Corrigé complet — Bac S 2005 La Réunion (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Evolution de la réaction de l'ammoniac avec l'eau** Dilution · Produit ionique de l'eau et pH · Tableau d'avancement et taux d'avancement final · Quotient de réaction et critère d'évolution · Conductivité d'une solution (loi de Kohlrausch)	6,5 pts	1 h 18	14 questions	p. 2
Ex 2	**Scintigraphie thyroïdienne** Réaction nucléaire et lois de conservation · Demi-vie · Loi de décroissance radioactive · Activité d'un échantillon · Traceur radioactif	4 pts	52 min	8 questions	p. 7
Ex 3	**Spécialité : Extraits de la notice d'utilisation d'un téléscope** Télescope de Newton · Miroir sphérique et foyer · Miroir plan · Oculaire et distance focale · Image à l'infini · Grossissement	4 pts	52 min	6 questions	p. 11
Ex 4	**Recherche d'un modèle de force de frottement** Chute verticale dans un fluide · Poussée d'Archimède · Deuxième loi de Newton · Équation différentielle du mouvement · Vitesse limite · Frottement fluide	5,5 pts	1 h 05	12 questions	p. 15

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Evolution de la réaction de l'ammoniac avec l'eau

Bac S 2005 La Réunion (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1 1re partie. Quel volume de la solution S_0 doit-on prélever pour préparer la solution S_1 ?

Données utiles $C_1 = \dfrac{C_0}{10}$; volume de S_1 à préparer : $V_1 = 50{,}0$ mL

Lors d'une dilution, la quantité de matière de soluté est conservée : $C_0\,V_0 = C_1\,V_1$.

$$V_0 = \frac{C_1\,V_1}{C_0} = \frac{V_1}{10} = \frac{50{,}0}{10}$$

$V_0 = 5{,}00$ mL

COMPRENDRE
Diluer dix fois, c'est prélever un volume dix fois plus petit que celui de la fiole. La valeur de C_0 n'est pas nécessaire : seul le facteur de dilution compte.

2 1re partie. Proposer un mode opératoire pour préparer la solution S_1.

Données utiles $V_0 = 5{,}00$ mL (question 1) ; $V_1 = 50{,}0$ mL

La solution S_0 est très concentrée : on travaille sous la hotte, avec des gants et des lunettes.

- Verser un peu de solution S_0 dans un bécher.
- Y prélever $5{,}00$ mL avec une **pipette jaugée de 5 mL** munie d'une propipette.
- Introduire ce prélèvement dans une **fiole jaugée de 50,0 mL**.
- Ajouter de l'eau distillée aux trois quarts environ, boucher, agiter.
- Compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, boucher, agiter de nouveau.

Pipette jaugée de 5 mL, fiole jaugée de 50,0 mL, eau distillée jusqu'au trait de jauge, homogénéisation.

PIÈGE
Citer une éprouvette graduée ou un bécher pour mesurer les volumes : seule la verrerie jaugée donne la précision attendue. Ne jamais pipeter directement dans le flacon du commerce.

3 1re partie. Montrer que la concentration en ions hydroxyde dans la solution S_1 est $[HO^-]_{(S_1)} = 4{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Données utiles $\text{pH} = 11{,}62$; $K_e = 1{,}00 \times 10^{-14}$

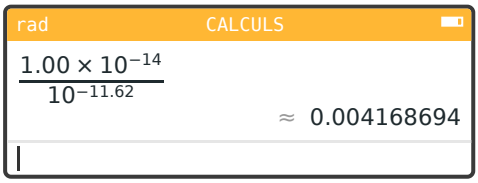
Produit ionique de l'eau : $K_e = [H_3O^+]\,[HO^-]$, avec $[H_3O^+] = 10^{-\text{pH}}$ (concentrations en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$).

$$[HO^-]_{(S_1)} = \frac{K_e}{10^{-\text{pH}}} = \frac{1{,}00 \times 10^{-14}}{10^{-11{,}62}} = 4{,}17 \times 10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$[HO^-]_{(S_1)} = 4{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$: c'est la valeur annoncée.

COMPRENDRE
Un pH donné au centième fournit deux chiffres significatifs sur la concentration : on écrit $4{,}2 \times 10^{-3}$, mais on garde la valeur non arrondie en mémoire pour les calculs suivants.

À LA CALCULATRICE



4 1re partie. Compléter le tableau d'avancement de l'annexe pour la réaction de l'ammoniac avec l'eau dans la solution S_1, pour un volume $V_1' = 1{,}0$ L.

Données utiles $C_0 = 10{,}9\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $[\text{HO}^-]_{(S_1)} = 4{,}2\times10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (question 3)

Quantité initiale d'ammoniac : $n_1 = C_1\,V_1' = \dfrac{C_0}{10}\,V_1' = \dfrac{10{,}9}{10}\times 1{,}0 = 1{,}09$ mol.

État final : les ions hydroxyde proviennent de la réaction, donc $x_f = n(\text{HO}^-)_f = [\text{HO}^-]_{(S_1)}\,V_1' = 4{,}2\times10^{-3}$ mol.

État maximal : l'ammoniac serait entièrement consommé, $n_1 - x_{max} = 0$, donc $x_{max} = 1{,}09$ mol.

$n_1 = 1{,}09$ mol ; $x_f = 4{,}2\times10^{-3}$ mol ; $x_{max} = 1{,}09$ mol (tableau complété ci-dessous).

PIÈGE
Confondre x_f et x_{max}. L'avancement final se déduit de la mesure du pH ; l'avancement maximal suppose la disparition totale du réactif limitant, ici l'ammoniac puisque l'eau est en excès.

État	Avancement	NH_3(aq)	+	H_2O(l)	=	HO^-(aq)	+	NH_4^+(aq)
initial	0	$n_1 = 1{,}09$		excès		0		0
intermédiaire	x	$1{,}09 - x$				x		x
final	$x_f = 4{,}2\times10^{-3}$	$1{,}09 - x_f \approx 1{,}09$				$4{,}2\times10^{-3}$		$4{,}2\times10^{-3}$
maximal	$x_{max} = 1{,}09$	$1{,}09 - x_{max} = 0$				1,09		1,09

4 · Annexe complétée : tableau d'avancement en moles pour un volume de 1,0 L de S1 (ajouts en orange)

5 1re partie. En déduire la valeur du taux d'avancement final τ_1. Commenter le résultat obtenu.

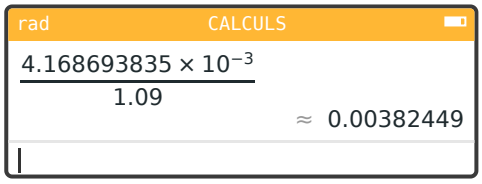
Données utiles $x_f = 4{,}2\times10^{-3}$ mol et $x_{max} = 1{,}09$ mol (question 4)

$$\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{4{,}2\times10^{-3}}{1{,}09} = 3{,}8\times10^{-3}$$

τ_1 est très inférieur à 1 : la transformation est très limitée. Moins de quatre molécules d'ammoniac sur mille ont réagi avec l'eau ; l'ammoniac est une base faible.

$\tau_1 = 3{,}8\times10^{-3}$, soit 0,38 % : transformation très limitée.

À LA CALCULATRICE



6 1re partie. Calculer le quotient de réaction $Q_{r,1}$ à l'état final et montrer que le système est à l'équilibre aux incertitudes de mesure près.

Données utiles $Q_{r,\text{éq}} = 1{,}58\times10^{-5}$; $n_1 = 1{,}09$ mol, $x_f = 4{,}17\times10^{-3}$ mol, $V_1' = 1{,}0$ L (question 4)

L'eau est le solvant, elle n'apparaît pas dans le quotient de réaction :

$$Q_{r,1} = \frac{[\text{HO}^-]_f\,[\text{NH}_4^+]_f}{[\text{NH}_3]_f} = \frac{\dfrac{x_f}{V_1'}\times\dfrac{x_f}{V_1'}}{\dfrac{n_1 - x_f}{V_1'}} = \frac{x_f^2}{(n_1 - x_f)\,V_1'}$$

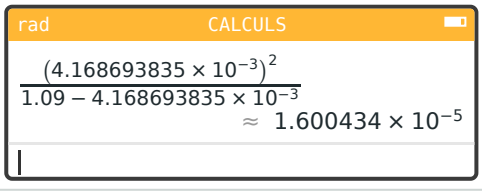
$$Q_{r,1} = \frac{(4{,}17\times10^{-3})^2}{(1{,}09 - 4{,}17\times10^{-3})\times 1{,}0} = 1{,}6\times10^{-5}$$

L'écart avec $Q_{r,\text{éq}} = 1{,}58\times10^{-5}$ est de l'ordre de 1 %, inférieur à ce que permet la précision du pH-mètre.

$Q_{r,1} = 1{,}6\times10^{-5} \approx Q_{r,\text{éq}}$: le système est à l'équilibre.

COMPRENDRE
Une variation de 0,01 sur le pH change $[\text{HO}^-]$ d'environ 2 % et donc $Q_{r,1}$ d'environ 5 % : il est compris entre $1{,}5\times10^{-5}$ et $1{,}7\times10^{-5}$, intervalle qui contient $Q_{r,\text{éq}}$.

À LA CALCULATRICE



1 2e partie, A. Avec l'hypothèse de quantités de matière inchangées lors de la dilution, exprimer $[HO^-]_{(hyp)}$, $[NH_4^+]_{(hyp)}$ et $[NH_3]_{(hyp)}$ en fonction des concentrations dans S_1.

Données utiles $C_2 = \dfrac{C_1}{100}$

La solution S_2 est obtenue en diluant 100 fois la solution S_1 : le volume est multiplié par 100. Si la quantité de matière de chaque espèce reste la même, chaque concentration est divisée par 100.

$$[HO^-]_{(hyp)} = \frac{[HO^-]_{(S_1)}}{100} \; ; \quad [NH_4^+]_{(hyp)} = \frac{[NH_4^+]_{(S_1)}}{100} \; ; \quad [NH_3]_{(hyp)} = \frac{[NH_3]_{(S_1)}}{100}$$

2 2e partie, A. Montrer que le quotient de réaction $Q_{r,hyp}$ obtenu avec cette hypothèse est égal à $\dfrac{Q_{r,1}}{100}$.

$$Q_{r,hyp} = \frac{[HO^-]_{(hyp)}\,[NH_4^+]_{(hyp)}}{[NH_3]_{(hyp)}} = \frac{\dfrac{[HO^-]_{(S_1)}}{100} \times \dfrac{[NH_4^+]_{(S_1)}}{100}}{\dfrac{[NH_3]_{(S_1)}}{100}}$$

Les facteurs 100 se simplifient en partie :

$$Q_{r,hyp} = \frac{1}{100} \times \frac{[HO^-]_{(S_1)}\,[NH_4^+]_{(S_1)}}{[NH_3]_{(S_1)}}$$

$$\boxed{Q_{r,hyp} = \frac{Q_{r,1}}{100}}$$

MÉTHODE
Deux concentrations au numérateur, une seule au dénominateur : le facteur 100 apparaît deux fois en haut et une fois en bas, il en reste un. Diluer modifie le quotient dès que les nombres d'espèces dissoutes diffèrent de part et d'autre.

3 2e partie, A. Comparer $Q_{r,hyp}$ à $Q_{r,éq}$. L'hypothèse est-elle vérifiée ? Sinon, dans quel sens évolue le système lors de la dilution ? Justifier.

Données utiles $Q_{r,1} = 1{,}6 \times 10^{-5}$ (question 6 de la 1re partie) ; $Q_{r,éq} = 1{,}58 \times 10^{-5}$

$$Q_{r,hyp} = \frac{Q_{r,1}}{100} = \frac{1{,}6 \times 10^{-5}}{100} = 1{,}6 \times 10^{-7}$$

$Q_{r,hyp} < Q_{r,éq}$: juste après la dilution, le système n'est plus à l'équilibre. D'après le critère d'évolution spontanée, il évolue dans le **sens direct** jusqu'à ce que le quotient de réaction atteigne $Q_{r,éq}$.

Des ions HO^- et NH_4^+ se forment et de l'ammoniac est consommé : les quantités de matière changent.

$Q_{r,hyp} = 1{,}6 \times 10^{-7} < Q_{r,éq}$: l'hypothèse n'est pas vérifiée, le système évolue dans le sens direct (formation de HO^- et NH_4^+).

PIÈGE
Comparer $Q_{r,hyp}$ à $Q_{r,1}$ au lieu de $Q_{r,éq}$, ou inverser la conclusion : $Q_r < Q_{r,éq}$ signifie sens direct, $Q_r > Q_{r,éq}$ sens inverse.

1 2e partie, B. Donner la valeur de la conductivité σ dans le système international.

Données utiles $\sigma = 0{,}114 \text{ mS} \cdot \text{cm}^{-1}$

$1 \text{ mS} = 10^{-3} \text{ S}$ et $1 \text{ cm}^{-1} = 10^{2} \text{ m}^{-1}$, donc

$$\sigma = 0{,}114 \times 10^{-3} \times 10^{2} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\boxed{\sigma = 1{,}14 \times 10^{-2} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}}$$

PIÈGE
Diviser par 100 au lieu de multiplier. Un centimètre vaut 10^{-2} m, donc « par centimètre » vaut 10^{2} « par mètre ».

2 2e partie, B. Exprimer la conductivité σ de la solution S_2 en fonction des conductivités molaires ioniques et des concentrations effectives $[NH_4^+]_{(S_2)}$ et $[HO^-]_{(S_2)}$.

Les seuls ions présents en quantité notable sont HO^- et NH_4^+ (les ions H_3O^+ sont ultra-minoritaires en milieu basique).

$$\sigma = \lambda^\circ(HO^-)\,[HO^-]_{(S_2)} + \lambda^\circ(NH_4^+)\,[NH_4^+]_{(S_2)}$$

COMPRENDRE
L'ammoniac NH_3 et l'eau sont des molécules, électriquement neutres : elles ne transportent pas le courant et n'apparaissent pas dans la somme.

3 2e partie, B. En utilisant le tableau d'avancement de la réaction de l'ammoniac sur l'eau et les données du texte, en déduire $[HO^-]_{(S_2)}$.

Données utiles $\sigma = 1{,}14 \times 10^{-2}\ S \cdot m^{-1}$ (question 1) ; $\lambda^\circ(HO^-) = 19{,}9 \times 10^{-3}\ S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$; $\lambda^\circ(NH_4^+) = 7{,}34 \times 10^{-3}\ S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$

D'après le tableau d'avancement, la réaction forme autant d'ions HO^- que d'ions NH_4^+ : $[NH_4^+]_{(S_2)} = [HO^-]_{(S_2)}$.

Alors $\sigma = \left(\lambda^\circ(HO^-) + \lambda^\circ(NH_4^+)\right)[HO^-]_{(S_2)}$, donc

$$[HO^-]_{(S_2)} = \frac{\sigma}{\lambda^\circ(HO^-) + \lambda^\circ(NH_4^+)}$$

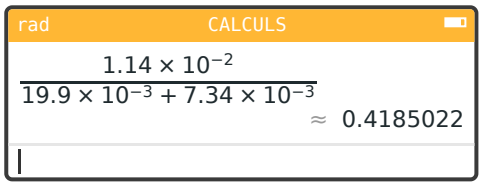
$$[HO^-]_{(S_2)} = \frac{1{,}14 \times 10^{-2}}{19{,}9 \times 10^{-3} + 7{,}34 \times 10^{-3}} = 0{,}419\ mol \cdot m^{-3}$$

Comme $1\ m^3 = 10^3\ L$:

$$[HO^-]_{(S_2)} = 4{,}19 \times 10^{-4}\ mol \cdot L^{-1}$$

PIÈGE
Avec σ en $S \cdot m^{-1}$ et λ° en $S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$, la concentration sort en $mol \cdot m^{-3}$. Oublier de diviser par 1000 pour passer en $mol \cdot L^{-1}$ fausse toute la suite.

À LA CALCULATRICE



4 2e partie, B. Calculer le taux d'avancement final τ_2 de la réaction de l'ammoniac sur l'eau.

Données utiles $C_2 = \frac{C_0}{1000}$ avec $C_0 = 10{,}9\ mol \cdot L^{-1}$; $[HO^-]_{(S_2)} = 4{,}19 \times 10^{-4}\ mol \cdot L^{-1}$ (question 3)

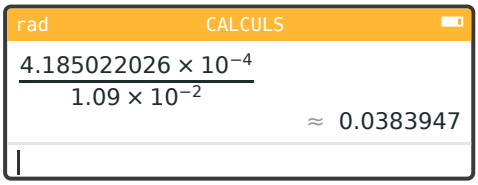
Pour un volume V_2 de solution S_2, de concentration $C_2 = \frac{10{,}9}{1000} = 1{,}09 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$: $x_f = [HO^-]_{(S_2)}\,V_2$ et $x_{max} = C_2\,V_2$.

$$\tau_2 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[HO^-]_{(S_2)}}{C_2} = \frac{4{,}19 \times 10^{-4}}{1{,}09 \times 10^{-2}} = 3{,}84 \times 10^{-2}$$

$$\tau_2 = 3{,}84 \times 10^{-2}, \text{ soit } 3{,}84\ \%$$

MÉTHODE
Pour une réaction qui forme une mole d'ion par mole de réactif, le volume se simplifie : le taux d'avancement final est le rapport de la concentration de l'ion formé à la concentration apportée.

À LA CALCULATRICE



5 2e partie, B. La dilution de la solution mère agit-elle sur le taux d'avancement de la réaction de l'ammoniac sur l'eau ? Si oui, dans quel sens ? L'hypothèse émise est-elle confirmée ?

Données utiles $\tau_1 = 3{,}8 \times 10^{-3}$ (question 5 de la 1re partie) ; $\tau_2 = 3{,}84 \times 10^{-2}$ (question 4)

$\tau_2 > \tau_1$: $\dfrac{\tau_2}{\tau_1} = \dfrac{3{,}84 \times 10^{-2}}{3{,}8 \times 10^{-3}} \approx 10$. La dilution agit donc sur le taux d'avancement final : elle l'**augmente**. En diluant 100 fois, il est multiplié par 10 environ.

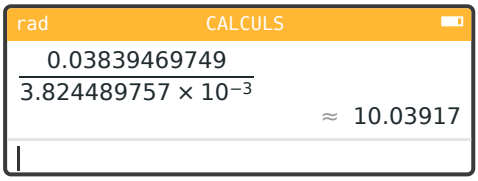
Si les quantités de matière n'avaient pas changé, on aurait $[\mathrm{HO^-}]_{(hyp)} = \dfrac{4{,}2 \times 10^{-3}}{100} = 4{,}2 \times 10^{-5}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ et τ serait resté égal à τ_1. La mesure donne une concentration dix fois plus grande : des ions se sont formés lors de la dilution.

$\tau_2 \approx 10\,\tau_1$: la dilution augmente le taux d'avancement final ; l'hypothèse de quantités de matière inchangées est infirmée, le système a bien évolué dans le sens direct.

COMPRENDRE

La constante d'équilibre, elle, ne dépend pas de la dilution : dans S_2, $Q_r = \dfrac{(4{,}19 \times 10^{-4})^2}{1{,}09 \times 10^{-2} - 4{,}19 \times 10^{-4}} \approx 1{,}7 \times 10^{-5}$, proche de $Q_{r,\text{éq}}$. C'est l'état d'équilibre qui change.

À LA CALCULATRICE



Scintigraphie thyroïdienne

Bac S 2005 La Réunion (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.a Écrire l'équation de la réaction nucléaire entre un noyau de deutérium et un noyau de tellure 122 qui produit l'iode 123. Préciser les lois de conservation utilisées et le nom de la particule émise.

Données utiles $Z(\mathrm{I}) = 53$; deutérium $^{2}_{1}\mathrm{H}$; tellure $^{122}_{52}\mathrm{Te}$

On note $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ la particule émise : $^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{122}_{52}\mathrm{Te} \longrightarrow ^{123}_{53}\mathrm{I} + ^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

- Conservation du nombre de nucléons : $2 + 122 = 123 + A$, donc $A = 1$.
- Conservation de la charge électrique : $1 + 52 = 53 + Z$, donc $Z = 0$.

Une particule formée d'un seul nucléon et sans charge est un neutron.

$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{122}_{52}\mathrm{Te} \longrightarrow ^{123}_{53}\mathrm{I} + ^{1}_{0}\mathrm{n}$: la particule émise est un **neutron**.

PIÈGE
Parler de « conservation de la masse » : la masse n'est pas conservée dans une réaction nucléaire. Les deux lois à citer portent sur le nombre de nucléons A et sur le nombre de charge Z.

1.b Calculer le temps de demi-vie des deux isotopes. Quel peut être l'avantage d'utiliser l'iode 123 plutôt que l'iode 131 ? Justifier.

Données utiles $\lambda_{123} = 1{,}459 \times 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$; $\lambda_{131} = 1{,}001 \times 10^{-6}\ \mathrm{s}^{-1}$

La demi-vie et la constante radioactive sont liées par $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

Iode 123 : $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{1{,}459 \times 10^{-5}} = 4{,}751 \times 10^{4}$ s, soit 13,20 h (13 h 12 min).

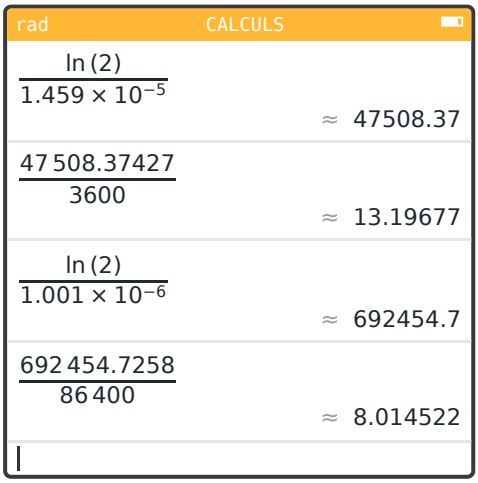
Iode 131 : $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{1{,}001 \times 10^{-6}} = 6{,}925 \times 10^{5}$ s, soit 8,015 jours.

La demi-vie de l'iode 123 est environ 15 fois plus courte. Cet isotope disparaît donc bien plus vite de l'organisme : le patient est exposé moins longtemps aux rayonnements. De plus, comme $A = \lambda N$, un même nombre de noyaux fixés donne une activité plus grande, ce qui autorise un temps de pose court.

$t_{1/2}(^{123}\mathrm{I}) = 4{,}751 \times 10^{4}$ s $\approx$ 13,20 h ; $t_{1/2}(^{131}\mathrm{I}) = 6{,}925 \times 10^{5}$ s $\approx$ 8,015 j ; l'iode 123 est éliminé plus vite.

COMPRENDRE
Les constantes λ sont données avec quatre chiffres significatifs : les demi-vies en gardent quatre. Avec λ en s^{-1}, la demi-vie sort en secondes ; on convertit ensuite en heures ou en jours.

À LA CALCULATRICE



2.a Quelle est l'activité de la solution restant dans le flacon juste après l'injection, supposée instantanée, au premier patient ?

Données utiles activité du flacon juste avant 9 h : 28,5 MBq ; dose prélevée : 7 MBq

L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs présents ($A = \lambda N$). Prélever une dose retire des noyaux du flacon : les activités se soustraient. L'injection étant instantanée, il n'y a pas de décroissance pendant le prélèvement.

$A = 28{,}5 - 7 = 21{,}5$ MBq

Juste après la première injection, l'activité du flacon est $A = 21{,}5$ MBq.

2.b Calculer la valeur de $e^{-\lambda\,\Delta t}$ pour $\Delta t = 30$ min. En déduire l'activité du flacon à 9 h 30, juste avant l'injection au second patient.

Données utiles $\lambda_{123} = 1{,}459 \times 10^{-5}$ s^{-1} ; $A(9\text{ h}) = 21{,}5$ MBq (2.a)

$\Delta t = 30 \times 60 = 1\,800$ s, donc

$$e^{-\lambda\,\Delta t} = e^{-1{,}459\times10^{-5}\times1\,800} = 0{,}974$$

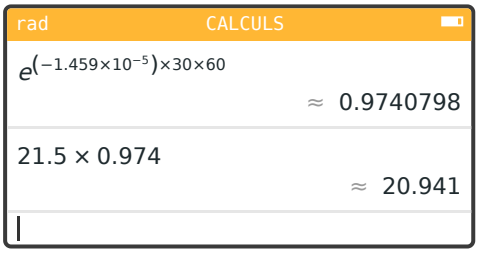
L'activité suit la loi de décroissance radioactive : $A(t) = A_0\,e^{-\lambda t}$. Entre 9 h et 9 h 30 :

$A(9\text{ h }30) = 21{,}5 \times 0{,}974 = 20{,}94 \approx 20{,}9$ MBq

$e^{-\lambda\,\Delta t} = 0{,}974$ et $A(9\text{ h }30) = 20{,}9$ MBq avant la deuxième injection.

PIÈGE
Laisser Δt en minutes alors que λ est en s^{-1} : l'exposant $\lambda\,\Delta t$ doit être sans unité. Avec 30 au lieu de 1 800, on trouve 0,9996 et la décroissance paraît nulle.

À LA CALCULATRICE



2.c Les injections suivantes ont lieu toutes les demi-heures. Combien de patients pourront recevoir la dose nécessaire (7 MBq) à la réalisation d'une scintigraphie ?

Données utiles $e^{-\lambda\,\Delta t} = 0{,}974$ et $A(9\text{ h }30) = 20{,}9$ MBq (2.b)

On répète les deux étapes : retirer 7 MBq à chaque injection, puis multiplier par 0,974 pour chaque demi-heure écoulée. On garde un chiffre de plus dans les calculs intermédiaires (20,94 MBq à 9 h 30).

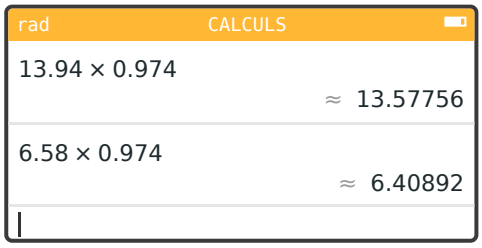
- 9 h 30, deuxième patient : il reste $20{,}94 - 7 = 13{,}94$ MBq.
- 10 h, avant injection : $13{,}94 \times 0{,}974 = 13{,}58$ MBq ; troisième patient : il reste $13{,}58 - 7 = 6{,}58$ MBq.
- 10 h 30, avant injection : $6{,}58 \times 0{,}974 = 6{,}41$ MBq, valeur inférieure à 7 MBq.

Le flacon ne contient plus assez d'iode pour une quatrième dose.

Trois patients peuvent recevoir la dose : ceux de 9 h, 9 h 30 et 10 h.

PIÈGE
Diviser simplement 28,5 par 7 et annoncer quatre patients. Le flacon perd de l'activité entre deux injections : c'est cette décroissance qui empêche la quatrième dose.

À LA CALCULATRICE



3.a Quel est le nombre de noyaux radioactifs N_0 injectés à chaque patient ?

Données utiles $A_0 = 7{,}0$ MBq ; $\lambda_{123} = 1{,}459 \times 10^{-5}$ s^{-1}

L'activité et le nombre de noyaux sont liés par $A_0 = \lambda N_0$, d'où $N_0 = \dfrac{A_0}{\lambda}$.

Avec $A_0 = 7{,}0\,\text{MBq} = 7{,}0 \times 10^6$ Bq :

$$N_0 = \frac{7{,}0 \times 10^6}{1{,}459 \times 10^{-5}} = 4{,}8 \times 10^{11}$$

$N_0 = 4{,}8 \times 10^{11}$ noyaux d'iode 123 par injection.

COMPRENDRE
Un becquerel vaut une désintégration par seconde : A en Bq et λ en s^{-1} donnent directement un nombre de noyaux. Deux chiffres significatifs, comme l'activité 7,0 MBq.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{7.0 \times 10^6}{1.459 \times 10^{-5}}$ $\approx 4.797807 \times 10^{11}$

3.b Montrer que, six semaines après une première injection, celle-ci n'a aucune influence sur la scintigraphie qui suit la deuxième injection.

Données utiles $\Delta t = 6$ semaines ; $\lambda_{123} = 1{,}459 \times 10^{-5}$ s^{-1} ; $A_0 = 7{,}0$ MBq ; $N_0 = 4{,}8 \times 10^{11}$ (3.a)

$\Delta t = 6 \times 7 \times 24 \times 3\,600 = 3{,}63 \times 10^6$ s.

Fraction de l'iode de la première injection encore présente :

$$\frac{A(\Delta t)}{A_0} = e^{-\lambda\,\Delta t} = e^{-1{,}459\times10^{-5}\times3{,}63\times10^6} = 1{,}0 \times 10^{-23}$$

Activité restante : $A = 7{,}0 \times 10^6 \times 1{,}0 \times 10^{-23} = 7{,}0 \times 10^{-17}$ Bq, à comparer aux $7{,}0 \times 10^6$ Bq de la nouvelle dose.

Nombre de noyaux restants : $N = 4{,}8 \times 10^{11} \times 1{,}0 \times 10^{-23} \approx 5 \times 10^{-12}$, très inférieur à 1 : il ne reste plus aucun noyau de la première injection.

$\dfrac{A(\Delta t)}{A_0} \approx 10^{-23}$: l'activité résiduelle est totalement négligeable, la première injection n'a aucune influence.

COMPRENDRE
Le calcul ne tient compte que de la décroissance radioactive. L'organisme élimine en plus une partie de l'iode par voie naturelle, ce qui renforce encore la conclusion.

MÉTHODE
Pour prouver qu'une activité est négligeable, calculer le rapport $A/A_0 = e^{-\lambda\,\Delta t}$ et le comparer à 1. Ici six semaines représentent environ 76 demi-vies : l'activité a été divisée 76 fois par deux.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$6 \times 7 \times 24 \times 3600$ $3\,628\,800$

$e^{(-1.459\times10^{-5})\times3\,628\,800}$ $\approx 1.015382 \times 10^{-23}$

$4.8 \times 10^{11} \times 1.0 \times 10^{-23}$ $\approx 4.8 \times 10^{-12}$

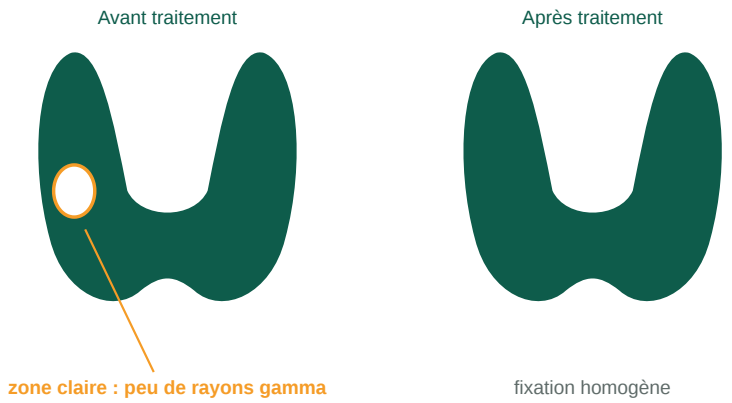
3.c D'après les deux images de scintigraphie (thyroïde avec un nodule, puis après traitement), le nodule est-il hyperfixant ou hypofixant ? Justifier.

D'après le texte, les zones foncées de l'image sont celles qui émettent fortement des rayons gamma, donc celles où l'iode radioactif s'est fixé.

Sur la première image, la thyroïde est sombre, sauf une petite tache claire dans le lobe situé à gauche : à cet endroit, l'émission est très faible, donc très peu d'iode s'est fixé. Cette tache correspond au nodule, puisqu'elle a disparu sur la seconde image, prise après traitement, où la glande est uniformément sombre.

Le nodule fixe moins d'iode que le reste de la glande : il est **hypofixant**.

PIÈGE
Associer « clair » à « beaucoup d'iode », comme sur une radiographie. La convention est donnée dans l'énoncé : foncé signifie forte émission. Un nodule hyperfixant apparaîtrait plus sombre que le reste de la glande.



3.c · Schéma des deux scintigraphies du sujet (zones foncées = forte émission)

Spécialité : Extraits de la notice d'utilisation d'un téléscope

Bac S 2005 La Réunion (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

A.1 Nommer les éléments optiques légendés 1, 2 et 3 sur le schéma de la notice.

1 : miroir principal, sphérique et concave.

2 : miroir secondaire, plan, incliné à 45°.

3 : oculaire (lentille convergente).

1 : miroir principal ; 2 : miroir secondaire ; 3 : oculaire.

COMPRENDRE
Dans un télescope, l'objectif est un miroir et non une lentille. L'oculaire joue le même rôle que dans la lunette astronomique : il sert de loupe pour observer l'image intermédiaire.

A.2 Que signifient les indications « Diamètre 114 mm » et « Focale 900 mm » ?

Ces deux valeurs caractérisent le miroir principal : 114 mm est son diamètre (l'ouverture du tube), 900 mm est sa distance focale f_1'.

Diamètre du miroir principal : 114 mm ; distance focale du miroir principal : $f_1' = 900$ mm.

COMPRENDRE
Le nom « 114/900 » du télescope reprend ces deux nombres. Plus le diamètre est grand, plus l'instrument collecte de lumière.

A.3 Quel est le nom de la grandeur donnée en mm avec chaque oculaire ?

C'est la distance focale f_2' de l'oculaire : 6 mm ou 20 mm.

A.4 a) Que représente, pour le miroir principal, le point où se concentrent les rayons ? b) Le mot « courbés » est impropre : expliquer ce que veut dire l'auteur.

a) L'astre est à l'infini : les rayons arrivent parallèles à l'axe du miroir et, après réflexion, passent tous par un même point de l'axe.

Ce point est le foyer F_1' du miroir principal.

b) Dans un milieu homogène, la lumière se propage en ligne droite : un rayon lumineux n'est jamais courbe. L'auteur veut dire que les rayons sont déviés par réflexion sur le miroir courbe.

« Courbés » signifie ici « réfléchis de façon à converger vers le foyer ».

PIÈGE
Parler de réfraction. Un miroir réfléchit la lumière, il ne la réfracte pas : c'est la surface du miroir qui est courbe, chaque rayon reste rectiligne avant et après la réflexion.

B.1 a) Donner la distance A_1S en justifiant. b) Construire l'image A_2B_2 donnée par le miroir plan. c) Placer les foyers F_2 et F'_2 de l'oculaire pour une image définitive à l'infini. d) Construire deux rayons émergents issus de B_2. e) Tracer la marche du faisceau issu de B.

Données utiles $f'_1 = 900$ mm

a) Le point A est à l'infini sur l'axe du miroir principal : son image A_1 se forme au foyer F'_1.

$A_1S = SF'_1 = f'_1 = 900$ mm

b) Un miroir plan donne d'un objet une image symétrique par rapport au plan du miroir. A_2 est le symétrique de A_1 : il est sur l'axe de l'oculaire, avec $MA_2 = MA_1$. B_2 est le symétrique de B_1.

A_2B_2 est perpendiculaire à l'axe de l'oculaire et $A_2B_2 = A_1B_1$.

c) L'image définitive est à l'infini si l'objet A_2B_2 est dans le plan focal objet de l'oculaire.

F_2 est confondu avec A_2 ; F'_2 est le symétrique de F_2 par rapport à O_2.

d) Le rayon issu de B_2 passant par O_2 n'est pas dévié. Le rayon issu de B_2 parallèle à l'axe de l'oculaire émerge en passant par F'_2.

Les deux rayons émergents sont parallèles : l'image B' est à l'infini.

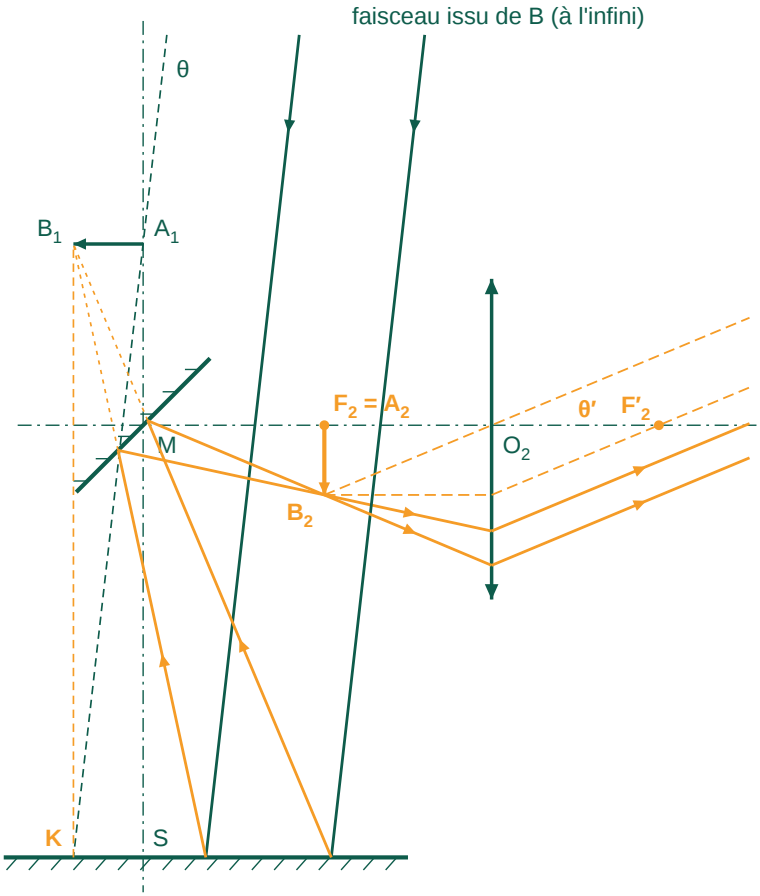
e) Les deux rayons incidents se réfléchissent sur le miroir principal en se dirigeant vers B_1. Le miroir plan les intercepte et les renvoie vers B_2, où ils se croisent. Ils traversent ensuite l'oculaire.

Le faisceau émerge de l'oculaire parallèlement à la droite (B_2O_2).

PIÈGE
Prolonger en trait plein les rayons jusqu'à B_1. La lumière n'y parvient pas : le miroir plan la dévie avant. Ces prolongements se tracent en pointillés.

COMPRENDRE
L'instrument est afocal, comme la lunette astronomique : un faisceau parallèle entre, un faisceau parallèle sort. L'œil observe alors sans accommoder.

MÉTHODE
Pour un miroir plan à 45°, reporter les distances au miroir perpendiculairement à celui-ci : l'axe vertical devient l'axe horizontal, donc A_1B_1 horizontal donne A_2B_2 vertical.



B.1 · Annexe complétée : images, foyers de l'oculaire et marche du faisceau (tracés de l'élève en orange)

B.2 a) Établir que le grossissement $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$ est égal au quotient de la distance focale du miroir principal par celle de l'oculaire. b) Quel oculaire choisir pour un grossissement de 150 ?

Données utiles $f_1' = 900$ mm ; oculaires de 6 mm et de 20 mm

a) Angle θ : le rayon issu de B passant par F_1' (pointillés de l'annexe) fait l'angle θ avec l'axe. Il frappe le miroir en K, se réfléchit parallèlement à l'axe et passe par B_1, donc $SK = A_1B_1$. Dans le triangle A_1SK rectangle en S :

$$\theta \approx \tan\theta = \frac{SK}{A_1S} = \frac{A_1B_1}{f_1'}$$

Angle θ' : les rayons émergents sont parallèles à (B_2O_2). Dans le triangle $O_2F_2B_2$ rectangle en F_2 :

$$\theta' \approx \tan\theta' = \frac{A_2B_2}{O_2F_2} = \frac{A_2B_2}{f_2'}$$

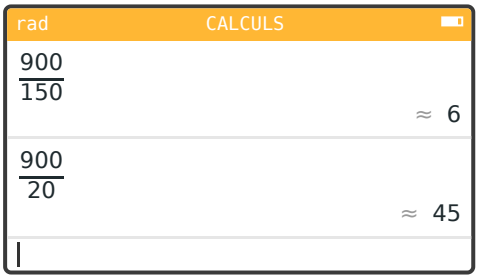
Or $A_2B_2 = A_1B_1$ (B-1.b), donc $G = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{A_1B_1}{f_2'} \times \dfrac{f_1'}{A_1B_1}$.

$$\boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'}}$$

b) $f_2' = \dfrac{f_1'}{G} = \dfrac{900}{150} = 6{,}00$ mm.

Il faut choisir l'oculaire de distance focale 6 mm.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Les deux distances focales doivent être dans la même unité avant de faire le quotient. Le grossissement est un rapport d'angles : il n'a pas d'unité.

COMPRENDRE
L'autre oculaire donne $G = \dfrac{900}{20} = 45$: on retrouve les deux grossissements de la notice. Plus la focale de l'oculaire est courte, plus le grossissement est fort.

Recherche d'un modèle de force de frottement

Bac S 2005 La Réunion (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

A.1 À l'aide des documents 1 et 2, préciser les caractéristiques du mouvement de la bille entre M_{15} et M_{21}. Quelle loi de Newton est ainsi illustrée ?

Document 1 : les positions de la bille sont alignées sur une verticale, la trajectoire est une droite.

Document 2 : de M_{15} à M_{20}, la vitesse garde la même valeur, $v = 0{,}95\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le vecteur vitesse est donc constant : dans le référentiel terrestre, les forces qui s'exercent sur la bille se compensent.

Mouvement rectiligne uniforme, qui illustre la première loi de Newton (principe d'inertie).

PIÈGE

Répondre seulement « uniforme ». Il faut les deux adjectifs : rectiligne (document 1) et uniforme (document 2), chacun justifié par son document.

A.2 À partir des conditions de prise de vue, justifier les valeurs de la colonne temps t (ms) du document 2.

Données utiles 50 images par seconde

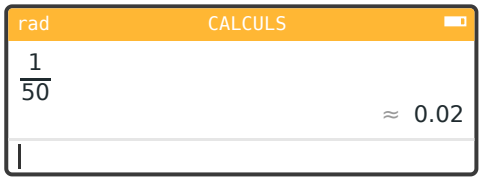
Le caméscope enregistre 50 images par seconde. La durée qui sépare deux images consécutives est :

$$\tau = \frac{1}{50} = 0{,}020\ \text{s} = 20\ \text{ms}$$

L'image de M_0 est prise à $t_0 = 0$, donc la position M_n est repérée à la date $t_n = n \times 20\ \text{ms}$.

$\tau = 20\ \text{ms}$: les dates augmentent de 20 ms d'une ligne à la suivante.

À LA CALCULATRICE



B.1 Calculer la vitesse de la bille pour la position M_6, en précisant la méthode employée.

Données utiles $y_5 = 41{,}0\ \text{mm}$ à $t_5 = 100\ \text{ms}$; $y_7 = 69{,}0\ \text{mm}$ à $t_7 = 140\ \text{ms}$

Méthode : la vitesse en M_6 est assimilée à la vitesse moyenne entre les deux positions qui l'encadrent, M_5 et M_7.

$$v_6 = \frac{y_7 - y_5}{t_7 - t_5} = \frac{(69{,}0 - 41{,}0) \times 10^{-3}}{(140 - 100) \times 10^{-3}}$$

$v_6 = 0{,}70\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

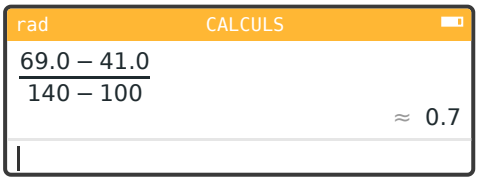
PIÈGE

Calculer $\frac{y_6}{t_6}$: c'est la vitesse moyenne depuis le départ ($0{,}44\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), pas la vitesse à la date t_6.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme les autres vitesses du tableau. La valeur s'insère bien entre $v_5 = 0{,}64$ et $v_7 = 0{,}75\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



B.2 Calculer l'accélération de la bille pour la position M_{18}, en précisant la méthode. Le résultat est-il compatible avec celui du A.1 ?

Données utiles $v_{17} = v_{19} = 0{,}95\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $t_{17} = 340\ \text{ms}$; $t_{19} = 380\ \text{ms}$

Méthode : le mouvement est rectiligne, tous les vecteurs vitesse ont même direction et même sens ; on raisonne sur les valeurs. L'accélération en M_{18} est assimilée à l'accélération moyenne entre M_{17} et M_{19}.

$$a_{18} = \frac{v_{19} - v_{17}}{t_{19} - t_{17}} = \frac{0{,}95 - 0{,}95}{(380 - 340) \times 10^{-3}} = 0$$

Une accélération nulle signifie un vecteur vitesse constant, donc un mouvement rectiligne uniforme : d'après la deuxième loi de Newton, la somme des forces est alors nulle, comme l'exige le principe d'inertie.

$a_{18} = 0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$: résultat compatible avec le mouvement rectiligne uniforme du A.1.

MÉTHODE
Même schéma qu'au B.1, un cran plus loin : la vitesse se calcule avec les positions voisines, l'accélération avec les vitesses voisines, toujours sur l'intervalle de $2\tau = 40\ \text{ms}$.

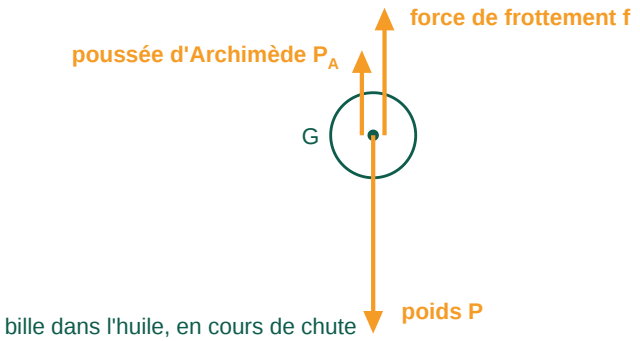
C.1 Sur un schéma, représenter sans souci d'échelle toutes les forces s'exerçant au centre d'inertie G de la bille tombant dans l'huile.

Système {bille}, référentiel terrestre supposé galiléen. Trois forces, toutes verticales, s'appliquent en G :

- le poids $\vec{P}$, vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$, vers le haut ;
- la force de frottement $\vec{f}$ exercée par l'huile, opposée au mouvement, donc vers le haut.

Trois forces : $\vec{P}$ vers le bas, $\vec{P}_A$ et $\vec{f}$ vers le haut.

COMPRENDRE
Sur le schéma, les deux flèches vers le haut sont décalées pour rester lisibles : elles partent en réalité toutes deux de G. Tant que la bille accélère, $P > P_A + f$.



C.1 · Forces s'exerçant sur la bille pendant sa chute

C.2 Calculer la masse m de la bille.

Données utiles $V = 0{,}52\ \text{cm}^3$; $\rho_A = 7850\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$m = \rho_A \times V$, avec $V = 0{,}52\ \text{cm}^3 = 0{,}52 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$.

$$m = 7850 \times 0{,}52 \times 10^{-6}$$

$m = 4{,}1 \times 10^{-3}\ \text{kg}$, soit $4{,}1\ \text{g}$

PIÈGE
La conversion du volume : $1\ \text{cm}^3 = 10^{-6}\ \text{m}^3$, et non 10^{-3} ou $10^{-2}\ \text{m}^3$. Sans elle, la masse trouvée est fausse d'un facteur un million.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$7850 \times 0.52 \times 10^{-6}$

$\approx$ 0.004082

C.3 Donner l'expression littérale de la poussée d'Archimède P_A s'exerçant sur la bille plongée dans l'huile. Calculer sa valeur.

Données utiles $\rho_H = 920\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $V = 0{,}52 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

La valeur de la poussée d'Archimède est égale au poids du volume d'huile déplacé par la bille, entièrement immergée :

$$P_A = \rho_H \times V \times g = 920 \times 0{,}52 \times 10^{-6} \times 9{,}8$$

$\boxed{P_A = 4{,}7 \times 10^{-3}\ \text{N}}$

PIÈGE
Utiliser la masse volumique de l'acier : la poussée dépend du fluide déplacé, donc de ρ_H. Avec ρ_A, on retrouverait le poids de la bille.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$920 \times 0.52 \times 10^{-6} \times 9.8$

$\approx$ 0.00468832

D.1 En appliquant le théorème du centre d'inertie, que l'on énoncera, établir que le mouvement de la bille obéit à une équation différentielle du type $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{f}{m} = A$, où A est une constante.

Théorème du centre d'inertie : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G$.

Pour la bille : $\vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$.

Projection sur un axe vertical orienté vers le bas, avec $a_G = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$:

$$P - P_A - f = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

En divisant par m : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{f}{m} = \dfrac{P - P_A}{m}$. Le poids, la poussée d'Archimède et la masse ne varient pas pendant la chute, le second membre est donc une constante.

$\boxed{\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{f}{m} = A \text{ avec } A = \dfrac{P - P_A}{m}}$

PIÈGE
Les signes à la projection : avec l'axe vers le bas, seul le poids est compté positivement. Un signe faux sur P_A ou f fausse toute la suite.

COMPRENDRE
« Théorème du centre d'inertie » est l'ancien nom de la deuxième loi de Newton appliquée au centre de masse : même énoncé, même relation.

D.2 Donner l'expression littérale de A, calculer sa valeur et préciser son unité.

Données utiles $\rho_A = 7850\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $\rho_H = 920\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Avec $P = m\,g = \rho_A V g$ et $P_A = \rho_H V g$:

$$A = \frac{P - P_A}{m} = \frac{\rho_A V g - \rho_H V g}{\rho_A V} = g \times \frac{\rho_A - \rho_H}{\rho_A}$$

$$A = 9{,}8 \times \frac{7850 - 920}{7850}$$

Dans l'équation, A s'ajoute à $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$: elle a l'unité d'une accélération.

$\boxed{A = 8{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$

COMPRENDRE
À $t = 0$, $v = 0$ donc $f = 0$: A est l'accélération initiale de la bille. Elle est inférieure à g à cause de la poussée d'Archimède.

MÉTHODE
Simplifier par V avant le calcul : le résultat ne dépend plus que de g et des masses volumiques, sans réutiliser les valeurs arrondies de m et de P_A.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{9.8 \times (7850 - 920)}{7850} \approx 8.651465$$

E.1 Première hypothèse, $f = k_1\, v$. a) Montrer que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + B_1\, v = A$. b) Que devient $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ à la vitesse limite ? En déduire B_1 en fonction de A et v_{lim}, puis calculer k_1 et préciser son unité.

Données utiles $v_{lim} = 0{,}95\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $m = 4{,}1 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg}$ (C.2) ; $A = 8{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (D.2)

a) On remplace f par $k_1\, v$ dans l'équation du D.1 :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{k_1}{m} v = A$$

Cette équation a bien la forme $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + B_1\, v = A$ avec $B_1 = \frac{k_1}{m}$.

b) Quand $v = v_{lim}$, la vitesse ne varie plus : $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation se réduit à $B_1\, v_{lim} = A$, d'où $B_1 = \frac{A}{v_{lim}}$.

Comme $B_1 = \frac{k_1}{m}$:

$$k_1 = m\, B_1 = \frac{m\, A}{v_{lim}} = \frac{4{,}08 \times 10^{-3} \times 8{,}65}{0{,}95}$$

Unité : $\mathrm{kg} \times \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ divisé par $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, soit $\mathrm{kg \cdot s^{-1}}$.

a) $B_1 = \frac{k_1}{m}$; b) $B_1 = \frac{A}{v_{lim}}$ et $k_1 = 3{,}7 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$

PIÈGE
Oublier l'unité de k_1, explicitement demandée. On la trouve aussi avec $f = k_1 v$: des newtons divisés par des $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, soit $\mathrm{N \cdot s \cdot m^{-1}} = \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$.

COMPRENDRE
À la vitesse limite, le frottement compense exactement $P - P_A$: on retrouve le mouvement uniforme du A.1. Le calcul est mené avec les valeurs non arrondies de m et de A.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{4.082 \times 10^{-3} \times 8.651464968}{0.95} \approx 0.03717398$$

E.2 Deuxième hypothèse, $f = k_2\, v^2$, avec l'équation $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + B_2\, v^2 = A$: exprimer B_2 en fonction de A et v_{lim}, puis calculer k_2 et préciser son unité.

Données utiles $v_{lim} = 0{,}95\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $m = 4{,}1 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg}$ (C.2) ; $A = 8{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (D.2)

En remplaçant f par $k_2\, v^2$ dans l'équation du D.1 : $B_2 = \frac{k_2}{m}$.

Quand $v = v_{lim}$, $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, donc $B_2\, v_{lim}^2 = A$, d'où $B_2 = \frac{A}{v_{lim}^2}$.

$$k_2 = m\, B_2 = \frac{m\, A}{v_{lim}^2} = \frac{4{,}08 \times 10^{-3} \times 8{,}65}{0{,}95^2}$$

Unité : $\mathrm{kg} \times \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ divisé par $\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$, soit $\mathrm{kg \cdot m^{-1}}$.

$B_2 = \frac{A}{v_{lim}^2}$ et $k_2 = 3{,}9 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg \cdot m^{-1}}$

PIÈGE
Enchaîner les arrondis : avec $m = 4{,}1 \times 10^{-3}$ kg et $A = 8{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, on obtient $4{,}0 \times 10^{-2}$. Garder les valeurs intermédiaires en mémoire dans la calculatrice.

COMPRENDRE
k_1 et k_2 ont des valeurs numériques proches mais des unités différentes : on ne peut pas les comparer entre elles.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{4.082 \times 10^{-3} \times 8.651464968}{0.95^2} \approx 0.0391305$$

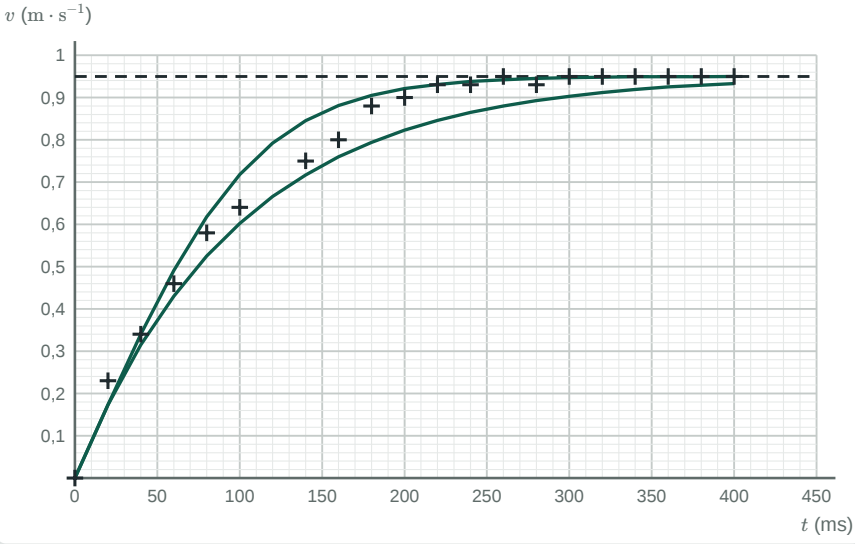
E.3 À l'aide du document 3, préciser sous forme d'encadrements les domaines de vitesse pour lesquels chacun des deux modèles semble coïncider le mieux avec les points expérimentaux.

Données utiles document 3 ; $v_{lim} = 0{,}95\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Jusqu'à $v \approx 0{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (dates inférieures à 160 ms environ), les points expérimentaux restent plus proches de la courbe du modèle n°1 ; au tout début, les deux courbes sont d'ailleurs presque confondues.

Au-delà, de $0{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à la vitesse limite, les points rejoignent la courbe du modèle n°2, alors que le modèle n°1 tend trop lentement vers v_{lim}.

Modèle n°1 ($f = k_1 v$) : $0 \leqslant v \leqslant 0{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; modèle n°2 ($f = k_2 v^2$) : $0{,}8 \leqslant v \leqslant 0{,}95\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$



E.3 · Document 3 reconstitué : points expérimentaux, modèle n°1 (courbe du bas) et modèle n°2 (courbe du haut)

COMPRENDRE

Aucun des deux modèles ne convient sur toute la chute : un frottement proportionnel à v décrit mieux les faibles vitesses, un frottement en v^2 les vitesses élevées.

MÉTHODE

La question porte sur des vitesses, pas sur des dates : repérer sur l'axe horizontal où les points changent de courbe, puis lire la vitesse correspondante sur l'axe vertical.