

2.5 (III.2.e) Nommer les deux régimes possibles d'un oscillateur. La courbe tracée permet-elle de dire dans quel régime se trouve l'oscillateur étudié ?

Un oscillateur amorti peut suivre deux régimes :

- le régime **pseudo-périodique** (amortissement faible) : le mobile oscille de part et d'autre de O, x change de signe, avec une amplitude qui diminue ;
- le régime **apériodique** (amortissement fort) : le mobile revient vers O sans osciller, x ne change pas de signe.

Sur la courbe, x décroît en restant positif jusqu'à $0{,}08$ s. Les deux régimes commencent ainsi : rien n'indique si x va ensuite devenir négatif.

La courbe ne permet pas de conclure : il faudrait poursuivre le calcul sur une durée plus longue.

PIÈGE
Conclure « apériodique » parce qu'aucune oscillation n'est visible. La durée calculée, $0{,}08$ s, est inférieure à la moitié de la période propre $T_0 = 0{,}20$ s de la première partie.