Le transit de Vénus du 8 Juin 2004

Bac S 2005 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Comment nomme-t-on le référentiel d'étude ?

Vénus tourne autour du Soleil : on étudie son mouvement par rapport au centre du Soleil, avec des axes dirigés vers trois étoiles lointaines.

Le référentiel d'étude est le **référentiel héliocentrique**.

1.2 Nommer, exprimer vectoriellement puis représenter sur un schéma la force exercée par le Soleil sur Vénus.

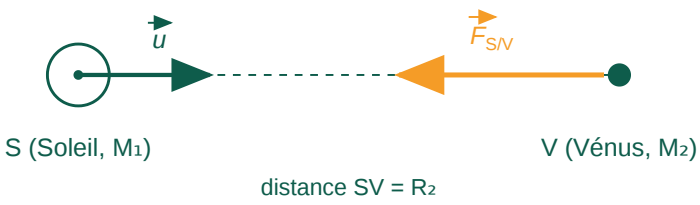
C'est la **force d'attraction gravitationnelle** exercée par le Soleil sur Vénus.

On note S le centre du Soleil, V celui de Vénus et $\vec{u}$ le vecteur unitaire dirigé de S vers V. La distance SV vaut R_2.

$$\overrightarrow{F}_{S/V} = -G\frac{M_1\,M_2}{R_2^2}\,\vec{u}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : la force est attractive, donc de sens opposé à $\vec{u}$. Sur le schéma, la flèche part de V et pointe vers S.

MÉTHODE
Toujours définir le vecteur unitaire (origine, sens) avant d'écrire une force vectoriellement, et garder les notations de l'énoncé : M_1, M_2, R_2.



1.2 · Force exercée par le Soleil sur Vénus

1.3 Appliquer à Vénus la deuxième loi de Newton dans le référentiel d'étude. En déduire l'expression du vecteur accélération.

Système {Vénus}, de masse M_2 constante ; référentiel héliocentrique supposé galiléen ; seule force : $\overrightarrow{F}_{S/V}$.

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F}_{S/V} = M_2\,\vec{a}$, soit $-G\dfrac{M_1\,M_2}{R_2^2}\,\vec{u} = M_2\,\vec{a}$.

$$\vec{a} = -G\frac{M_1}{R_2^2}\,\vec{u}$$

COMPRENDRE
La masse M_2 se simplifie : l'accélération de Vénus ne dépend que de la masse du Soleil et de la distance qui les sépare.

1.4.1 Le mouvement de Vénus est uniforme. Donner les caractéristiques du vecteur accélération de Vénus.

Le mouvement est circulaire et uniforme : la valeur v_2 de la vitesse est constante, donc l'accélération n'a pas de composante tangentielle ($\dfrac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} = 0$). Il reste la composante normale.

- direction : la droite (SV), rayon de la trajectoire ;
- sens : de Vénus vers le Soleil (accélération centripète) ;
- valeur : $a = \dfrac{v_2^2}{R_2}$, constante.

$\vec{a}$ est radial, centripète, de valeur $a = \dfrac{v_2^2}{R_2}$.

PIÈGE
Écrire « mouvement uniforme donc accélération nulle ». La vitesse garde la même valeur mais change sans cesse de direction : $\vec{a}$ n'est pas nul.

1.4.2 Retrouver l'expression de la vitesse de Vénus : $v_2 = \sqrt{\dfrac{G\,M_1}{R_2}}$.

Les questions 1.3 et 1.4.1 donnent deux expressions de la valeur de la même accélération :

$$\frac{v_2^2}{R_2} = \frac{G\,M_1}{R_2^2} \quad \text{donc} \quad v_2^2 = \frac{G\,M_1}{R_2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{G\,M_1}{R_2}}$$

MÉTHODE
Orbite circulaire : deuxième loi de Newton, puis accélération centripète v^2/R, puis égalité des deux valeurs. La même démarche donne la vitesse de tout satellite ou de toute planète.

1.4.3 Calculer, avec 2 chiffres significatifs, la valeur de cette vitesse.

Données utiles $G = 6{,}6 \times 10^{-11}$ SI ; $M_1 = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg ; $R_2 = 1{,}0 \times 10^{8}$ km $= 1{,}0 \times 10^{11}$ m ; aide : $\sqrt{13} = 3{,}6$

$$v_2 = \sqrt{\frac{6{,}6 \times 10^{-11} \times 2{,}0 \times 10^{30}}{1{,}0 \times 10^{11}}} = \sqrt{13{,}2 \times 10^{8}} \approx \sqrt{13} \times 10^{4}$$

$v_2 = 3{,}6 \times 10^{4}$ m · s^{-1}, soit 36 km · s^{-1}

PIÈGE
Laisser R_2 en kilomètres. Avec G en unités SI, la distance doit être en mètres : $1{,}0 \times 10^{8}$ km $= 1{,}0 \times 10^{11}$ m.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs, le résultat aussi. Sans calculatrice, on fait apparaître une puissance de dix paire sous la racine (10^8) pour utiliser l'aide $\sqrt{13}$.

1.5.1 Définir la période de révolution T_2 de la planète Vénus.

T_2 est la durée que met Vénus pour effectuer un tour complet de son orbite autour du Soleil, dans le référentiel héliocentrique.

1.5.2 Exprimer cette période en fonction de v_2 et de R_2, puis calculer sa valeur en secondes.

Données utiles $v_2 = 3{,}6 \times 10^{4}$ m · s^{-1} (1.4.3) ; $R_2 = 1{,}0 \times 10^{11}$ m ; aide : $\dfrac{2\pi}{3{,}6} = 1{,}7$

Pendant une période, Vénus parcourt à vitesse constante le périmètre $2\pi R_2$ de son orbite : $v_2 = \dfrac{2\pi R_2}{T_2}$, donc

$$T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2} = \frac{2\pi \times 1{,}0 \times 10^{11}}{3{,}6 \times 10^{4}} = \frac{2\pi}{3{,}6} \times 10^{7}$$

$T_2 = 1{,}7 \times 10^{7}$ s

COMPRENDRE
Une année terrestre dure environ $3{,}2 \times 10^{7}$ s : Vénus, plus proche du Soleil, fait le tour en un peu plus de la moitié d'une année terrestre.

1.6.1 À partir des réponses aux questions 1.4.2 et 1.5.2, retrouver la 3e loi de Kepler.

On élève au carré $T_2 = \dfrac{2\pi R_2}{v_2}$ et on remplace v_2^2 par $\dfrac{G\,M_1}{R_2}$:

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2 R_2^2}{v_2^2} = 4\pi^2 R_2^2 \times \frac{R_2}{G\,M_1} = \frac{4\pi^2 R_2^3}{G\,M_1}$$

$\dfrac{T_2^2}{R_2^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_1}$: le rapport $\dfrac{T^2}{R^3}$ a la même valeur pour toutes les planètes du Soleil.

COMPRENDRE
Le second membre ne contient que G et la masse de l'astre central : c'est ce qui fait de cette relation une loi commune à toutes les planètes.

1.6.2 Exprimer littéralement la masse M_1 du Soleil en fonction des données astronomiques nécessaires.

On isole M_1 dans la relation de la question 1.6.1.

$$M_1 = \frac{4\pi^2 R_2^3}{G\,T_2^2}$$

2.1 Le rapport $\frac{AB}{OE}$ vaut $\frac{3}{4}$. Calculer la distance AB à la surface du disque solaire.

Données utiles $D_1 = 1{,}4 \times 10^6$ km

Sur la figure 6, OE est un diamètre du Soleil : $OE = D_1$.

$$AB = \frac{3}{4} D_1 = \frac{3 \times 1{,}4 \times 10^6}{4} = 1{,}05 \times 10^6 \text{ km}$$

$AB \approx 1{,}1 \times 10^6$ km, soit $1{,}1 \times 10^9$ m

MÉTHODE
On garde la valeur non arrondie $1{,}05 \times 10^6$ km pour les calculs suivants et on n'arrondit qu'au résultat final.

2.2.1 En supposant la Terre immobile en Q_1, montrer que la vitesse de Vénus déduite de la figure 7 est voisine de $v_1 \approx 18 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Données utiles $AB = 1{,}05 \times 10^6$ km (2.1) ; $R_1 = 1{,}5 \times 10^8$ km ; $R_2 = 1{,}0 \times 10^8$ km ; $t_{AB} = 2{,}0 \times 10^4$ s

Pendant le transit, Vénus va de A′ à B′ : $v_1 = \frac{A'B'}{t_{AB}}$.

Dans le triangle Q_1AB, les droites (A′B′) et (AB) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, avec $Q_1A = R_1$ et $Q_1A' = R_1 - R_2$:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{Q_1A'}{Q_1A} = \frac{R_1 - R_2}{R_1} = \frac{0{,}5 \times 10^8}{1{,}5 \times 10^8} = \frac{1}{3}$$

$A'B' = \frac{1{,}05 \times 10^6}{3} = 3{,}5 \times 10^5$ km, donc $v_1 = \frac{3{,}5 \times 10^5}{2{,}0 \times 10^4} = 17{,}5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

$v_1 \approx 18 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est la valeur attendue, deux fois plus petite que $v_2 = 36 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

PIÈGE
Calculer AB/t_{AB} : AB est le trajet de la tache sur le disque solaire, pas celui de Vénus. La planète parcourt A′B′, trois fois plus court.

COMPRENDRE
Les distances restent en kilomètres et la durée en secondes : le quotient sort directement en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$, l'unité demandée.

2.2.2 La Terre se déplace à $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer la distance Q_1Q_2 parcourue pendant t_{AB}, la comparer à AB et montrer qu'on ne peut pas considérer la Terre immobile.

Données utiles $v_T = 30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$; $t_{AB} = 2{,}0 \times 10^4$ s ; $AB = 1{,}05 \times 10^6$ km (2.1)

$$Q_1Q_2 = v_T \times t_{AB} = 30 \times 2{,}0 \times 10^4 = 6{,}0 \times 10^5 \text{ km}$$

$\frac{Q_1Q_2}{AB} = \frac{6{,}0 \times 10^5}{1{,}05 \times 10^6} \approx 0{,}6$: la Terre parcourt plus de la moitié de la distance AB.

$Q_1Q_2 = 6{,}0 \times 10^5$ km, du même ordre de grandeur que AB : le déplacement de la Terre n'est pas négligeable, on ne peut pas la considérer immobile.

COMPRENDRE
Q_1Q_2 est même supérieur au trajet $A'B' = 3{,}5 \times 10^5$ km attribué à Vénus : l'observateur se déplace davantage que ce qu'il croit mesurer.

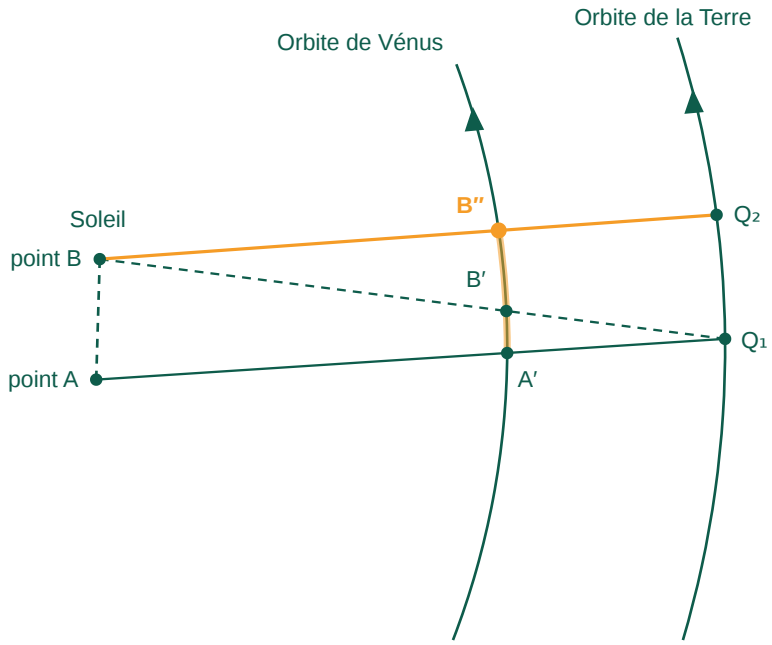
2.2.3 Sur la figure 8 de l'annexe, placer le point B″ pour montrer que la distance A′B″ réellement parcourue par Vénus est supérieure à A′B′.

À la fin du transit, la Terre est en Q_2 et la tache est en B. La Terre, Vénus et la tache étant alignées, Vénus se trouve alors à l'intersection de la droite (Q_2B) et de son orbite : c'est le point B″.

Q_2 est en avant de Q_1 dans le sens du mouvement, donc B″ est au-delà de B′ sur l'orbite de Vénus.

B″ est plus loin de A′ que B′ : $A'B'' > A'B'$. La vitesse réelle $\dfrac{A'B''}{t_{AB}}$ est donc supérieure à v_1.

COMPRENDRE
La Terre et Vénus tournent dans le même sens. Vue de la Terre, Vénus semble donc avancer moins vite : v_1 sous-estime la vitesse orbitale, proche de $35\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$.



2.2.3 · Figure 8 complétée : B″ est sur la droite (Q_2B) et sur l'orbite de Vénus