Résistance d'une bobine réelle

Bac S 2006 Polynésie (ancien programme) · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1 Partie A. Compléter le schéma du circuit : positions de l'ampèremètre et du voltmètre, tensions $U_g = E$ et U_b.

L'ampèremètre se place en série, dans le cercle situé entre A et B : le courant entre par sa borne mA (côté A) et sort par sa borne COM (côté B).

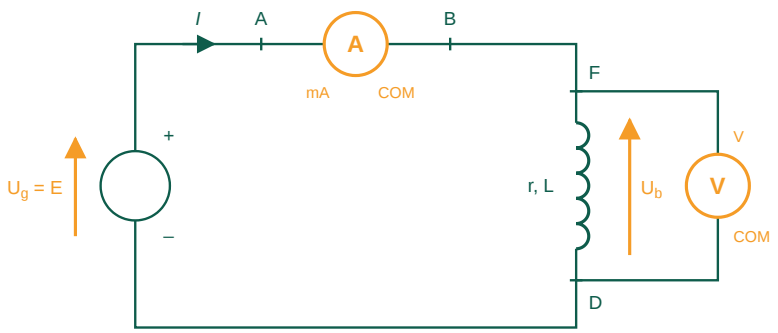
Le voltmètre se place en dérivation aux bornes de la bobine : borne V en F, borne COM en D.

Les flèches des tensions pointent vers le potentiel le plus élevé : U_g vers la borne $+$ du générateur, U_b vers F (convention récepteur, flèche opposée au sens de I).

Schéma complété : voir l'annexe ci-contre.

PIÈGE
Inverser les bornes : le courant doit sortir de l'ampèremètre par COM, et la borne V du voltmètre se relie au point de potentiel le plus élevé (F). Sinon les appareils affichent des valeurs négatives.

COMPRENDRE
La bobine, les circuits RL et RLC et les oscillations électriques ne figurent plus au programme actuel de spécialité. Cet exercice reste un bon entraînement sur les lois des circuits et la constante de temps.



1 · Annexe, question A.1 : ampèremètre en série, voltmètre en dérivation aux bornes de la bobine

2 Partie A. À partir des mesures de U_b et I_b, déduire la valeur r_1 de la résistance de la bobine en justifiant la démarche.

Données utiles $U_b = 5{,}95$ V ; $I_b = 410$ mA ; $u_b = r\,i + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

En régime permanent, l'intensité est constante : $i = I_b$ et $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$.

La relation de la bobine devient $U_b = r_1\,I_b$: la bobine se comporte comme un conducteur ohmique. Donc

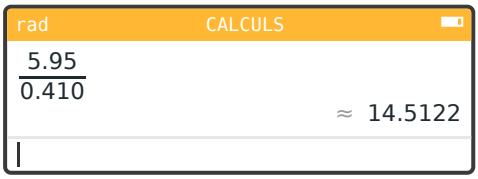
$$r_1 = \frac{U_b}{I_b} = \frac{5{,}95}{0{,}410}$$

$r_1 = 14{,}5\ \Omega$

PIÈGE
Laisser l'intensité en mA : on trouverait $0{,}0145$. Il faut $I_b = 0{,}410$ A. Utiliser la tension mesurée $U_b = 5{,}95$ V, plus précise que $E = 6{,}0$ V.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : U_b et I_b en ont trois, le quotient est donné avec trois chiffres. Le sujet demande explicitement de respecter cette précision dans tout l'exercice.

À LA CALCULATRICE



1 Partie B. Quel phénomène observe-t-on dans le circuit à la fermeture de l'interrupteur ?

À la fermeture de l'interrupteur, l'intensité ne prend pas instantanément sa valeur finale : elle part de zéro et augmente progressivement jusqu'à une valeur limite.

On observe l'établissement progressif du courant (régime transitoire) : la bobine retarde l'installation du courant dans le circuit.

COMPRENDRE
Une bobine s'oppose aux variations de l'intensité qui la traverse, par le terme $L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$. L'intensité ne peut donc pas subir de saut : $i(0) = 0$ juste après la fermeture.

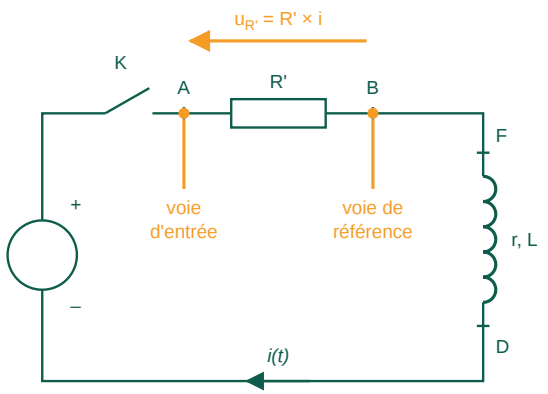
2 Partie B. Indiquer sur le schéma comment brancher le système d'acquisition (voie d'entrée, voie de référence) pour obtenir une tension proportionnelle à l'intensité. Justifier.

Loi d'Ohm pour le conducteur ohmique : $u_{R'} = u_{AB} = R'\,i$. Comme R' est constante, la tension u_{AB} est proportionnelle à $i(t)$.

On branche donc le système aux bornes de R' : voie d'entrée en A, voie de référence en B. Le logiciel calcule ensuite $i = \dfrac{u_{AB}}{R'}$.

Voie d'entrée en A, voie de référence en B : $u_{AB} = R'\,i$.

PIÈGE
Se brancher aux bornes de la bobine : $u_b = r\,i + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ n'est pas proportionnelle à i. Inverser A et B donnerait $-R'\,i$, donc une courbe négative.



2 · Annexe, question B.2 : le système d'acquisition mesure la tension aux bornes de R'

3 Partie B. Déterminer la constante de temps τ à partir de l'enregistrement de $i(t)$, en détaillant la méthode sur le graphe.

Données utiles asymptote lue sur le graphe : $I_\infty = 240$ mA

À la date $t = \tau$, l'intensité vaut 63 % de sa valeur limite :

$$i(\tau) = 0{,}63 \times I_\infty = 0{,}63 \times 240 = 151 \text{ mA}$$

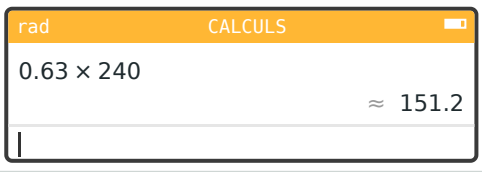
On trace l'horizontale d'ordonnée 151 mA jusqu'à la courbe, puis on descend verticalement : on lit l'abscisse du point.

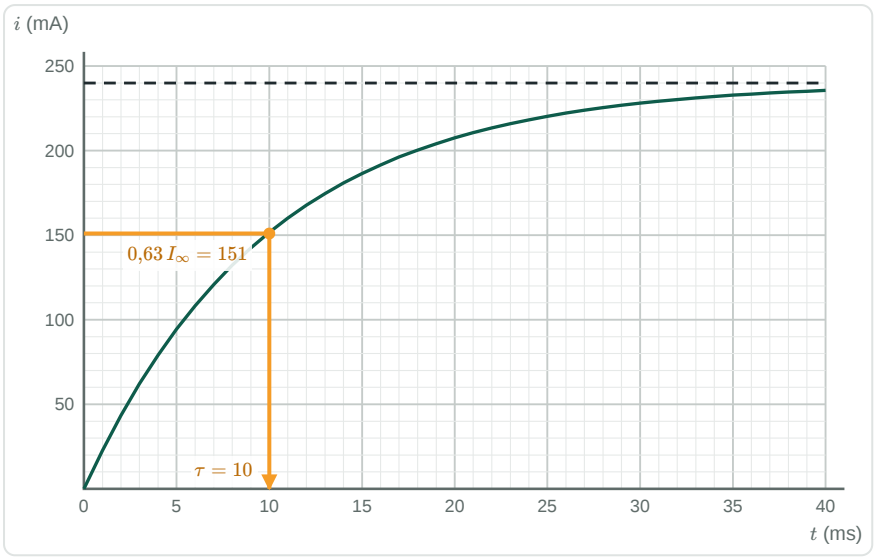
$\tau = 10$ ms

COMPRENDRE
La lecture graphique ne permet que deux chiffres significatifs : $\tau = 10$ ms, soit $1{,}0 \times 10^{-2}$ s. Cette précision limitée se retrouvera sur r_2.

MÉTHODE
Autre tracé possible : la tangente à la courbe à l'origine coupe l'asymptote $i = I_\infty$ au point d'abscisse τ. Les deux constructions doivent donner la même valeur.

À LA CALCULATRICE





3 · Annexe, question B.3 : lecture de τ à 63 % de I_∞

4.1 Donner l'expression littérale de τ en fonction des paramètres du circuit et vérifier par analyse dimensionnelle que τ est homogène à un temps.

Les résistances R' et r sont en série : $R = R' + r$, donc $\tau = \dfrac{L}{R' + r}$.

Dimension de R : d'après $u = R\,i$, $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$.

Dimension de L : d'après $u = L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, $[U] = [L]\,\dfrac{[I]}{[T]}$, soit $[L] = \dfrac{[U]\,[T]}{[I]}$.

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U]\,[T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [T]$$

$\tau = \dfrac{L}{R' + r}$ et $[\tau] = [T]$: τ est bien homogène à un temps.

PIÈGE
Oublier la résistance r de la bobine dans la résistance totale et écrire $\tau = \dfrac{L}{R'}$.

MÉTHODE
Pour une analyse dimensionnelle, exprimer chaque grandeur à l'aide d'une loi connue qui la relie à une tension, une intensité et un temps, puis simplifier.

4.2 Connaissant l'inductance de la bobine, déduire la valeur r_2 de sa résistance.

Données utiles $L = 250$ mH ; $R' = 10{,}0\ \Omega$; $\tau = 10$ ms (B.3)

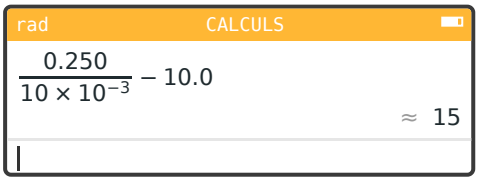
$\tau = \dfrac{L}{R' + r_2}$ donne $R' + r_2 = \dfrac{L}{\tau}$, soit

$$r_2 = \frac{L}{\tau} - R' = \frac{0{,}250}{10 \times 10^{-3}} - 10{,}0$$

$r_2 = 15\ \Omega$

COMPRENDRE
τ n'est connue qu'avec deux chiffres : $\dfrac{L}{\tau} = 25\ \Omega$ à l'unité près, donc $r_2 = 15\ \Omega$ et non $15{,}0\ \Omega$.

À LA CALCULATRICE



5.1 L'intensité a atteint sa valeur limite I_∞ au bout de 5τ. Quel est alors le régime de fonctionnement de la bobine ?

Après 5τ, l'intensité ne varie plus : $i = I_\infty$ et $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$, donc $u_b = r\,I_\infty$.

La bobine est en régime permanent : elle se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r.

5.2 Exprimer la résistance r de la bobine en fonction de E, I_∞ et R', puis calculer sa valeur r_3.

Données utiles $E = 6{,}00$ V ; $I_\infty = 240$ mA ; $R' = 10{,}0\ \Omega$

Loi d'additivité des tensions en régime permanent : $E = u_{R'} + u_b = R'\,I_\infty + r\,I_\infty$.

D'où $r = \dfrac{E}{I_\infty} - R'$.

$$r_3 = \frac{6{,}00}{0{,}240} - 10{,}0$$

$$r = \frac{E}{I_\infty} - R' \ ; \ r_3 = 15{,}0\ \Omega$$

PIÈGE

Oublier la tension aux bornes de R' et écrire $r = \dfrac{E}{I_\infty}$: on trouverait $25{,}0\ \Omega$, qui est la résistance totale du circuit.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{6.00}{0.240} - 10.0$

≈ 15

6 Les trois valeurs de r obtenues dans les parties A et B sont-elles cohérentes entre elles ?

Données utiles $r_1 = 14{,}5\ \Omega$ (A.2) ; $r_2 = 15\ \Omega$ (B.4.2) ; $r_3 = 15{,}0\ \Omega$ (B.5.2)

Les valeurs r_2 et r_3 sont égales. L'écart relatif entre r_1 et r_3 vaut

$$\frac{r_3 - r_1}{r_3} = \frac{15{,}0 - 14{,}5}{15{,}0} \approx 3\ \%$$

Les trois valeurs sont cohérentes : elles s'accordent à environ 3 % près, soit $r \approx 15\ \Omega$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{15.0 - 14.5}{15.0}$

≈ 0.03333333

1.1 Partie C. Rappeler l'expression littérale de la période propre T_0 d'un oscillateur LC.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}$$

COMPRENDRE

T_0 est la période des oscillations d'un circuit LC idéal, sans résistance. Elle s'exprime en secondes si L est en henrys et C en farads.

1.2 Calculer la valeur de la période propre T_0.

Données utiles $L = 250$ mH ; $C = 4\ \mu$F

$$T_0 = 2\pi\sqrt{0{,}250 \times 4 \times 10^{-6}} = 6{,}3 \times 10^{-3}\ \text{s}$$

La capacité n'est donnée qu'avec un seul chiffre significatif : le résultat s'écrit avec un seul chiffre.

$$T_0 = 6 \times 10^{-3}\ \text{s} = 6\ \text{ms}$$

PIÈGE

Oublier les conversions : $L = 0{,}250$ H et $C = 4 \times 10^{-6}$ F. Écrire 6,28 ms serait afficher une précision que C ne permet pas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2 \times \pi \times \sqrt{0.250 \times 4 \times 10^{-6}}$

≈ 0.006283185

2.1 On observe aux bornes du condensateur des oscillations pseudo-périodiques. Interpréter l'amortissement des oscillations.

La bobine possède une résistance r. À chaque passage du courant, une partie de l'énergie électrique échangée entre le condensateur et la bobine est dissipée par effet Joule dans cette résistance.

L'énergie du circuit diminue au cours du temps : l'amplitude des oscillations décroît, elles sont amorties.

2.2 Avec une base de temps de 2 ms par division, deux pseudo-périodes occupent entre 6,2 et 6,4 divisions. Donner un encadrement de la pseudo-période T.

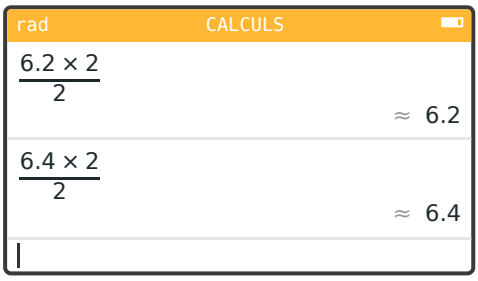
Durée de deux pseudo-périodes : $2T = n \times 2$ ms, avec $6{,}2 < n < 6{,}4$ divisions.

Donc $12{,}4 \text{ ms} < 2T < 12{,}8 \text{ ms}$, et en divisant par 2 :

$6{,}2 \text{ ms} < T < 6{,}4 \text{ ms}$

MÉTHODE
Mesurer plusieurs pseudo-périodes puis diviser réduit l'incertitude de lecture sur une seule.

À LA CALCULATRICE



2.3 Comparer ce résultat à T_0.

Données utiles $T_0 = 6$ ms (C.1.2) ; $6{,}2 \text{ ms} < T < 6{,}4 \text{ ms}$ (C.2.2)

Avec un seul chiffre significatif, $T_0 = 6$ ms : la mesure, comprise entre 6,2 et 6,4 ms, s'arrondit elle aussi à 6 ms.

$T \approx T_0$: la pseudo-période est égale à la période propre, compte tenu de la faible précision sur C.

COMPRENDRE
Lorsque l'amortissement est faible, la pseudo-période d'un circuit RLC est pratiquement égale à la période propre du circuit LC. La valeur non arrondie, $6{,}28$ ms, tombe d'ailleurs dans l'encadrement mesuré.