Le chien, la poule et le pigeon

Bac S 2006 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Définir un milieu dispersif.

Un milieu est dispersif lorsque la célérité d'une onde qui s'y propage dépend de la fréquence de cette onde.

COMPRENDRE
Dans l'air, tous les sons audibles vont à la même célérité, quelle que soit leur fréquence : l'air n'est pas dispersif pour le son. Sinon, les graves et les aigus d'un même coup de tonnerre n'arriveraient pas ensemble.

1.2.1 À l'aide des domaines de fréquences audibles, préciser lequel des deux animaux entend les sons les plus graves.

Données utiles chien : de 15 Hz à $4{,}5 \times 10^4$ Hz ; poule : de $2{,}0 \times 10^2$ Hz à $2{,}0 \times 10^4$ Hz

Un son est d'autant plus grave que sa fréquence est basse. La plus petite fréquence audible vaut 15 Hz pour le chien et $2{,}0 \times 10^2$ Hz pour la poule.

C'est le chien qui entend les sons les plus graves (jusqu'à 15 Hz).

1.2.2 Préciser lequel des deux animaux entend les sons les plus aigus.

Un son est d'autant plus aigu que sa fréquence est élevée. La plus grande fréquence audible vaut $4{,}5 \times 10^4$ Hz pour le chien et $2{,}0 \times 10^4$ Hz pour la poule.

C'est encore le chien qui entend les sons les plus aigus (jusqu'à $4{,}5 \times 10^4$ Hz).

PIÈGE
Répondre « la poule » par symétrie avec la question précédente. Le domaine audible du chien contient entièrement celui de la poule : il déborde des deux côtés.

1.3 Dire pourquoi Toby peut entendre le tonnerre gronder au loin alors que Cocot ne le peut pas.

D'après le texte, l'air atténue d'autant plus un son que sa fréquence est élevée : à grande distance de l'orage, seuls les sons de basse fréquence parviennent encore aux animaux.

Le chien perçoit les sons de 15 Hz à $2{,}0 \times 10^2$ Hz, que la poule n'entend pas.

Toby entend les sons très graves du tonnerre, les seuls qui arrivent de loin ; Cocot n'entend que des sons de fréquence plus élevée, déjà trop atténués.

MÉTHODE
Question de type « expliquer à partir du texte » : citer l'information utile du document (ici l'atténuation selon la fréquence), la relier aux données (domaines audibles), puis conclure sur les deux animaux.

1.4 Calculer la longueur d'onde correspondant au son le plus grave entendu par la poule.

Données utiles $v = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f = 2{,}0 \times 10^2$ Hz

Le son le plus grave entendu par la poule a pour fréquence $f = 2{,}0 \times 10^2$ Hz.

Longueur d'onde, célérité et fréquence sont liées par $\lambda = \dfrac{v}{f}$.

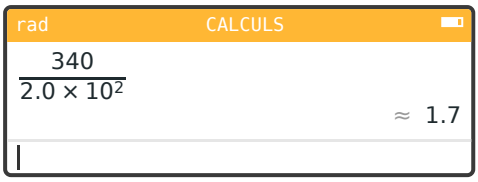
$$\lambda = \frac{340}{2{,}0 \times 10^2}$$

$\lambda = 1{,}7\ \text{m}$

PIÈGE
Prendre 15 Hz (limite du chien) ou $2{,}0 \times 10^4$ Hz (son le plus aigu de la poule) : bien relire quelle borne du domaine est demandée.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la fréquence $2{,}0 \times 10^2$ Hz, qui est la donnée la moins précise du calcul.

À LA CALCULATRICE



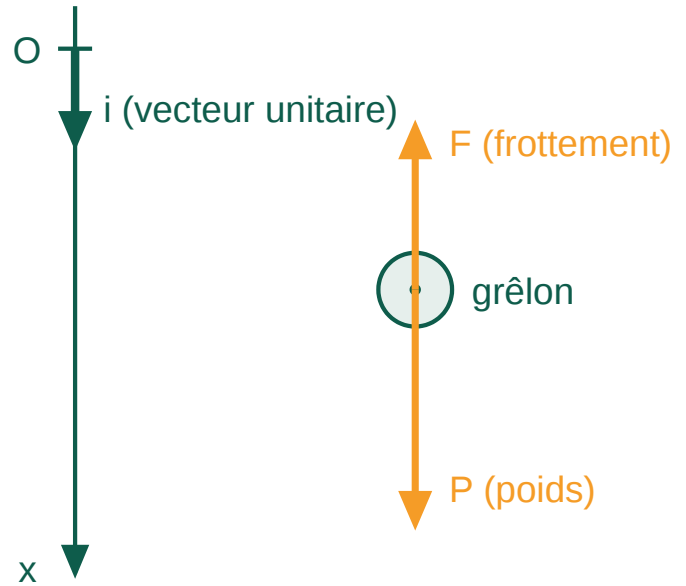
2.1 Faire l'inventaire des forces qui agissent sur le grêlon et préciser l'expression vectorielle de chaque force.

Système : le grêlon, étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On note $\vec{i}$ le vecteur unitaire de l'axe (Ox), dirigé vers le bas. La poussée d'Archimède est négligée.

- Poids : vertical, vers le bas, $\vec{P} = m\,\vec{g} = m\,g\,\vec{i}$.
- Frottement de l'air : opposé à la vitesse, $\vec{F} = -k\,\vec{v} = -k\,v\,\vec{i}$ (le grêlon descend : $\vec{v} = v\,\vec{i}$).

$\vec{P} = m\,g\,\vec{i}$ et $\vec{F} = -k\,v\,\vec{i}$

PIÈGE
Écrire seulement $F = kv$: c'est une valeur, pas un vecteur. Le signe « $-$ » traduit le sens opposé à la vitesse et sert ensuite dans la projection.



2.1 · Forces sur le grêlon pendant la chute (avant la vitesse limite, le poids l'emporte)

2.2 Appliquer la deuxième loi de Newton au grêlon et en déduire l'équation différentielle vérifiée par la valeur v de la vitesse.

Deuxième loi de Newton, la masse étant constante : $\vec{P} + \vec{F} = m\,\vec{a}$.

Projection sur l'axe (Ox), avec $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$:

$$m\,g - k\,v = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

En divisant par m :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{k}{m}\,v = g$$

MÉTHODE
Chute verticale avec frottement : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, puis projection sur l'axe orienté. Avec un axe descendant, le poids est compté positivement et le frottement négativement.

2.3 Montrer que la vitesse limite de chute a pour expression $v_{\text{lim}} = \dfrac{mg}{k}$.

Quand la vitesse limite est atteinte, v ne varie plus : $v = v_{\text{lim}}$ et $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation différentielle devient $\dfrac{k}{m} v_{\text{lim}} = g$.

$v_{\text{lim}} = \dfrac{m\,g}{k}$, ce qui est l'expression attendue.

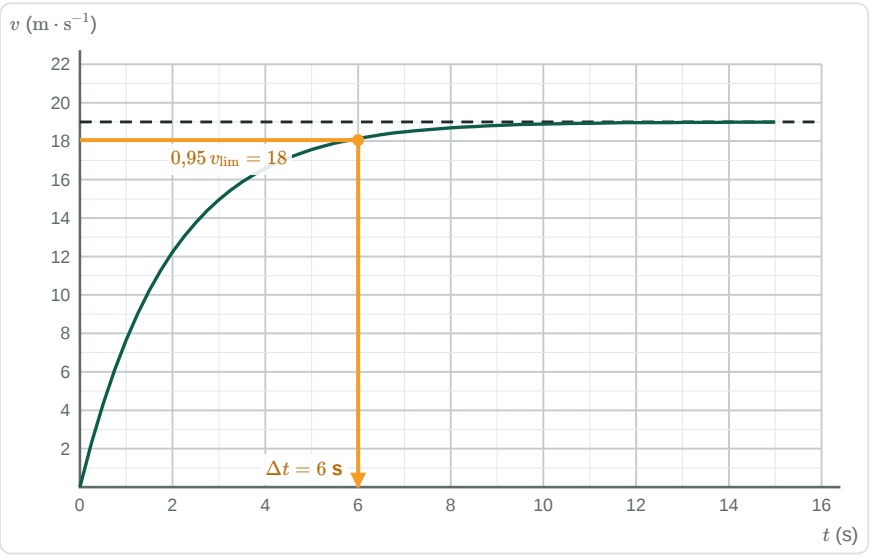
COMPRENDRE
À la vitesse limite, le frottement compense exactement le poids : $k\,v_{\text{lim}} = m\,g$. La somme des forces est nulle et le mouvement devient rectiligne uniforme.

2.4 À l'aide de la figure 1, déterminer la valeur v_{lim} de la vitesse limite de chute, avec deux chiffres significatifs.

La vitesse limite est la valeur vers laquelle tend v aux grandes dates. Sur la figure 1, la courbe admet une asymptote horizontale, que l'on trace : elle coupe l'axe des ordonnées au milieu de l'intervalle entre 18 et 20 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$v_{\text{lim}} = 19\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Lire 20 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, la graduation la plus proche. Le palier se trouve nettement sous cette ligne : tracer l'asymptote à la règle avant de lire.



2.4 · Figure 1 du sujet : asymptote (vitesse limite) et lecture de la durée pour 95 % de la vitesse limite

2.5 Quelle doit être la valeur de k correspondant à cette vitesse limite dans le cadre de ce modèle ?

Données utiles $m = 3{,}8\ \text{g} = 3{,}8 \times 10^{-3}\ \text{kg}$; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $v_{\text{lim}} = 19\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2.4)

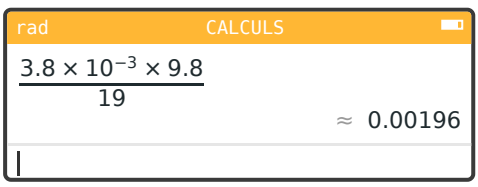
D'après 2.3 : $k = \dfrac{m\,g}{v_{\text{lim}}}$.

$$k = \frac{3{,}8 \times 10^{-3} \times 9{,}8}{19}$$

$k = 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : le résultat serait mille fois trop grand. L'unité de k s'obtient par $\dfrac{\text{kg} \times \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



2.6.1 Déterminer la durée Δt au bout de laquelle la vitesse atteinte est égale à 95 % de la vitesse limite.

Données utiles $v_{\text{lim}} = 19\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2.4) ; figure 1

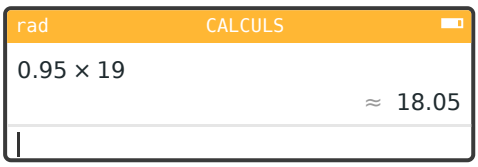
Vitesse à atteindre : $0{,}95 \times v_{\text{lim}} = 0{,}95 \times 19 = 18\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Sur la figure 1, la courbe atteint l'ordonnée $18\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à la date $t = 6$ s (lecture tracée sur la figure de la question 2.4).

$\Delta t \approx 6\ \text{s}$

COMPRENDRE
La courbe est presque horizontale à cet endroit : la lecture de la date est peu précise, à une demi-seconde près environ. Un seul chiffre significatif suffit.

À LA CALCULATRICE



2.6.2 En déduire la distance d parcourue par le grêlon à partir de la base du nuage.

Données utiles $\Delta t \approx 6$ s (2.6.1) ; figure 2

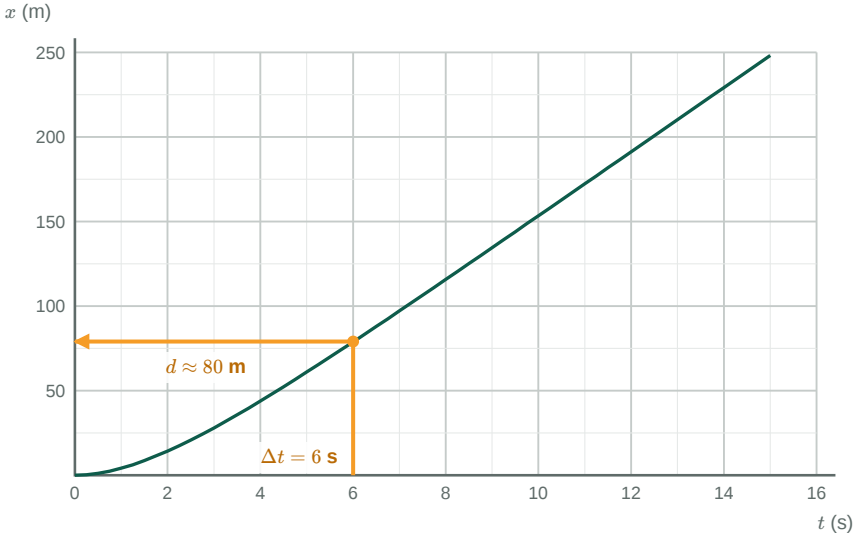
Sur la figure 2, on lit l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse $t = 6$ s : $x \approx 80$ m.

Valeur cohérente : elle est inférieure à $v_{\text{lim}} \times \Delta t = 19 \times 6 = 114$ m, distance que le grêlon ne peut pas dépasser puisque sa vitesse reste inférieure à v_{lim}.

$d \approx 80\ \text{m}$

PIÈGE
Calculer $d = v_{\text{lim}} \times \Delta t = 114$ m. La vitesse n'est pas constante pendant ces six secondes : elle part de zéro, la distance réelle est donc plus petite.

COMPRENDRE
Dans le sujet complet d'origine, la figure 2 est tracée plus haut (environ 150 m à 6 s) : c'est impossible, au-delà de 114 m. On retient la courbe cohérente avec la figure 1, qui donne 80 m.



2.6.2 · Figure 2 du sujet : distance parcourue à la date 6 s

2.7 La base du nuage est située à 2,5 km d'altitude. Toby a-t-il raison d'affirmer que Rocoul devait voler bien bas ?

Données utiles altitude de la base du nuage : $2{,}5\ \text{km}$; $d \approx 80$ m (2.6.2)

Le grêlon atteint 95 % de sa vitesse limite après seulement 80 m de chute, soit à l'altitude $2500 - 80 = 2420$ m, environ $2{,}4$ km.

En dessous de cette altitude, sa vitesse est voisine de la vitesse limite. Le pigeon a donc pu voir ce grêlon rapide à n'importe quelle altitude inférieure à $2{,}4$ km environ, y compris très haut.

Toby a tort : une vitesse proche de la vitesse limite ne prouve pas que Rocoul volait bas.

COMPRENDRE

La distance de mise en régime (80 m) est très petite devant la hauteur de chute ($2{,}5$ km) : le grêlon tombe à vitesse presque constante sur plus de 96 % du trajet.

À LA CALCULATRICE

