Où il est question de la lumière

Bac S 2006 Polynésie (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1 Partie A. Quel enseignement sur la nature de la lumière le phénomène observé sur l'écran apporte-t-il ? Nommer ce phénomène.

Derrière le fil, la lumière ne reste pas dans la direction du faisceau : elle s'étale sur l'écran, perpendiculairement au fil, en une tache centrale entourée de taches secondaires séparées par des extinctions.

Ce phénomène est la **diffraction**. Il est propre aux ondes.

Phénomène de diffraction : la lumière a un caractère **ondulatoire**.

PIÈGE
Répondre « la lumière est déviée » ne suffit pas : il faut nommer la diffraction et conclure sur l'aspect ondulatoire, les deux points demandés.

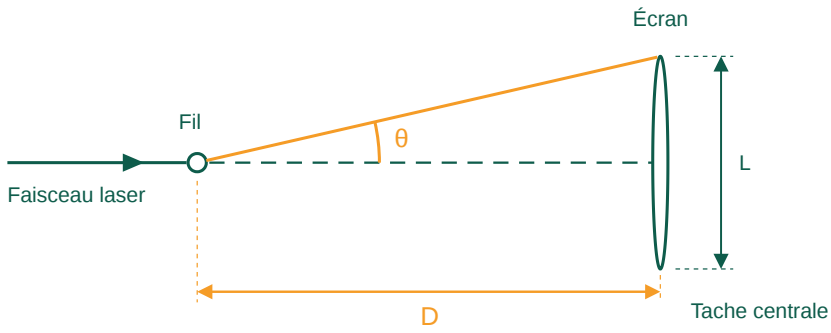
2 Faire apparaître sur la figure 2 de l'annexe l'écart angulaire θ et la distance D entre le fil et l'écran.

θ est l'angle, de sommet le fil, entre la direction du faisceau incident (centre de la tache centrale) et la direction de la première extinction (bord de la tache centrale).

D est la distance entre le fil et l'écran, mesurée le long du faisceau incident.

Voir l'annexe complétée : θ et D sont tracés en orange.

PIÈGE
Dessiner l'angle entre les deux bords de la tache centrale : cet angle vaut 2θ. Le demi-angle θ part de l'axe du faisceau.



2 · Figure 2 de l'annexe complétée (vue de dessus)

3 En utilisant la figure 2, exprimer l'écart angulaire θ en fonction de L et D, sachant que $\tan\theta = \theta$ pour un petit angle en radian.

Dans le triangle rectangle formé par le fil, le centre de la tache centrale et son bord, le côté opposé à θ mesure $\frac{L}{2}$ et le côté adjacent mesure D :

$$\tan\theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle est petit, donc $\tan\theta = \theta$.

$\theta = \frac{L}{2D}$ (avec θ en radian)

PIÈGE
Oublier le facteur 2 : L est la largeur totale de la tache centrale, le côté opposé à θ n'en est que la moitié.

4 Quelle expression lie θ, λ et a (même loi que pour une fente de largeur a) ? Préciser les unités de ces grandeurs.

$\theta = \dfrac{\lambda}{a}$, avec θ en radian (rad), λ en mètre (m) et a en mètre (m).

COMPRENDRE
Plus le fil est fin, plus la lumière s'étale. λ et a doivent être dans la même unité.

5 Montrer que la largeur de la tache centrale de diffraction s'exprime par $L = 2\dfrac{\lambda D}{a}$.

Les deux expressions de θ (questions 3 et 4) sont égales :

$$\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a}$$

On multiplie les deux membres par $2D$.

$L = \dfrac{2\lambda D}{a}$, ce qui est l'expression attendue.

6 Associer, en le justifiant, les fils de diamètres a_1 et a_2 aux figures de diffraction A et B de la figure 3.

Données utiles $a_1 = 60\ \mu\text{m}$; $a_2 = 80\ \mu\text{m}$; $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$ (Q5)

Le laser et la distance D sont les mêmes pour les deux fils : L est inversement proportionnelle à a. Le fil le plus fin donne donc la tache centrale la plus large.

Sur la figure 3, la tache centrale de la figure A est plus large que celle de la figure B, et $a_1 < a_2$.

Figure A : fil de diamètre $a_1 = 60\ \mu\text{m}$; figure B : fil de diamètre $a_2 = 80\ \mu\text{m}$.

PIÈGE
Raisonner comme pour une ombre (« gros fil, grande tache »). En diffraction c'est l'inverse : la tache s'élargit quand l'obstacle rétrécit.

7 La lumière émise par la source laser est dite monochromatique. Quelle est la signification de ce terme ?

Une lumière monochromatique ne contient qu'une seule radiation, de fréquence unique (donc d'une seule longueur d'onde dans le vide) : elle a une seule couleur.

COMPRENDRE
Son spectre se réduit à une seule raie. La lumière blanche, au contraire, est polychromatique : son spectre est continu.

8 Montrer que l'allure de la courbe $L = f(1/a)$ de la figure 4 est en accord avec l'expression de L donnée à la question 5.

La courbe est une droite qui passe par l'origine : L est proportionnelle à $\dfrac{1}{a}$, soit $L = k \times \dfrac{1}{a}$ avec k constant.

L'expression de la question 5 s'écrit $L = 2\lambda D \times \dfrac{1}{a}$. Comme λ et D sont fixés pendant l'expérience, $2\lambda D$ est une constante.

Droite passant par l'origine : accord avec $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$, le coefficient directeur étant $k = 2\lambda D$.

MÉTHODE
Pour confronter un graphe à une relation : repérer la grandeur en abscisse, isoler dans la formule tout ce qui reste constant, puis identifier ce facteur au coefficient directeur.

9 Donner l'équation de la courbe $L = f(1/a)$ et en déduire la longueur d'onde λ dans le vide de la lumière du laser.

Données utiles $D = 2{,}50$ m ; $k = 2\lambda D$ (Q8) ; figure 4

La droite passe par l'origine et par le point d'abscisse $\frac{1}{a} = 25\,000$ m^{-1} et d'ordonnée $L = 0{,}068$ m :

$$k = \frac{0{,}068}{25\,000} = 2{,}7 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Équation de la droite : $L = 2{,}7 \times 10^{-6} \times \frac{1}{a}$ (L et a en mètre).

Or $k = 2\lambda D$, donc $\lambda = \frac{k}{2D}$:

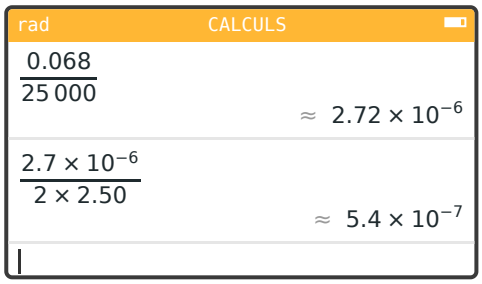
$$\lambda = \frac{2{,}7 \times 10^{-6}}{2 \times 2{,}50} = 5{,}4 \times 10^{-7} \text{ m}$$

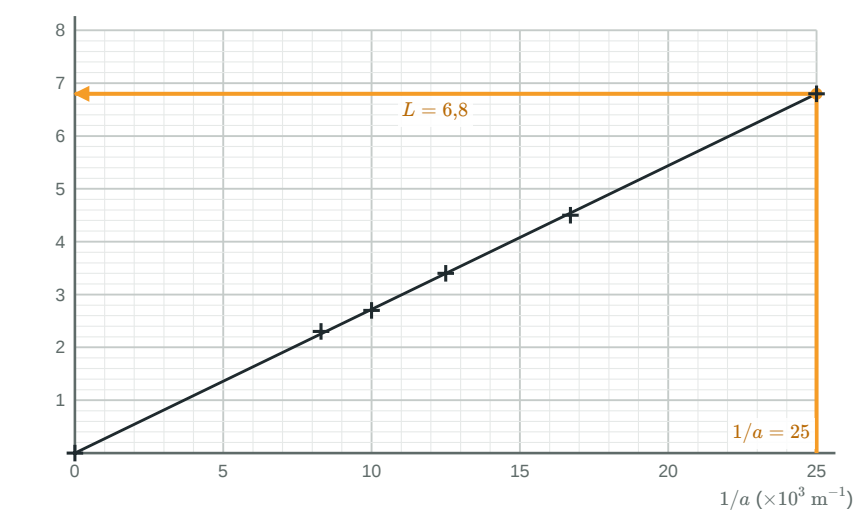
$$L = 2{,}7 \times 10^{-6} \times \frac{1}{a} \text{ et } \lambda = 5{,}4 \times 10^{-7} \text{ m} = 5{,}4 \times 10^{2} \text{ nm}$$

COMPRENDRE
La lecture graphique (0,068 m) n'a que deux chiffres significatifs : k et λ sont donnés avec deux chiffres, même si D en compte trois.

MÉTHODE
Choisir sur la droite un point éloigné de l'origine : l'erreur de lecture pèse alors moins sur le coefficient directeur.

À LA CALCULATRICE





9 · Figure 4 du sujet, avec le point lu pour le coefficient directeur

10 Calculer la fréquence de la lumière monochromatique émise par la source laser.

Données utiles $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; $\lambda = 5{,}4 \times 10^{-7}$ m (Q9)

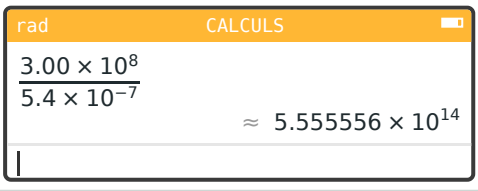
Dans le vide (ou dans l'air), $\lambda = \frac{c}{\nu}$, donc $\nu = \frac{c}{\lambda}$, avec λ en mètre :

$$\nu = \frac{3{,}00 \times 10^8}{5{,}4 \times 10^{-7}}$$

$$\nu = 5{,}6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

COMPRENDRE
En gardant la valeur non arrondie de k ($2{,}72 \times 10^{-6}$ m^2), on obtient $5{,}5 \times 10^{14}$ Hz. Les deux résultats sont compatibles avec la précision de la lecture graphique.

À LA CALCULATRICE



11 À la traversée d'un verre flint d'indice $n(\lambda) = 1{,}64$, la fréquence, la longueur d'onde et la couleur de cette radiation varient-elles ?

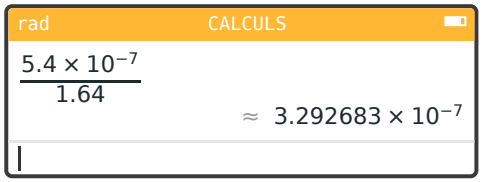
Données utiles $n = 1{,}64$; $\lambda = 5{,}4 \times 10^{-7}$ m (Q9)

- **Fréquence** : elle est fixée par la source et ne dépend pas du milieu traversé. Elle ne varie pas.
- **Longueur d'onde** : dans le verre la célérité vaut $v = \dfrac{c}{n}$, donc $\lambda_{\text{verre}} = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{c}{n\,\nu} = \dfrac{\lambda}{n}$. Elle est divisée par $1{,}64$: $\lambda_{\text{verre}} = \dfrac{5{,}4 \times 10^{-7}}{1{,}64} = 3{,}3 \times 10^{-7}$ m.
- **Couleur** : elle est liée à la fréquence, elle ne change pas.

Fréquence et couleur inchangées ; la longueur d'onde diminue : $\lambda_{\text{verre}} = \dfrac{\lambda}{n} = 3{,}3 \times 10^{-7}$ m.

PIÈGE
Conclure que la lumière devient ultraviolette parce que $\lambda_{\text{verre}} = 330$ nm. Les domaines de couleur sont définis par la longueur d'onde dans le vide.

À LA CALCULATRICE



1.1 Partie B. D'après le spectre de la figure 5, dans quel intervalle de longueurs d'onde l'absorbance est-elle significative ? Quelle est la couleur de la solution ?

Sur la figure 5, l'absorbance est forte (supérieure à 1) entre 490 nm et 580 nm environ, avec un maximum proche de 1,8 entre 520 nm et 560 nm. Au-delà de 600 nm elle est presque nulle.

La solution absorbe donc surtout le vert. Elle transmet le rouge et une partie du bleu-violet : sa couleur est la couleur complémentaire du vert.

Absorbance significative entre 490 nm et 580 nm environ (maximum de 520 à 560 nm) ; la solution est **violette** (magenta).

COMPRENDRE
Une solution a la couleur complémentaire de celle qu'elle absorbe le plus. Les bornes de l'intervalle dépendent du seuil choisi : l'essentiel est d'encadrer le maximum d'absorption.

1.2 Un laser de longueur d'onde 540 nm serait-il adapté pour l'étude spectrophotométrique de la transformation ?

La longueur d'onde 540 nm se situe dans la zone du maximum d'absorption des ions permanganate ($A \approx 1{,}8$). L'absorbance mesurée y est grande : ses variations au cours de la réaction seront bien mesurables.

Oui : 540 nm est dans le domaine d'absorption maximale des ions MnO_4^-.

MÉTHODE
On règle toujours le spectrophotomètre près du maximum d'absorption de l'espèce suivie : la mesure est plus sensible et plus précise.

2.1 Justifier l'évolution de l'absorbance du milieu réactionnel au cours du temps (figure 6).

Les ions permanganate MnO_4^- sont la seule espèce qui absorbe à la longueur d'onde choisie, et $A_\lambda(t) = k\,[\text{MnO}_4^-](t)$.

Ces ions sont un réactif : la réaction les consomme, leur concentration diminue, donc l'absorbance diminue.

L'absorbance décroît au cours du temps car MnO_4^-, seule espèce colorée, est consommé ; elle tend vers 0 quand il a disparu.

COMPRENDRE
L'absorbance finale nulle montre que les ions permanganate sont entièrement consommés : ils ne sont pas en excès, ce que confirme la question 2.3.

2.2 Déterminer les quantités de matière initiales des ions permanganate et d'acide oxalique.

Données utiles $[MnO_4^-] = 5{,}0 \times 10^{-4}$ mol · L^{-1} ; $V_1 = 1{,}0$ mL ; $[H_2C_2O_4] = 12{,}5 \times 10^{-4}$ mol · L^{-1} ; $V_2 = 1{,}0$ mL

Ions permanganate : $n_1 = [MnO_4^-] \times V_1 = 5{,}0 \times 10^{-4} \times 1{,}0 \times 10^{-3} = 5{,}0 \times 10^{-7}$ mol.

Acide oxalique : $n_2 = [H_2C_2O_4] \times V_2 = 12{,}5 \times 10^{-4} \times 1{,}0 \times 10^{-3} = 12{,}5 \times 10^{-7}$ mol.

$n_1 = 5{,}0 \times 10^{-7}$ mol et $n_2 = 12{,}5 \times 10^{-7}$ mol $= 1{,}25 \times 10^{-6}$ mol

PIÈGE
Laisser les volumes en millilitre, ou utiliser le volume du mélange (2,0 mL) : chaque quantité se calcule avec le volume de sa propre solution, en litre.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$5.0 \times 10^{-4} \times 1.0 \times 10^{-3} \approx 5 \times 10^{-7}$

$12.5 \times 10^{-4} \times 1.0 \times 10^{-3} \approx 1.25 \times 10^{-6}$

2.3 À l'aide d'un tableau d'avancement, déterminer l'avancement maximal, les ions H_3O^+ étant en large excès.

Données utiles $n_1 = 5{,}0 \times 10^{-7}$ mol ; $n_2 = 12{,}5 \times 10^{-7}$ mol (Q2.2)

(en mol)	$2\,MnO_4^-$	$5\,H_2C_2O_4$	$2\,Mn^{2+}$	$10\,CO_2$
$x = 0$	n_1	n_2	0	0
x	$n_1 - 2x$	$n_2 - 5x$	$2x$	$10x$
x_{max}	$n_1 - 2x_{max}$	$n_2 - 5x_{max}$	$2x_{max}$	$10x_{max}$

Les ions H_3O^+ sont en excès et l'eau est le solvant : ils ne figurent pas dans le tableau.

Si MnO_4^- est limitant : $n_1 - 2x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \frac{n_1}{2} = \frac{5{,}0 \times 10^{-7}}{2} = 2{,}5 \times 10^{-7}$ mol.

Si $H_2C_2O_4$ est limitant : $n_2 - 5x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \frac{n_2}{5} = \frac{12{,}5 \times 10^{-7}}{5} = 2{,}5 \times 10^{-7}$ mol.

Les deux valeurs sont égales : le mélange est stœchiométrique, les deux réactifs sont épuisés en même temps.

$x_{max} = 2{,}5 \times 10^{-7}$ mol

PIÈGE
Oublier les nombres stœchiométriques : écrire $n_1 - x$ et $n_2 - x$ conduirait à un avancement maximal faux.

COMPRENDRE
Cette valeur est celle du palier de la figure 7 ($2{,}50 \times 10^{-7}$ mol) : la transformation est bien totale.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{5.0 \times 10^{-7}}{2} \approx 2.5 \times 10^{-7}$

$\frac{12.5 \times 10^{-7}}{5} \approx 2.5 \times 10^{-7}$

2.4 a) Comment peut-on évaluer la vitesse volumique $v(t) = \frac{1}{V_{\text{mel}}}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ à une date t ? b) Comment évolue la vitesse volumique de cette transformation ?

a) $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est la pente de la tangente tracée, à la date t, sur la courbe de la figure 7 représentant x en fonction du temps. On trace cette tangente, on calcule son coefficient directeur avec deux points éloignés, puis on divise par $V_{\text{mel}} = V_1 + V_2 = 2{,}0$ mL.

b) La pente de la tangente est très faible jusqu'à 2 min environ, puis elle augmente fortement et passe par un maximum vers 3 min. Elle diminue ensuite et s'annule sur le palier, après 8 min environ.

a) Pente de la tangente à la courbe $x(t)$ à la date t, divisée par V_{mel}. b) La vitesse, faible au début, augmente, passe par un maximum vers 3 min, puis décroît jusqu'à zéro.

COMPRENDRE
D'habitude la vitesse est maximale au départ. Ici elle commence par augmenter : les ions Mn^{2+} formés catalysent la réaction (autocatalyse).

COMPRENDRE
Aujourd'hui on utilise plutôt la vitesse volumique de disparition d'un réactif, $-\frac{\mathrm{d}[\mathrm{MnO_4^-}]}{\mathrm{d}t}$: la méthode de la tangente est la même.

2.5 Définir le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

$t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$. La transformation étant totale, $x_f = x_{\max}$.

PIÈGE
Ce n'est pas la moitié de la durée totale de la réaction : la définition porte sur l'avancement, pas sur le temps.

2.6 Déterminer graphiquement $t_{1/2}$.

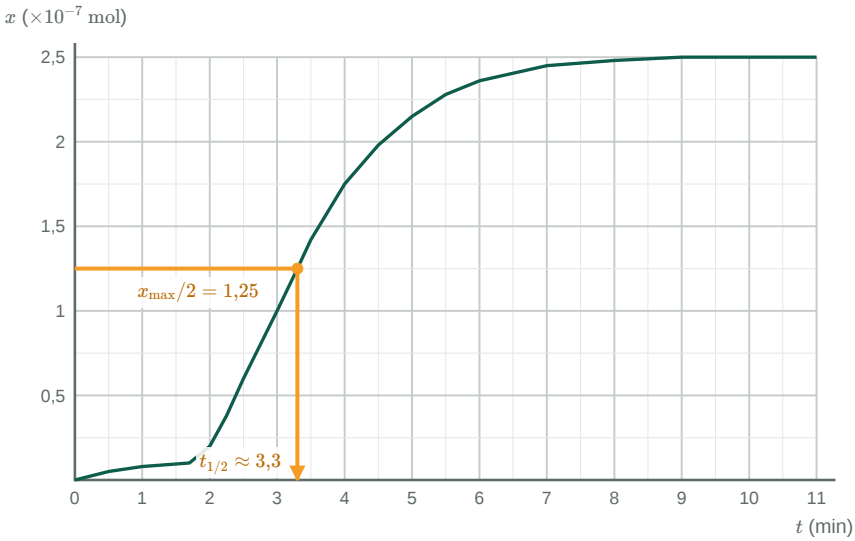
Données utiles $x_{\max} = 2{,}5 \times 10^{-7}$ mol (Q2.3) ; figure 7

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{\max}}{2} = \frac{2{,}5 \times 10^{-7}}{2} = 1{,}25 \times 10^{-7} \text{ mol.}$$

Sur la figure 7, on trace l'horizontale d'ordonnée $1{,}25 \times 10^{-7}$ mol jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection.

$$\boxed{t_{1/2} \approx 3{,}3 \text{ min}}$$

MÉTHODE
Toujours laisser les traits de construction sur l'annexe : l'horizontale à $x_{\max}/2$ puis la verticale jusqu'à l'axe des temps justifient la lecture.



2.6 · Figure 7 du sujet, avec la lecture de $t_{1/2}$

À LA CALCULATRICE

