Corrigé complet — Bac S 2005 Métropole rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Traitement de l'eau d'une piscine** Électrolyse · Couples oxydant/réducteur · Tableau d'avancement · Quantité d'électricité · Diagramme de prédominance · Quotient de réaction et critère d'évolution	4 pts	52 min	14 questions	p. 2
Ex 2	**A propos du marquage isotopique** Radioactivité β+ · Loi de décroissance radioactive · Activité et demi-vie · Méthode d'Euler · Estérification · Montage à reflux	6,5 pts	1 h 18	17 questions	p. 6
Ex 3	**Spécialité : De la bauxite à l'aluminium** Constante d'équilibre · Produit ionique de l'eau et pH · Précipitation · Électrolyse · Tableau d'avancement · Quantité d'électricité	4 pts	52 min	12 questions	p. 11
Ex 4	**Le transit de Vénus du 8 Juin 2004** Référentiel héliocentrique · Force de gravitation · Deuxième loi de Newton · Mouvement circulaire uniforme · Troisième loi de Kepler · Théorème de Thalès	5,5 pts	1 h 05	14 questions	p. 15

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Traitement de l'eau d'une piscine

Bac S 2005 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Identifier les deux couples oxydant/réducteur mis en jeu dans l'équation 1 modélisant l'électrolyse.

Les réactifs de l'équation 1 sont H_2O et Cl^- ; les produits observés sont H_2, Cl_2 et HO^-. Parmi les couples donnés, ceux qui associent ces espèces sont :

H_2O / H_2 (g) et Cl_2 (g) / Cl^- (aq)

MÉTHODE
Dans une équation d'oxydoréduction, chaque couple a un membre de chaque côté : on cherche, dans la liste fournie, les couples dont une espèce est réactif et l'autre produit.

1.2 En déduire l'espèce chimique oxydée.

Une espèce oxydée est un réducteur qui cède des électrons. Parmi les réactifs, Cl^- est le réducteur du couple Cl_2 / Cl^- :

$$2\,Cl^-\,(aq) = Cl_2\,(g) + 2\,e^-$$

L'espèce oxydée est l'ion chlorure Cl^-.

COMPRENDRE
L'eau, elle, est l'oxydant du couple H_2O / H_2 : elle est réduite selon $2\,H_2O + 2\,e^- = H_2\,(g) + 2\,HO^-\,(aq)$, ce qui explique l'apparition des ions hydroxyde.

1.3 Identifier l'électrode (A ou B) à laquelle se produit l'oxydation. Quel gaz se dégage à cette électrode ?

D'après le sens du courant I sur la figure 1, l'électrode B est reliée à la borne $+$ du générateur. Les électrons circulent en sens inverse du courant : ils quittent l'électrode B vers la borne $+$. Ils sont donc libérés à l'électrode B, où a lieu l'oxydation $2\,Cl^- = Cl_2 + 2\,e^-$.

L'oxydation se produit à l'électrode B (anode) ; il s'y dégage du dichlore Cl_2.

PIÈGE
Raisonner comme pour une pile. Dans une électrolyse, le générateur impose le sens du courant : l'anode, siège de l'oxydation, est l'électrode reliée à sa borne positive.

2.1.1 Compléter le tableau d'avancement de l'équation 1 fourni en annexe.

D'après les demi-équations, $2\,Cl^- = Cl_2 + 2\,e^-$ et $2\,H_2O + 2\,e^- = H_2 + 2\,HO^-$: deux électrons sont échangés chaque fois que l'équation 1 se produit une fois. Pour un avancement x, la quantité d'électrons échangés est donc $2x$.

Voir le tableau complété : $n(Cl^-)_i - 2x$; x ; x ; $2x$; électrons : $2x$ (mêmes expressions avec x_f à l'état final).

PIÈGE
Les électrons n'apparaissent pas dans l'équation 1 : pour remplir la dernière colonne, il faut revenir aux demi-équations et compter les électrons transférés.

	Avancement	2 H_2O	+ 2 Cl^-(aq) =	H_2(g) +	Cl_2(g) +	2 HO^-(aq)	Quantité (mol) d'électrons
État initial	0	excès	$n(Cl^-)_i$	0	0	0	0
État en cours de transformation	x	excès	$n(Cl^-)_i - 2x$	x	x	2x	2x
État final	x_f	excès	$n(Cl^-)_i - 2x_f$	x_f	x_f	$2x_f$	$2x_f$

2.1.1 · Annexe complétée : tableau d'avancement de l'équation 1

2.1.2 En déduire la relation entre la quantité $n(\mathrm{e}^-)$ d'électrons échangés et la quantité $n_1(\mathrm{Cl_2})$ de dichlore formé lors de la réaction d'équation 1.

D'après le tableau : $n(\mathrm{e}^-) = 2x$ et $n_1(\mathrm{Cl_2}) = x$.

$$n(\mathrm{e}^-) = 2\,n_1(\mathrm{Cl_2})$$

2.2 Établir la relation entre la quantité $n(\mathrm{ClO}^-)$ d'ions hypochlorite formés et la quantité $n_2(\mathrm{Cl_2})$ de dichlore consommé dans la réaction d'équation 2.

Dans l'équation 2, $\mathrm{Cl_2}$ et ClO^- ont le même nombre stœchiométrique, égal à 1 : une mole de dichlore consommée donne une mole d'ions hypochlorite.

$$n(\mathrm{ClO}^-) = n_2(\mathrm{Cl_2})$$

2.3 La transformation associée à l'équation 2 étant totale et rapide, en déduire la relation entre $n(\mathrm{e}^-)$ et $n(\mathrm{ClO}^-)$.

La transformation 2 étant rapide et totale, tout le dichlore formé par l'électrolyse est aussitôt consommé : $n_2(\mathrm{Cl_2}) = n_1(\mathrm{Cl_2})$.

Alors $n(\mathrm{ClO}^-) = n_1(\mathrm{Cl_2}) = \dfrac{n(\mathrm{e}^-)}{2}$.

$$n(\mathrm{e}^-) = 2\,n(\mathrm{ClO}^-)$$

COMPRENDRE
L'équation 1 produit $2x$ mol de HO^- pour x mol de $\mathrm{Cl_2}$: exactement les proportions de l'équation 2. Aucun des deux réactifs n'est en défaut, tout le dichlore peut réagir.

2.4 En déduire et calculer la quantité de matière maximale d'ions hypochlorite que peut fournir cet appareil en une heure de fonctionnement.

Données utiles $I = 20\ \mathrm{A}$; $\Delta t = 1\ \mathrm{h} = 3600\ \mathrm{s}$; $N_A \cdot e = 1{,}0 \times 10^5\ \mathrm{C \cdot mol^{-1}}$

Quantité d'électricité débitée : $Q = I\,\Delta t$.

Cette charge est portée par $n(\mathrm{e}^-)$ moles d'électrons, chacune de charge $N_A \cdot e$: $Q = n(\mathrm{e}^-)\,N_A\,e$.

Donc $n(\mathrm{e}^-) = \dfrac{I\,\Delta t}{N_A\,e}$ et, d'après 2.3 :

$$n(\mathrm{ClO}^-) = \frac{n(\mathrm{e}^-)}{2} = \frac{I\,\Delta t}{2\,N_A\,e} = \frac{20 \times 3600}{2 \times 1{,}0 \times 10^5} = \frac{3{,}6 \times 10^4}{1{,}0 \times 10^5}$$

$$n(\mathrm{ClO}^-) = 0{,}36\ \mathrm{mol}$$

PIÈGE
Laisser la durée en heures : dans $Q = I\,\Delta t$, la durée est en secondes pour obtenir des coulombs. Oublier le facteur 2 donnerait la quantité d'électrons, pas celle d'ions hypochlorite.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme I et $N_A \cdot e$. C'est une quantité maximale : on suppose que tous les électrons servent à l'équation 1, sans réaction parasite aux électrodes.

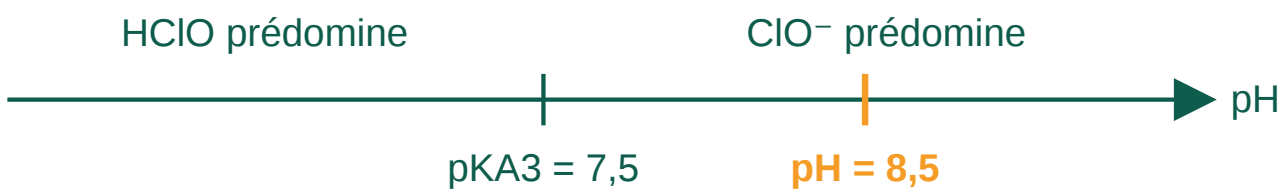
MÉTHODE
Sans calculatrice, simplifier avant de calculer : $20 \div 2 = 10$, puis $10 \times 3600 = 3{,}6 \times 10^4$, enfin division par 10^5.

3.1.1 À pH = 8,5, indiquer l'espèce prédominante du couple $\mathrm{HClO\,(aq)}$ / $\mathrm{ClO^-\,(aq)}$.

Données utiles $\mathrm{p}K_{A3} = 7{,}5$

La base d'un couple prédomine lorsque $\mathrm{pH} > \mathrm{p}K_A$. Ici $\mathrm{pH} = 8{,}5 > \mathrm{p}K_{A3} = 7{,}5$.

L'espèce prédominante est l'ion hypochlorite $\mathrm{ClO^-}$.



3.1.1 · Diagramme de prédominance du couple HClO / ClO^-

3.1.2 Calculer le rapport des concentrations en ions hypochlorite et en acide hypochloreux lors de ce contrôle.

Données utiles $\text{pH} = 8{,}5$; $\text{p}K_{A3} = 7{,}5$

Pour le couple $\text{HClO} / \text{ClO}^-$: $\text{pH} = \text{p}K_{A3} + \log \dfrac{[\text{ClO}^-]}{[\text{HClO}]}$, d'où

$$\frac{[\text{ClO}^-]}{[\text{HClO}]} = 10^{\text{pH}-\text{p}K_{A3}} = 10^{8{,}5-7{,}5}$$

$$\boxed{\frac{[\text{ClO}^-]}{[\text{HClO}]} = 10}$$

COMPRENDRE
Le résultat confirme 3.1.1 : une unité de pH au-dessus du $\text{p}K_A$, la base est dix fois plus concentrée que l'acide.

3.2.1 Exprimer la constante d'équilibre K de la réaction d'équation 3 en fonction de K_{A3}. Calculer K.

Données utiles $\text{p}K_{A3} = 7{,}5$

Pour l'équation 3 : $K = \dfrac{[\text{HClO}]_{éq}}{[\text{ClO}^-]_{éq}\,[\text{H}_3\text{O}^+]_{éq}}$.

Or $K_{A3} = \dfrac{[\text{ClO}^-]_{éq}\,[\text{H}_3\text{O}^+]_{éq}}{[\text{HClO}]_{éq}}$: l'équation 3 est l'inverse de la réaction de l'acide HClO sur l'eau.

$$\boxed{K = \frac{1}{K_{A3}} = 10^{\text{p}K_{A3}} = 10^{7{,}5}, \text{ soit } K \approx 3 \times 10^7}$$

COMPRENDRE
Sans calculatrice, on laisse $K = 10^{7{,}5}$; l'ordre de grandeur vient de $10^{0{,}5} = \sqrt{10} \approx 3$. L'eau, solvant, ne figure pas dans l'expression de K.

3.2.2 a. Calculer la concentration molaire effective initiale en ions H_3O^+, notée $[\text{H}_3\text{O}^+]_i$. b. Calculer le quotient de réaction initial $Q_{r,i}$.

Données utiles $n(\text{H}_3\text{O}^+) = 0{,}10$ mol introduit ; $V = 1{,}0 \times 10^5$ L ; $\dfrac{[\text{ClO}^-]_i}{[\text{HClO}]_i} = 10$ (3.1.2)

a. L'acide chlorhydrique apporte $n = 0{,}10$ mol d'ions H_3O^+ dans le volume V :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_i = \frac{n}{V} = \frac{0{,}10}{1{,}0 \times 10^5} = 1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

b. Pour l'équation 3, l'eau étant le solvant :

$$Q_{r,i} = \frac{[\text{HClO}]_i}{[\text{ClO}^-]_i\,[\text{H}_3\text{O}^+]_i} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{1{,}0 \times 10^{-6}} = 1{,}0 \times 10^5$$

$$\boxed{\text{a. } [\text{H}_3\text{O}^+]_i = 1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ ; b. } Q_{r,i} = 1{,}0 \times 10^5}$$

PIÈGE
Utiliser le rapport dans le mauvais sens : $Q_{r,i}$ contient $\dfrac{[\text{HClO}]_i}{[\text{ClO}^-]_i} = \dfrac{1}{10}$, l'inverse du rapport calculé en 3.1.2.

COMPRENDRE
Les ions H_3O^+ déjà présents à pH = 8,5 ($10^{-8{,}5} \approx 3 \times 10^{-9}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$) sont environ 300 fois moins concentrés que ceux apportés : on les néglige.

3.2.3 En appliquant le critère d'évolution spontanée, donner le sens d'évolution de la réaction d'équation 3.

Données utiles $Q_{r,i} = 1{,}0 \times 10^{5}$ (3.2.2.b) ; $K = 10^{7{,}5}$ (3.2.1)

$Q_{r,i} = 10^{5} < K = 10^{7{,}5}$: le quotient de réaction doit augmenter pour atteindre K.

$Q_{r,i} < K$: la réaction évolue dans le sens direct (consommation de $\mathrm{ClO^-}$ et de $\mathrm{H_3O^+}$, formation de HClO).

MÉTHODE
Critère d'évolution : $Q_r < K$, sens direct ; $Q_r > K$, sens inverse ; $Q_r = K$, équilibre. Comparer les puissances de dix suffit ici.

3.2.4 À partir de l'expression de K_{A3} et du rapport $\dfrac{[\mathrm{ClO^-}]_i}{[\mathrm{HClO}]_i}$ calculé au 3.1.2, montrer que le pH de l'eau de la piscine diminue.

La réaction évolue dans le sens direct : $[\mathrm{ClO^-}]$ diminue et $[\mathrm{HClO}]$ augmente. À l'équilibre final, $\dfrac{[\mathrm{ClO^-}]_{éq}}{[\mathrm{HClO}]_{éq}} < 10$.

Or $K_{A3} = \dfrac{[\mathrm{ClO^-}]_{éq}\,[\mathrm{H_3O^+}]_{éq}}{[\mathrm{HClO}]_{éq}}$ est une constante, donc

$$[\mathrm{H_3O^+}]_{éq} = K_{A3} \times \frac{[\mathrm{HClO}]_{éq}}{[\mathrm{ClO^-}]_{éq}} > \frac{K_{A3}}{10} = 10^{-8{,}5}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

$[\mathrm{H_3O^+}]_{éq} > 10^{-8{,}5}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, donc $\mathrm{pH} < 8{,}5$: le pH de l'eau a diminué.

COMPRENDRE
La comparaison porte sur l'eau avant l'injection (pH = 8,5) et l'eau une fois l'équilibre atteint. De façon équivalente : $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{A3} + \log \dfrac{[\mathrm{ClO^-}]}{[\mathrm{HClO}]}$, et le rapport a diminué.

A propos du marquage isotopique

Bac S 2005 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Donner la composition du noyau de l'isotope 18 du fluor.

Pour ${}^{18}_{9}\mathrm{F}$: $Z = 9$ et $A = 18$, donc $A - Z = 18 - 9 = 9$.

Le noyau de fluor 18 contient 9 protons et 9 neutrons.

PIÈGE
La question porte sur le noyau : ne pas citer les électrons. Le nombre du haut, A, compte tous les nucléons, pas les seuls neutrons.

1.1.2 En appliquant les lois de conservation, déterminer Z et A. La désintégration est-elle de type α, β^- ou β^+ ?

${}^{18}_{9}\mathrm{F} \longrightarrow {}^{18}_{8}\mathrm{O} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$

Conservation du nombre de nucléons : $18 = 18 + A$, donc $A = 0$.

Conservation du nombre de charge : $9 = 8 + Z$, donc $Z = 1$.

La particule ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ est un positon.

$A = 0$ et $Z = 1$: émission d'un positon, la désintégration est de type β^+.

COMPRENDRE
Une désintégration α émet un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$; une désintégration β^- émet un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$. Ici un proton du noyau s'est transformé en neutron.

1.2.1 Donner la définition du temps de demi-vie radioactive.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

PIÈGE
Au bout de deux demi-vies il reste un quart des noyaux, et non zéro : la décroissance est exponentielle, pas linéaire.

1.2.2 Par une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de λ dans le système international, puis choisir son ordre de grandeur parmi 10^{-4}, 10^{-3} et 10^{-2}.

Données utiles $t_{1/2} = 110$ min ; $\ln 2 = 6{,}9 \times 10^{-1}$

$\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$. Le nombre $\ln 2$ est sans dimension et $t_{1/2}$ est une durée, donc $[\lambda] = \mathrm{T}^{-1}$: λ s'exprime en s^{-1}.

$t_{1/2} = 110 \times 60 = 6{,}6 \times 10^{3}$ s, d'où

$$\lambda = \frac{6{,}9 \times 10^{-1}}{6{,}6 \times 10^{3}} \approx 1 \times 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$$

λ est en s^{-1} et son ordre de grandeur est $10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$.

PIÈGE
Laisser la demi-vie en minutes donne $6 \times 10^{-3}\ \mathrm{min}^{-1}$ et conduit à choisir 10^{-2}. L'unité SI de temps est la seconde.

MÉTHODE
Sans calculatrice, on écrit chaque nombre en notation scientifique : $6{,}9 \div 6{,}6 \approx 1$ et $10^{-1} \div 10^{3} = 10^{-4}$.

1.3.1 Rappeler l'expression de $N(t)$, montrer que l'activité s'écrit $A = A_0\, e^{-\lambda t}$ et exprimer A_0 en fonction de λ et N_0.

Loi de décroissance : $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$.

$$A = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -N_0 \times (-\lambda)\, e^{-\lambda t} = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}$$

Cette expression est bien de la forme $A_0\, e^{-\lambda t}$.

$A = A_0\, e^{-\lambda t}$ avec $A_0 = \lambda N_0$

COMPRENDRE
On retient $A(t) = \lambda\, N(t)$ à chaque instant : activité et nombre de noyaux sont proportionnels et décroissent avec la même demi-vie.

1.3.2 Calculer le nombre de noyaux de fluor 18 présents dans la dose de traceur au moment de son injection.

Données utiles $A = 260$ MBq à l'injection ; $1\ \text{MBq} = 10^6$ Bq ; $\lambda = 1 \times 10^{-4}\ \text{s}^{-1}$

À chaque instant $A = \lambda N$ (1.3.1), donc $N = \dfrac{A}{\lambda}$.

$$N = \frac{260 \times 10^6}{1 \times 10^{-4}} = 2{,}6 \times 10^{12}$$

$N = 2{,}6 \times 10^{12}$ noyaux, soit environ 3×10^{12} noyaux.

PIÈGE
L'activité doit être en becquerels (désintégrations par seconde) puisque λ est en s^{-1} : oublier le facteur 10^6 fausse le résultat d'un facteur un million.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : λ n'en a qu'un, le résultat n'est donc sûr qu'à un chiffre près (3×10^{12}). On garde $2{,}6 \times 10^{12}$ comme valeur intermédiaire.

1.3.3 À l'aide de la figure 2, déterminer l'heure de fabrication de la dose D1, puis l'heure du deuxième examen (injection de la dose D2).

Données utiles injection de D1 à 9 h 00 ; activité à l'injection : 260 MBq ; $t = 0$ à la fabrication

Chaque dose est injectée lorsque son activité vaut 260 MBq. On trace l'horizontale $A = 260$ MBq sur la figure 2.

Elle coupe la courbe D1 à $t = 60$ min : la dose D1 a été fabriquée 60 min avant 9 h 00, soit à 8 h 00.

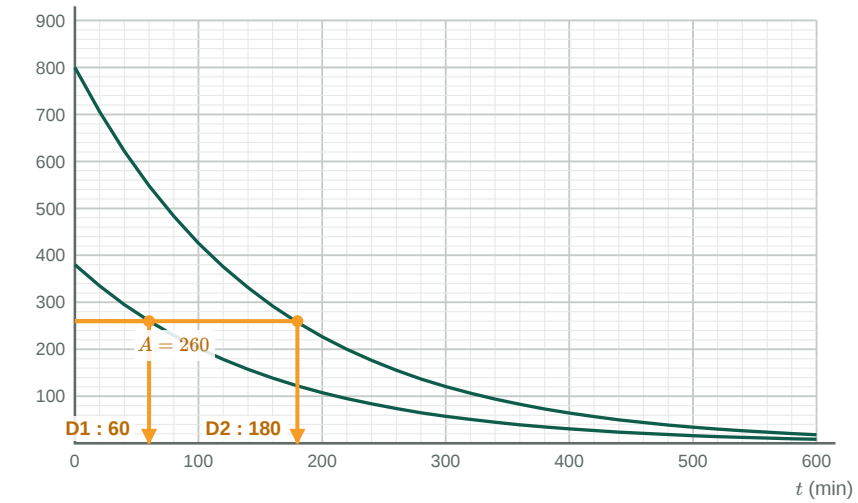
Elle coupe la courbe D2 à $t = 180$ min : la dose D2 est injectée 180 min après 8 h 00, soit à 11 h 00.

Remarque : les deux courbes ne partent pas de la même activité (environ 380 MBq et 800 MBq), ce qui contredit l'énoncé, qui annonce le même nombre N_0 de noyaux.

Fabrication à 8 h 00 ; deuxième examen à 11 h 00.

PIÈGE
L'axe des abscisses est gradué en minutes depuis la fabrication, pas en heures de la journée : il faut convertir 60 min et 180 min, puis les rapporter à 9 h 00.

COMPRENDRE
Comme $A_0 = \lambda N_0$, deux doses de même N_0 auraient la même courbe. La dose D2 contient en réalité environ deux fois plus de noyaux, ce qui permet de l'injecter une demi-vie (110 min) plus tard.



1.3.3 · Figure 2 de l'annexe complétée : lecture des dates où $A = 260$ MBq

1.3.4 Calculer l'ordre de grandeur, en heures, du temps nécessaire après l'injection pour que l'activité soit 100 fois plus faible qu'au moment de l'injection.

Données utiles $\lambda = 1 \times 10^{-4}\ \text{s}^{-1}$; $\ln(100) = 4{,}6$; $\dfrac{4{,}6}{3{,}6} = 1{,}3$

On note Δt la durée écoulée depuis l'injection et A_i l'activité à l'injection : $A = A_i\, e^{-\lambda \Delta t}$.

On cherche Δt tel que $A = \dfrac{A_i}{100}$: $\quad e^{-\lambda \Delta t} = \dfrac{1}{100}$, soit $-\lambda\, \Delta t = -\ln(100)$.

$$\Delta t = \frac{\ln(100)}{\lambda} = \frac{4{,}6}{1 \times 10^{-4}} = 4{,}6 \times 10^{4}\ \text{s}$$

$$\Delta t = \frac{4{,}6 \times 10^{4}}{3{,}6 \times 10^{3}} = 1{,}3 \times 10^{1}\ \text{h}$$

$\Delta t \approx 13$ h, soit un ordre de grandeur de 10 h.

COMPRENDRE
Cette durée ne dépend pas de l'activité de départ. Elle vaut environ 7 demi-vies ($2^7 = 128$) : le soir même, le patient n'est presque plus radioactif, c'est l'intérêt d'une demi-vie courte.

MÉTHODE
Pour isoler une durée placée en exposant, on applique le logarithme népérien aux deux membres : $\ln(e^x) = x$ et $\ln\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\ln a$.

1.4.1 Montrer que la relation de récurrence s'écrit $A(t_{n+1}) = (1 - \lambda\, \Delta t)\, A(t_n)$.

L'équation différentielle donne $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = -\lambda A$. Avec $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\Delta A}{\Delta t}$, à la date t_n : $\quad \Delta A(t_n) = -\lambda\, A(t_n)\, \Delta t$.

On reporte dans $A(t_{n+1}) = A(t_n) + \Delta A(t_n)$:

$A(t_{n+1}) = A(t_n) - \lambda\, \Delta t\, A(t_n)$

$A(t_{n+1}) = (1 - \lambda\, \Delta t)\, A(t_n)$

COMPRENDRE
La méthode d'Euler remplace la courbe, entre deux dates voisines, par sa tangente. Chaque valeur est la précédente multipliée par le même facteur $1 - \lambda\, \Delta t$: c'est une suite géométrique.

1.4.2 Calculer en MBq l'activité $A(t_1)$ à $t_1 = 100$ s et $A(t_2)$ à $t_2 = 200$ s, puis vérifier ces résultats sur la courbe de la figure 3.

Données utiles $A_0 = 800$ MBq ; $\Delta t = 100$ s ; $\lambda \approx 1 \times 10^{-4}\ \text{s}^{-1}$

$1 - \lambda\, \Delta t = 1 - 1 \times 10^{-4} \times 100 = 0{,}99$

$A(t_1) = 0{,}99 \times A_0 = 800 - 0{,}01 \times 800 = 800 - 8 = 792$ MBq

$A(t_2) = 0{,}99 \times A(t_1) = 792 - 7{,}92 = 784{,}08 \approx 784$ MBq

Sur la figure 3, les points d'abscisses 100 s et 200 s ont pour ordonnées environ 792 MBq et 784 MBq : les valeurs calculées sont en accord avec la courbe expérimentale.

$A(t_1) = 792$ MBq et $A(t_2) \approx 784$ MBq, valeurs confirmées par la figure 3.

PIÈGE
$A(t_2)$ se calcule à partir de $A(t_1)$, pas de A_0 : retrancher deux fois 8 MBq donne aussi 784 ici, mais l'écart grandit à chaque pas.

MÉTHODE
Sans calculatrice, multiplier par 0,99 revient à retrancher 1 % : on calcule 1 % de la valeur, puis on soustrait.

1.4.3 Quels sont l'intérêt et l'inconvénient du choix d'un pas de résolution $\Delta t = 1$ s dans cet exemple ?

Intérêt : avec un pas cent fois plus petit, l'approximation $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\Delta A}{\Delta t}$ est bien meilleure ; les valeurs calculées sont plus proches de la courbe réelle.

Inconvénient : le nombre de calculs est multiplié par 100. Il faut 200 étapes pour atteindre $t_2 = 200$ s et 1200 pour couvrir les vingt minutes de la figure 3.

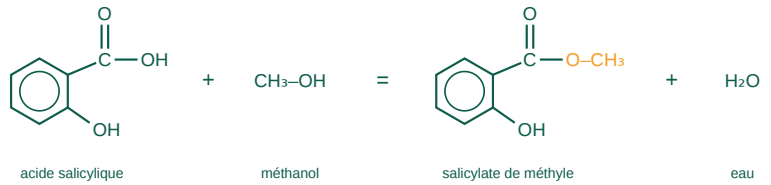
Pas de 1 s : résultat plus précis, mais calculs beaucoup plus nombreux.

COMPRENDRE
Ici le pas de 100 s est déjà très petit devant la demi-vie (6600 s) : la courbe est presque une droite sur cette durée, le gain de précision serait donc minime.

2.1.1 Écrire l'équation de la réaction modélisant la synthèse du salicylate de méthyle.

L'acide salicylique réagit par son groupe carboxyle $-COOH$ avec le méthanol :

$$HO-C_6H_4-COOH + CH_3-OH = HO-C_6H_4-COO-CH_3 + H_2O$$



2.1.1 · Équation de la synthèse en formules semi-développées (en orange : le groupe apporté par le méthanol)

PIÈGE
Le groupe $-OH$ porté par le cycle n'est pas modifié : seul le groupe carboxyle réagit avec l'alcool. Ne pas oublier la molécule d'eau parmi les produits.

2.1.2 Nommer cette réaction et donner ses caractéristiques.

Un acide carboxylique réagit avec un alcool pour former un ester et de l'eau.

C'est une estérification : réaction lente et limitée (non totale, elle conduit à un état d'équilibre).

COMPRENDRE
Elle est limitée par la réaction inverse, l'hydrolyse de l'ester. C'est pourquoi l'équation s'écrit avec le signe « = » (ou une double flèche).

2.1.3 Préciser le rôle joué par l'acide sulfurique lors de cette réaction.

L'acide sulfurique est un catalyseur : il augmente la vitesse de la réaction sans figurer dans l'équation et sans modifier l'état final.

PIÈGE
Écrire que le catalyseur augmente le rendement. Il permet d'atteindre plus vite le même état d'équilibre, pas un avancement final plus grand.

2.1.4 Indiquer la fonction des tubes 1 et 2 de la figure 4 en précisant le sens de circulation du fluide. Quel est l'intérêt de ce montage ?

Les tubes 1 et 2 alimentent le réfrigérant à boules en eau froide : l'eau entre par le tube 2 (en bas) et ressort par le tube 1 (en haut).

Intérêt du chauffage à reflux : la température élevée accélère la réaction ; les vapeurs se condensent dans le réfrigérant et retombent dans le ballon, il n'y a donc pas de perte de matière.

Tube 2 : arrivée d'eau ; tube 1 : sortie d'eau. Le montage permet de chauffer sans perdre de réactifs ni de produits.

COMPRENDRE
L'eau entre par le bas pour que le réfrigérant reste entièrement rempli. Avec une arrivée par le haut, l'eau s'écoulerait sans remplir la double paroi et le refroidissement serait mauvais.

2.1.5 Quel est le réactif limitant ? Pourquoi n'a-t-on pas introduit les réactifs dans les proportions stœchiométriques ?

Données utiles $m_1 = 69$ g d'acide salicylique, $M_1 = 138\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $m_2 = 32$ g de méthanol, $M_2 = 32\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$n_1 = \dfrac{m_1}{M_1} = \dfrac{69}{138} = 0{,}50$ mol d'acide salicylique

$n_2 = \dfrac{m_2}{M_2} = \dfrac{32}{32} = 1{,}0$ mol de méthanol

Les nombres stœchiométriques valent tous 1 : si l'acide était limitant, $x_{max} = 0{,}50$ mol ; si le méthanol l'était, $x_{max} = 1{,}0$ mol. La plus petite valeur est celle de l'acide.

Le méthanol est donc en excès : cet excès déplace l'équilibre dans le sens direct, ce qui augmente le rendement de la synthèse par rapport à l'acide salicylique.

Réactif limitant : l'acide salicylique ($0{,}50$ mol contre $1{,}0$ mol).
L'excès de méthanol améliore le rendement.

COMPRENDRE
Pour un mélange stœchiométrique d'acide et d'alcool primaire, le rendement plafonne vers 67 %. On met en excès le réactif le moins coûteux, ici le méthanol.

2.2 Choisir l'hypothèse de rupture des liaisons en accord avec les observations expérimentales et justifier.

Observation : l'oxygène marqué O^* de l'alcool se retrouve dans l'ester et pas dans l'eau.

Hypothèse 1 : la liaison $\text{R}-\text{O}^*$ de l'alcool est rompue ; le groupe O^*H se lierait au H libéré par l'acide et l'eau formée serait marquée. C'est contraire à l'observation.

Hypothèse 2 : la liaison O^*-H de l'alcool et la liaison $\text{C}-\text{OH}$ de l'acide sont rompues. Le groupe $\text{R}-\text{O}^*$ se fixe sur le carbone de l'acide : O^* est dans l'ester. L'eau se forme avec le groupe $-\text{OH}$ de l'acide et le H de l'alcool : elle n'est pas marquée.

L'hypothèse 2 est la bonne : l'oxygène de l'eau provient de l'acide, celui de la liaison ester provient de l'alcool.

MÉTHODE
Pour exploiter un marquage isotopique, on suit l'atome marqué : on recense les fragments créés par chaque rupture, on les recombine, puis on regarde quel produit contient l'atome marqué.

Spécialité : De la bauxite à l'aluminium

Bac S 2005 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Écrire l'expression littérale de la constante d'équilibre K associée à l'équation (1).

Données utiles équation (1) : $\mathrm{Al(OH)_4^-\,(aq) = Al(OH)_3\,(s) + HO^-\,(aq)}$

Le solide $\mathrm{Al(OH)_3\,(s)}$ n'apparaît pas dans l'expression :

$$K = \frac{[\mathrm{HO^-}]_{\text{éq}}}{[\mathrm{Al(OH)_4^-}]_{\text{éq}}}$$

PIÈGE
Faire figurer $\mathrm{Al(OH)_3}$ au numérateur. Une espèce solide n'a pas de concentration en solution : elle compte pour 1 dans la constante d'équilibre.

1.1.2 En déduire la concentration $[\mathrm{HO^-}]_{\text{éq}}$ à l'apparition du précipité, en fonction de K et de $[\mathrm{Al(OH)_4^-}]_{\text{éq}}$.

Dès que le premier grain de précipité apparaît, l'équilibre (1) est établi et l'expression de K s'applique :

$$[\mathrm{HO^-}]_{\text{éq}} = K \times [\mathrm{Al(OH)_4^-}]_{\text{éq}}$$

COMPRENDRE
Tant que la solution reste limpide, le solide est absent et l'équilibre (1) n'existe pas : la relation ne vaut qu'à partir de l'apparition du précipité.

1.1.3 Calculer la concentration des ions hydroxyde lorsque le précipité de $\mathrm{Al(OH)_3\,(s)}$ apparaît, en admettant que $[\mathrm{Al(OH)_4^-}]_{\text{éq}}$ est restée égale à c.

Données utiles $K = 1{,}0 \times 10^{-1}$; $c = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

$$[\mathrm{HO^-}]_{\text{éq}} = K \times c = 1{,}0 \times 10^{-1} \times 1{,}0 \times 10^{-1}$$

$$[\mathrm{HO^-}]_{\text{éq}} = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme K et c. La calculatrice est interdite : tous les calculs de l'exercice se font à la main, avec les puissances de dix et les aides au calcul.

1.1.4 En déduire la valeur du pH de cette solution, notée $\mathrm{pH_1}$.

Données utiles $K_e = 1{,}0 \times 10^{-14}$ à 25 °C ; $[\mathrm{HO^-}]_{\text{éq}} = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (1.1.3)

Produit ionique de l'eau : $K_e = [\mathrm{H_3O^+}]_{\text{éq}} \times [\mathrm{HO^-}]_{\text{éq}}$, donc

$$[\mathrm{H_3O^+}]_{\text{éq}} = \frac{K_e}{[\mathrm{HO^-}]_{\text{éq}}} = \frac{1{,}0 \times 10^{-14}}{1{,}0 \times 10^{-2}} = 1{,}0 \times 10^{-12}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

$$\mathrm{pH_1} = -\log[\mathrm{H_3O^+}]_{\text{éq}} = -\log\left(1{,}0 \times 10^{-12}\right)$$

$$\mathrm{pH_1} = 12$$

PIÈGE
Calculer $-\log[\mathrm{HO^-}] = 2$ et l'appeler pH. Le pH se calcule avec $[\mathrm{H_3O^+}]$; une solution basique a un pH supérieur à 7.

MÉTHODE
Sans calculatrice, $-\log(10^{-n}) = n$. On peut aussi écrire $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_e + \log[\mathrm{HO^-}] = 14 - 2$.

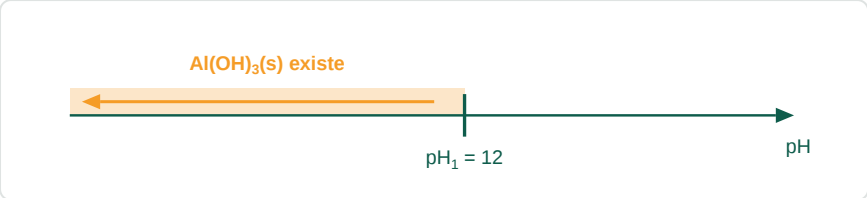
1.1.5 Reproduire et compléter le diagramme (figure 1) en indiquant uniquement le domaine d'existence de $\mathrm{Al(OH)_3\,(s)}$.

Le précipité apparaît quand le pH, en diminuant, atteint $\mathrm{pH_1}$. En dessous, $[\mathrm{HO^-}]$ est encore plus faible : le quotient de réaction $Q_r = \dfrac{[\mathrm{HO^-}]}{[\mathrm{Al(OH)_4^-}]}$ devient inférieur à K et la réaction (1) évolue dans le sens direct, celui de la formation du solide.

$\mathrm{Al(OH)_3\,(s)}$ existe pour $\mathrm{pH} \leqslant \mathrm{pH_1} = 12$: son domaine est à gauche de $\mathrm{pH_1}$.

PIÈGE
Placer le domaine du côté des pH élevés. En milieu très basique, l'aluminium reste dissous sous forme d'ions aluminate ; le solide n'existe que du côté moins basique.

COMPRENDRE
Pour un solide, on parle de domaine d'existence, avec une frontière nette : il est présent ou absent. La position de la frontière dépend de la concentration c.



1.1.5 · Figure 1 complétée : domaine d'existence du précipité

1.2.1 Justifier l'intérêt de la diminution du pH de la solution basique mise en œuvre dans l'industrie.

Après l'attaque de la bauxite par la soude, l'aluminium est dissous sous forme d'ions $\mathrm{Al(OH)_4^-}$ et les impuretés solides ont été éliminées par filtration. En abaissant le pH sous $\mathrm{pH_1}$, on entre dans le domaine d'existence de $\mathrm{Al(OH)_3\,(s)}$.

La diminution du pH fait précipiter l'aluminium sous forme de $\mathrm{Al(OH)_3\,(s)}$, que l'on peut alors séparer de la solution.

1.2.2 On accompagne la dilution d'une diminution de température. Quel est l'intérêt de ce refroidissement ?

Données utiles la solubilité de $\mathrm{Al(OH)_3\,(s)}$ diminue lorsque la température diminue.

À froid, $\mathrm{Al(OH)_3}$ est moins soluble : une plus grande part de l'aluminium quitte la solution sous forme solide.

Le refroidissement augmente la quantité de précipité récupérée, donc le rendement de l'extraction.

2.1 D'après le texte, quelle est l'action de l'électrolyte sur l'alumine introduite ?

L'électrolyte en fusion dissout l'alumine, qui se dissocie en ions selon $\mathrm{Al_2O_3\,(s) = 2\,Al^{3+} + 3\,O^{2-}}$.

L'électrolyte dissout l'alumine et libère les ions $\mathrm{Al^{3+}}$ et $\mathrm{O^{2-}}$, mobiles.

COMPRENDRE
Sans cette dissolution, pas d'électrolyse : dans le solide, les ions sont immobiles et le courant ne passe pas. Dissoute, l'alumine fournit les porteurs de charge à environ 950 °C.

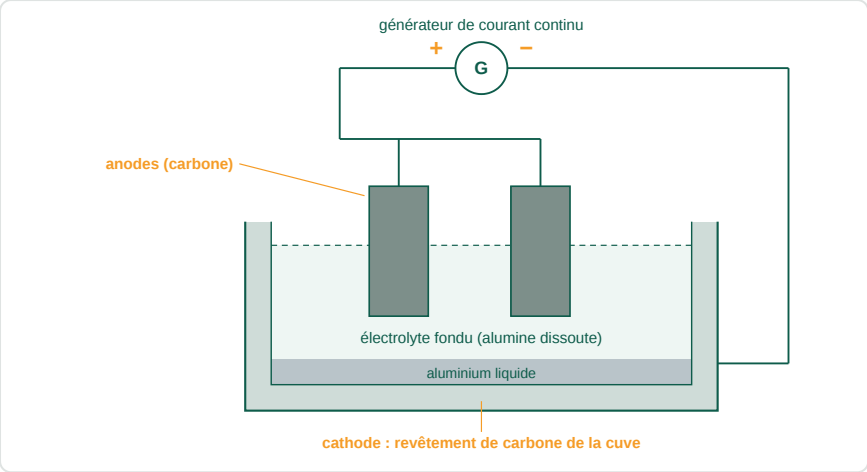
2.2 Faire un schéma simplifié du circuit électrique montrant la cuve, la position et le nom des électrodes, l'électrolyte, le générateur et la polarité de ses bornes.

À la cathode se produit la réduction $\mathrm{Al^{3+} + 3\,e^- = Al}$: elle reçoit les électrons, elle est donc reliée à la borne $-$ du générateur. C'est le revêtement de carbone de la cuve.

À l'anode se produit l'oxydation $\mathrm{2\,O^{2-} = O_2\,(g) + 4\,e^-}$: les anodes de carbone, plongées dans l'électrolyte, sont reliées à la borne $+$.

Anodes plongeantes reliées à la borne $+$; cuve (cathode) reliée à la borne $-$.

PIÈGE
Reprendre les signes d'une pile. Dans un électrolyseur, c'est le générateur qui impose le sens du courant : l'anode (oxydation) est reliée à la borne $+$, la cathode (réduction) à la borne $-$.



2.2 · Schéma simplifié de la cuve d'électrolyse

2.3.1 Compléter le tableau d'avancement de l'annexe. En déduire l'expression littérale de la quantité d'électrons nécessaire à la production de la masse m d'aluminium.

Données utiles $4\,Al^{3+} + 6\,O^{2-} = 3\,O_2\,(g) + 4\,Al\,(s)$

Demi-équations : $(Al^{3+} + 3\,e^- = Al) \times 4$ et $(2\,O^{2-} = O_2 + 4\,e^-) \times 3$.
L'équation de l'électrolyse met donc en jeu 12 électrons : pour un avancement x, $n(e^-) = 12x$.

D'après le tableau, $n(Al) = 4x$, d'où $n(e^-) = 3\,n(Al)$. Or $n(Al) = \dfrac{m}{M(Al)}$.

$$n(e^-) = \frac{3\,m}{M(Al)}$$

MÉTHODE
Pour remplir la colonne des électrons, écrire les deux demi-équations et les multiplier pour égaliser les électrons cédés et captés : ce nombre commun (ici 12) multiplie l'avancement.

	Avancement	4 Al^{3+}	+ 6 O^{2-}	= 3 O_2(g)	+ 4 Al(s)	Électrons échangés (mol)
État initial	0	n_1	n_2	0	0	0
En cours	x	$n_1 - 4x$	$n_2 - 6x$	$3x$	$4x$	$12x$
État final	x_f	$n_1 - 4x_f$	$n_2 - 6x_f$	$3x_f$	$4x_f$	$12x_f$

2.3.1 · Document 1 de l'annexe, complété (en orange)

2.3.2 Donner l'expression littérale de la quantité d'électricité Q consommée par l'électrolyseur jusqu'à son état final.

Une mole d'électrons porte, en valeur absolue, la charge $N_A \times e$. À l'état final, $n(e^-) = 12\,x_f$:

$$Q = n(e^-) \times N_A \times e = 12\,x_f \times N_A \times e$$

COMPRENDRE
Le produit $N_A \times e$ est la constante de Faraday F, proche de $10^5\ C \cdot mol^{-1}$: on écrit aussi $Q = n(e^-) \times F$.

2.3.3 a. Calculer l'avancement final x_{fin} de l'électrolyse. b. En déduire l'ordre de grandeur de la durée t de l'électrolyse, en heures.

Données utiles $m = 1{,}08$ t ; $I = 1{,}0 \times 10^5$ A ; $M(\text{Al}) = 27{,}0$ g $\cdot$ mol^{-1} ; $N_A \times e = 1{,}0 \times 10^5$ C $\cdot$ mol^{-1} ; aides : $\dfrac{1{,}08}{27{,}0} = 4{,}00 \times 10^{-2}$ et $3600 \approx 4{,}00 \times 10^3$

a. $n(\text{Al}) = 4\,x_{\text{fin}} = \dfrac{m}{M(\text{Al})}$ avec $m = 1{,}08$ t $= 1{,}08 \times 10^6$ g :

$$x_{\text{fin}} = \frac{m}{4\,M(\text{Al})} = \frac{1{,}08 \times 10^6}{4 \times 27{,}0} = \frac{4{,}00 \times 10^{-2} \times 10^6}{4} = 1{,}00 \times 10^4 \text{ mol}$$

b. $I = \dfrac{Q}{t}$ donc $t = \dfrac{Q}{I} = \dfrac{12\,x_{\text{fin}} \times N_A \times e}{I}$

$$t = \frac{12 \times 1{,}00 \times 10^4 \times 1{,}0 \times 10^5}{1{,}0 \times 10^5} = 1{,}2 \times 10^5 \text{ s}$$

En heures : $t = \dfrac{1{,}2 \times 10^5}{3600} \approx \dfrac{1{,}2 \times 10^5}{4{,}00 \times 10^3} = 30$ h

$x_{\text{fin}} = 1{,}00 \times 10^4$ mol ; $t \approx 30$ h, soit un peu plus d'une journée.

PIÈGE
Laisser la masse en tonnes ou la convertir en kilogrammes. La masse molaire est en g $\cdot$ mol^{-1} : il faut m en grammes, soit $1{,}08 \times 10^6$ g.

COMPRENDRE
Le sujet demande un ordre de grandeur : l'aide $3600 \approx 4{,}00 \times 10^3$ donne 30 h, la division exacte donnerait 33 h. Les deux réponses sont de l'ordre de la trentaine d'heures.

Le transit de Vénus du 8 Juin 2004

Bac S 2005 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Comment nomme-t-on le référentiel d'étude ?

Vénus tourne autour du Soleil : on étudie son mouvement par rapport au centre du Soleil, avec des axes dirigés vers trois étoiles lointaines.

Le référentiel d'étude est le **référentiel héliocentrique**.

1.2 Nommer, exprimer vectoriellement puis représenter sur un schéma la force exercée par le Soleil sur Vénus.

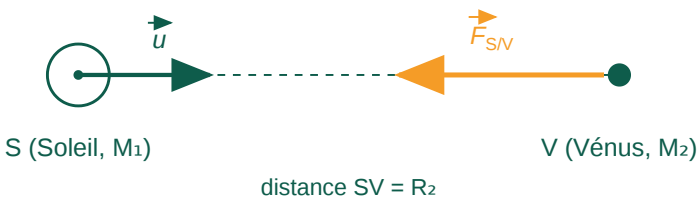
C'est la **force d'attraction gravitationnelle** exercée par le Soleil sur Vénus.

On note S le centre du Soleil, V celui de Vénus et $\vec{u}$ le vecteur unitaire dirigé de S vers V. La distance SV vaut R_2.

$$\overrightarrow{F}_{S/V} = -G\frac{M_1\,M_2}{R_2^2}\,\vec{u}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : la force est attractive, donc de sens opposé à $\vec{u}$. Sur le schéma, la flèche part de V et pointe vers S.

MÉTHODE
Toujours définir le vecteur unitaire (origine, sens) avant d'écrire une force vectoriellement, et garder les notations de l'énoncé : M_1, M_2, R_2.



1.2 · Force exercée par le Soleil sur Vénus

1.3 Appliquer à Vénus la deuxième loi de Newton dans le référentiel d'étude. En déduire l'expression du vecteur accélération.

Système {Vénus}, de masse M_2 constante ; référentiel héliocentrique supposé galiléen ; seule force : $\overrightarrow{F}_{S/V}$.

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F}_{S/V} = M_2\,\vec{a}$, soit $-G\dfrac{M_1\,M_2}{R_2^2}\,\vec{u} = M_2\,\vec{a}$.

$$\vec{a} = -G\frac{M_1}{R_2^2}\,\vec{u}$$

COMPRENDRE
La masse M_2 se simplifie : l'accélération de Vénus ne dépend que de la masse du Soleil et de la distance qui les sépare.

1.4.1 Le mouvement de Vénus est uniforme. Donner les caractéristiques du vecteur accélération de Vénus.

Le mouvement est circulaire et uniforme : la valeur v_2 de la vitesse est constante, donc l'accélération n'a pas de composante tangentielle ($\dfrac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} = 0$). Il reste la composante normale.

- direction : la droite (SV), rayon de la trajectoire ;
- sens : de Vénus vers le Soleil (accélération centripète) ;
- valeur : $a = \dfrac{v_2^2}{R_2}$, constante.

$\vec{a}$ est radial, centripète, de valeur $a = \dfrac{v_2^2}{R_2}$.

PIÈGE
Écrire « mouvement uniforme donc accélération nulle ». La vitesse garde la même valeur mais change sans cesse de direction : $\vec{a}$ n'est pas nul.

1.4.2 Retrouver l'expression de la vitesse de Vénus : $v_2 = \sqrt{\dfrac{G\,M_1}{R_2}}$.

Les questions 1.3 et 1.4.1 donnent deux expressions de la valeur de la même accélération :

$$\frac{v_2^2}{R_2} = \frac{G\,M_1}{R_2^2} \quad \text{donc} \quad v_2^2 = \frac{G\,M_1}{R_2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{G\,M_1}{R_2}}$$

MÉTHODE
Orbite circulaire : deuxième loi de Newton, puis accélération centripète v^2/R, puis égalité des deux valeurs. La même démarche donne la vitesse de tout satellite ou de toute planète.

1.4.3 Calculer, avec 2 chiffres significatifs, la valeur de cette vitesse.

Données utiles $G = 6{,}6 \times 10^{-11}$ SI ; $M_1 = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg ; $R_2 = 1{,}0 \times 10^{8}$ km $= 1{,}0 \times 10^{11}$ m ; aide : $\sqrt{13} = 3{,}6$

$$v_2 = \sqrt{\frac{6{,}6 \times 10^{-11} \times 2{,}0 \times 10^{30}}{1{,}0 \times 10^{11}}} = \sqrt{13{,}2 \times 10^{8}} \approx \sqrt{13} \times 10^{4}$$

$v_2 = 3{,}6 \times 10^{4}$ m · s^{-1}, soit 36 km · s^{-1}

PIÈGE
Laisser R_2 en kilomètres. Avec G en unités SI, la distance doit être en mètres : $1{,}0 \times 10^{8}$ km $= 1{,}0 \times 10^{11}$ m.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs, le résultat aussi. Sans calculatrice, on fait apparaître une puissance de dix paire sous la racine (10^8) pour utiliser l'aide $\sqrt{13}$.

1.5.1 Définir la période de révolution T_2 de la planète Vénus.

T_2 est la durée que met Vénus pour effectuer un tour complet de son orbite autour du Soleil, dans le référentiel héliocentrique.

1.5.2 Exprimer cette période en fonction de v_2 et de R_2, puis calculer sa valeur en secondes.

Données utiles $v_2 = 3{,}6 \times 10^{4}$ m · s^{-1} (1.4.3) ; $R_2 = 1{,}0 \times 10^{11}$ m ; aide : $\dfrac{2\pi}{3{,}6} = 1{,}7$

Pendant une période, Vénus parcourt à vitesse constante le périmètre $2\pi R_2$ de son orbite : $v_2 = \dfrac{2\pi R_2}{T_2}$, donc

$$T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2} = \frac{2\pi \times 1{,}0 \times 10^{11}}{3{,}6 \times 10^{4}} = \frac{2\pi}{3{,}6} \times 10^{7}$$

$T_2 = 1{,}7 \times 10^{7}$ s

COMPRENDRE
Une année terrestre dure environ $3{,}2 \times 10^{7}$ s : Vénus, plus proche du Soleil, fait le tour en un peu plus de la moitié d'une année terrestre.

1.6.1 À partir des réponses aux questions 1.4.2 et 1.5.2, retrouver la 3e loi de Kepler.

On élève au carré $T_2 = \dfrac{2\pi R_2}{v_2}$ et on remplace v_2^2 par $\dfrac{G\,M_1}{R_2}$:

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2 R_2^2}{v_2^2} = 4\pi^2 R_2^2 \times \frac{R_2}{G\,M_1} = \frac{4\pi^2 R_2^3}{G\,M_1}$$

$\dfrac{T_2^2}{R_2^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_1}$: le rapport $\dfrac{T^2}{R^3}$ a la même valeur pour toutes les planètes du Soleil.

COMPRENDRE
Le second membre ne contient que G et la masse de l'astre central : c'est ce qui fait de cette relation une loi commune à toutes les planètes.

1.6.2 Exprimer littéralement la masse M_1 du Soleil en fonction des données astronomiques nécessaires.

On isole M_1 dans la relation de la question 1.6.1.

$$M_1 = \frac{4\pi^2 R_2^3}{G\,T_2^2}$$

2.1 Le rapport $\frac{AB}{OE}$ vaut $\frac{3}{4}$. Calculer la distance AB à la surface du disque solaire.

Données utiles $D_1 = 1{,}4 \times 10^6$ km

Sur la figure 6, OE est un diamètre du Soleil : $OE = D_1$.

$$AB = \frac{3}{4} D_1 = \frac{3 \times 1{,}4 \times 10^6}{4} = 1{,}05 \times 10^6 \text{ km}$$

$AB \approx 1{,}1 \times 10^6$ km, soit $1{,}1 \times 10^9$ m

MÉTHODE
On garde la valeur non arrondie $1{,}05 \times 10^6$ km pour les calculs suivants et on n'arrondit qu'au résultat final.

2.2.1 En supposant la Terre immobile en Q_1, montrer que la vitesse de Vénus déduite de la figure 7 est voisine de $v_1 \approx 18 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Données utiles $AB = 1{,}05 \times 10^6$ km (2.1) ; $R_1 = 1{,}5 \times 10^8$ km ; $R_2 = 1{,}0 \times 10^8$ km ; $t_{AB} = 2{,}0 \times 10^4$ s

Pendant le transit, Vénus va de A′ à B′ : $v_1 = \frac{A'B'}{t_{AB}}$.

Dans le triangle Q_1AB, les droites (A′B′) et (AB) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, avec $Q_1A = R_1$ et $Q_1A' = R_1 - R_2$:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{Q_1A'}{Q_1A} = \frac{R_1 - R_2}{R_1} = \frac{0{,}5 \times 10^8}{1{,}5 \times 10^8} = \frac{1}{3}$$

$A'B' = \frac{1{,}05 \times 10^6}{3} = 3{,}5 \times 10^5$ km, donc $v_1 = \frac{3{,}5 \times 10^5}{2{,}0 \times 10^4} = 17{,}5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

$v_1 \approx 18 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est la valeur attendue, deux fois plus petite que $v_2 = 36 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

PIÈGE
Calculer AB/t_{AB} : AB est le trajet de la tache sur le disque solaire, pas celui de Vénus. La planète parcourt A′B′, trois fois plus court.

COMPRENDRE
Les distances restent en kilomètres et la durée en secondes : le quotient sort directement en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$, l'unité demandée.

2.2.2 La Terre se déplace à $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer la distance Q_1Q_2 parcourue pendant t_{AB}, la comparer à AB et montrer qu'on ne peut pas considérer la Terre immobile.

Données utiles $v_T = 30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$; $t_{AB} = 2{,}0 \times 10^4$ s ; $AB = 1{,}05 \times 10^6$ km (2.1)

$$Q_1Q_2 = v_T \times t_{AB} = 30 \times 2{,}0 \times 10^4 = 6{,}0 \times 10^5 \text{ km}$$

$\frac{Q_1Q_2}{AB} = \frac{6{,}0 \times 10^5}{1{,}05 \times 10^6} \approx 0{,}6$: la Terre parcourt plus de la moitié de la distance AB.

$Q_1Q_2 = 6{,}0 \times 10^5$ km, du même ordre de grandeur que AB : le déplacement de la Terre n'est pas négligeable, on ne peut pas la considérer immobile.

COMPRENDRE
Q_1Q_2 est même supérieur au trajet $A'B' = 3{,}5 \times 10^5$ km attribué à Vénus : l'observateur se déplace davantage que ce qu'il croit mesurer.

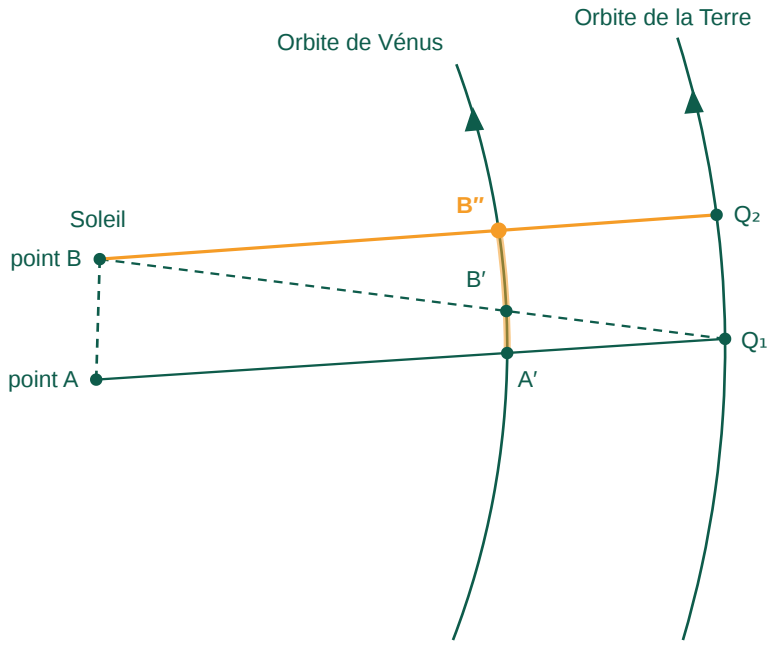
2.2.3 Sur la figure 8 de l'annexe, placer le point B″ pour montrer que la distance A′B″ réellement parcourue par Vénus est supérieure à A′B′.

À la fin du transit, la Terre est en Q_2 et la tache est en B. La Terre, Vénus et la tache étant alignées, Vénus se trouve alors à l'intersection de la droite (Q_2B) et de son orbite : c'est le point B″.

Q_2 est en avant de Q_1 dans le sens du mouvement, donc B″ est au-delà de B′ sur l'orbite de Vénus.

B″ est plus loin de A′ que B′ : $A'B'' > A'B'$. La vitesse réelle $\dfrac{A'B''}{t_{AB}}$ est donc supérieure à v_1.

COMPRENDRE
La Terre et Vénus tournent dans le même sens. Vue de la Terre, Vénus semble donc avancer moins vite : v_1 sous-estime la vitesse orbitale, proche de $35\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$.



2.2.3 · Figure 8 complétée : B″ est sur la droite (Q_2B) et sur l'orbite de Vénus