2005 Amérique du nord **EXERCICE III – LA GRÊLE (4 points)**

La grêle se forme dans les cumulo-nimbus situés entre 1000 m et 10000 m d'altitude où la température est très basse, jusqu'à – 40 °C. Le grêlon tombe lorsqu'il n'est plus maintenu au sein du nuage. Au sol sa vitesse peut atteindre 160 km/h.

On étudie un grêlon de masse 13 g qui tombe d'un point O d'altitude 1500 m sans vitesse initiale. Il peut être assimilé à une sphère de diamètre 3,0 cm.

Le point O sera pris comme origine d'un axe Oz orienté positivement vers le bas. L'intensité de la pesanteur sera considérée comme constante et de valeur $g_o = 9{,}80\ m.s^{-2}$.

Données : volume d'une sphère $V = \frac{4}{3}\pi \times r^3$; masse volumique de l'air $\rho = 1{,}3\ kg.m^{-3}$

A – CHUTE LIBRE

On admettra que le grêlon tombe en chute libre

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les équations horaires donnant la vitesse et la position du centre d'inertie G du grêlon en fonction de la durée t de la chute.

2. Calculer la valeur de la vitesse lorsqu'il atteint le sol, ce résultat est-il vraisemblable ? Justifier.

B – CHUTE REELLE

En réalité le grêlon est soumis à deux autres forces, la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$ et la force de frottement fluide $\vec{F}$ proportionnelle au carré de la vitesse telle que $F = K \times v^2$.

1. Par une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité du coefficient K dans le Système International.

2. Donner l'expression de la valeur de la poussée d'Archimède ; la calculer et la comparer à celle du poids. Conclure.

3. On néglige la poussée d'Archimède.

   a) Établir l'équation différentielle du mouvement.

   Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme $\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$

b) On veut résoudre cette équation différentielle par une méthode numérique : la méthode d'Euler.
Le tableau suivant est un extrait d'une feuille de calcul des valeurs de la vitesse (v) et de l'accélération (a) en fonction du temps (t). Il correspond aux valeurs
$A = 9{,}80\ m.s^{-2}$ et $B = 1{,}56\times10^{-2}\ m^{-1}$, pas de variation $\Delta t = 0{,}5$ s.

t (s)	v($m.s^{-1}$)	a ($m.s^{-2}$)
0,00	0,00	9,80
0,50	4,90	9,43
1,00	9,61	8,36
1,50	13,8	6,83
2,00	17,2	a_4
2,50	v_5	3,69
3,00	21,6	2,49

Déterminer a_4 et v_5 en détaillant les calculs.

c) Exprimer littéralement la vitesse limite atteinte par le grêlon en fonction de A et B puis calculer sa valeur numérique.

d) La courbe d'évolution de la vitesse en fonction du temps est donnée ci-dessous. Retrouver graphiquement la valeur de la vitesse calculée au paragraphe précédent.

