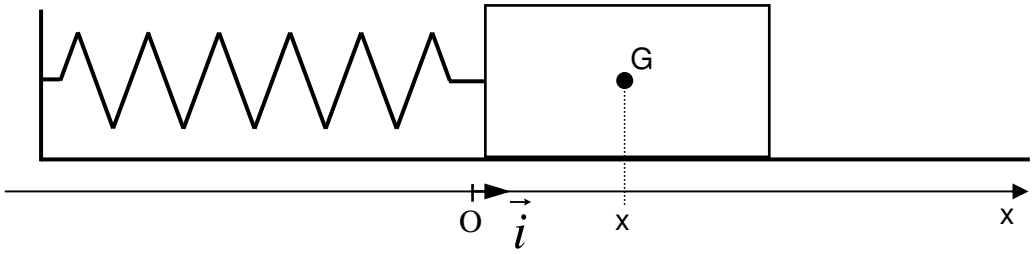
## Pondichéry 2007 EXERCICE III. OSCILLATEUR MÉCANIQUE HORIZONTAL (4 points)

Un pendule élastique est constitué d'un mobile de masse $m = 80\ g$ pouvant se déplacer sur un banc à coussin d'air horizontal. Ce mobile est attaché à un point fixe par un ressort de masse négligeable à spires non jointives, de raideur $k$. La position du mobile est repérée par l'abscisse x sur l'axe $(O, \vec{i})$. A l'équilibre, la position du centre d'inertie $G$ coïncide avec le point $O$, origine des abscisses.

Schéma 3




### III.1 Etude de l'oscillateur parfait (non amorti)

Dans cette partie, on considère que le mobile n'est soumis à aucune force de frottement.

**III.1.a** – Indiquer l'expression vectorielle de la force $\vec{F}$ de rappel du ressort en fonction de l'abscisse $x$ du centre d'inertie du mobile et de $\vec{i}$ vecteur unitaire.

**III.1.b** – Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le mobile. Reproduire le schéma ci-dessus et représenter ces forces.

**III.1.c** – A l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement (relation entre l'abscisse x(t) et ses dérivées par rapport au temps).

**III.1.d** – Un dispositif d'enregistrement de la position $x$ du mobile permet de mesurer la valeur $T_0$ de la période du mouvement : $T_0 = 0{,}20$ s. Quelle est la valeur numérique de la raideur k du ressort sachant que $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ?

### III.2 - Etude de l'oscillateur avec amortissement

Le dispositif est modifié et les frottements deviennent plus importants. L'équation différentielle du mouvement a maintenant l'expression suivante : $a + \alpha.v + \beta.x = 0$

$a = \frac{d^2x}{dt^2}$ est l'accélération de G, $v = \frac{dx}{dt}$ sa vitesse.

**III.2. a** - A l'aide de l'analyse dimensionnelle, déterminer les unités de $\alpha$ et $\beta$ dans le système international (S.I.).
On a pu déterminer que $\alpha = 60$ S.I. et $\beta = 1{,}00.10^3$ S.I.

**III.2. b** - La méthode numérique itérative d'Euler permet de résoudre cette équation différentielle. Un extrait de feuille de calcul pour cette résolution est représenté ci-après :

| *Indice t, a, v, x* | *Instant t (s)* | *Accélération* a *($m.s^{-2}$)* | *Vitesse* v *($m.s^{-1}$)* | *Abscisse* x *(m)* |
|---|---|---|---|---|
| *0* | *0,00* | *-30,0* | *0,00* | *0,030* |
| *1* | *0,01* | *-9,0* | *-0,30* | *0,027* |
| *2* | *0,02* | *0,3* | *-0,39* | *0,023* |
| *3* | *0,03* | *4,0* | *-0,39* | *0,019* |
| *4* | *0,04* | *5,1* | *-0,35* | *0,016* |
| *5* | *0,05* | *5,0* | *-0,30* | *0,013* |
| *6* | *0,06* | *4,5* | *-0,25* | *0,010* |
| *7* | *0,07* | $a_7$ | *-0,20* | *0,008* |
| *8* | *0,08* | | $v_8$ | $x_8$ |

Calculer la valeur numérique de l'accélération $a_7$ à l'instant $t_7 = 0{,}07$ *s* à l'aide de l'équation différentielle.

**III.2. c** - Calculer les valeurs de la vitesse $v_8$ et de l'abscisse $x_8$ à l'instant $t_8 = 0{,}08$ *s* en utilisant la méthode d'Euler.

**III.2. d** - Tracer la courbe donnant l'abscisse *x* en fonction du temps sur le papier millimétré à rendre avec la copie.
*Echelles : 1 cm pour t = 0,01 s et 1 cm pour x = 0,002 m.*

**III.2. e** - Quels sont les noms des deux régimes possibles d'un oscillateur ?
La courbe précédente permet-elle d'affirmer dans quel régime se trouve l'oscillateur étudié ?