Etude d'un circuit RL

Bac S 2005 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Sans ordinateur ni interface d'acquisition, quel type d'appareil permet de visualiser le phénomène étudié ?

Le phénomène est transitoire et ne se produit qu'une fois : les tensions n'évoluent que pendant une quinzaine de millisecondes après la fermeture de K.

Il faut un **oscilloscope à mémoire** (numérique), qui enregistre les deux tensions en un seul passage.

PIÈGE
Répondre « un voltmètre » : il n'affiche qu'une valeur, bien trop lentement. Un oscilloscope sans mémoire ne convient pas non plus, la trace disparaît en quelques millisecondes.

1.2 Donner l'expression de u_{AB} en fonction de i et de $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

u_{AB} est la tension aux bornes de la bobine, d'inductance L et de résistance r. Le courant la traverse de A vers B et la flèche de u_{AB} pointe vers A : convention récepteur.

$$u_{AB} = r\,i + L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Oublier le terme $r\,i$: la bobine est réelle, sa résistance $r = 10{,}0\ \Omega$ est donnée dans l'énoncé et sert dans toute la suite.

COMPRENDRE
La bobine et le circuit RL ne figurent plus au programme actuel de spécialité de Terminale, où seul le circuit RC est étudié. Le raisonnement (loi des mailles, constante de temps) reste le même.

1.3 Donner l'expression de u_{BC} en fonction de i.

u_{BC} est la tension aux bornes du conducteur ohmique, traversé de B vers C par le courant, la flèche pointant vers B (convention récepteur). Loi d'Ohm :

$$u_{BC} = R\,i$$

1.4 Associer les courbes 1 et 2 aux tensions u_{AB} et u_{BC}. Justifier.

Données utiles $E = 6{,}00$ V ; $u_{AB} = r\,i + L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ (1.2) ; $u_{BC} = R\,i$ (1.3)

La bobine s'oppose à l'établissement du courant : l'intensité ne peut pas subir de saut. À $t = 0$, $i = 0$, puis i augmente jusqu'à une valeur constante.

- $u_{BC} = R\,i$ est proportionnelle à i : elle part de 0 V et croît jusqu'à un palier. C'est la courbe 1.
- Additivité des tensions : $u_{AB} = E - u_{BC}$. À $t = 0$, $u_{AB} = E = 6{,}00$ V, puis u_{AB} décroît. C'est la courbe 2, qui part bien de 6 V.

Courbe 1 : u_{BC} (conducteur ohmique) ; courbe 2 : u_{AB} (bobine).

COMPRENDRE
La courbe 2 ne tend pas vers zéro : en régime permanent $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$ mais il reste $u_{AB} = r\,I_0$, à cause de la résistance de la bobine.

MÉTHODE
Pour identifier une courbe, regarder deux instants : $t = 0$ (ici $i = 0$) et le régime permanent (i constante). Ces deux valeurs suffisent presque toujours à trancher.

2.1 Appliquer la loi d'additivité des tensions pour établir l'expression de l'intensité I_0 en régime permanent, puis calculer sa valeur.

Données utiles $E = 6{,}00$ V ; $R = 200\ \Omega$; $r = 10{,}0\ \Omega$

Additivité des tensions, K fermé : $E = u_{AB} + u_{BC}$, soit

$$E = r\,i + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R\,i$$

En régime permanent, $i = I_0$ est constante, donc $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$: $E = (R + r)\,I_0$.

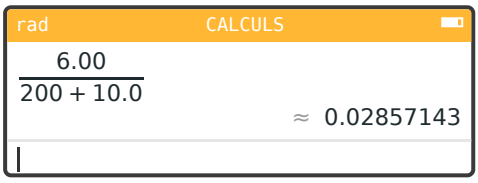
$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{6{,}00}{200 + 10{,}0}$$

$I_0 = 2{,}86 \times 10^{-2}$ A, soit 28,6 mA

PIÈGE
Diviser par R seul. Les deux résistances sont en série : c'est $R + r$ qui limite le courant.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme E, R et r. En régime permanent, la bobine se comporte comme un simple conducteur ohmique de résistance r.

À LA CALCULATRICE



2.2 Exploiter l'une des courbes pour retrouver cette valeur de I_0.

Données utiles $R = 200\ \Omega$; courbe 1 : u_{BC} (1.4)

Sur la courbe 1, la tension u_{BC} atteint un palier : on lit $u_{BC} = 5{,}7$ V en régime permanent.

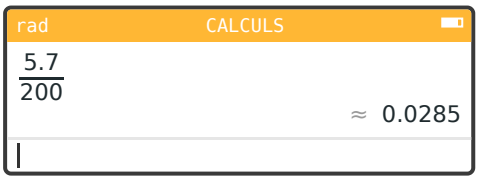
Comme $u_{BC} = R\,I_0$:

$$I_0 = \frac{u_{BC}}{R} = \frac{5{,}7}{200}$$

$I_0 = 2{,}9 \times 10^{-2}$ A, en accord avec la valeur calculée ($2{,}86 \times 10^{-2}$ A).

COMPRENDRE
La lecture graphique ne donne que deux chiffres significatifs, le résultat aussi. La courbe 2 convient également ($I_0 = u_{AB}/r$ avec $u_{AB} \approx 0{,}3$ V), mais cette lecture est bien moins précise.

À LA CALCULATRICE



3.1 Exploiter l'une des deux courbes pour déterminer la constante de temps τ du montage, en explicitant la méthode.

Données utiles courbe 1 : palier $u_{BC} = 5{,}7$ V (2.2)

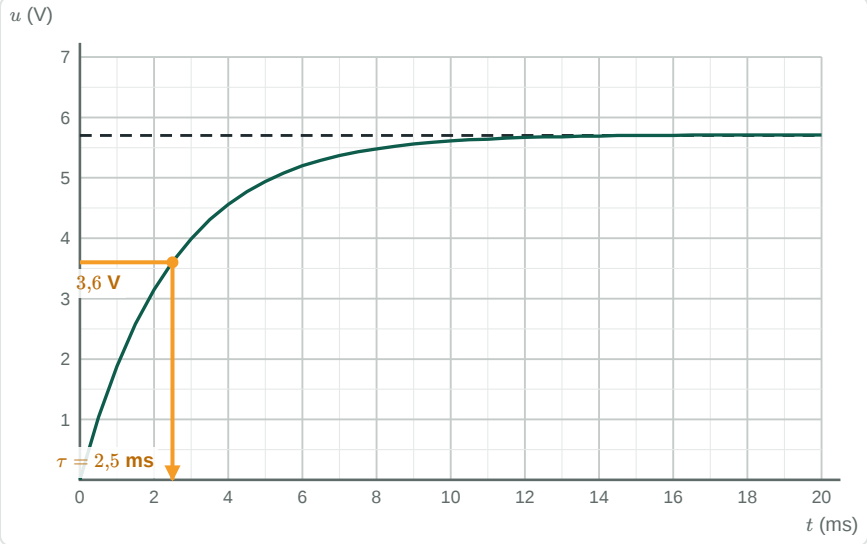
À $t = \tau$, la tension u_{BC} a atteint 63 % de sa valeur finale.

Sur la courbe 1 : $0{,}63 \times 5{,}7 = 3{,}6$ V. On repère le point de la courbe d'ordonnée 3,6 V et on lit son abscisse.

$\tau = 2{,}5$ ms

PIÈGE
Prendre 63 % de $E = 6{,}00$ V au lieu de 63 % du palier réellement atteint. Sur la courbe 2, la tension a perdu 63 % de sa variation totale (de 6 V à 0,3 V), pas 63 % de 6 V.

MÉTHODE
Autre méthode : tracer la tangente à l'origine et l'asymptote horizontale (5,7 V). Elles se coupent au point d'abscisse τ. On retrouve 2,5 ms.



3.1 · Courbe 1 (u_{BC}) : asymptote à 5,7 V et lecture de τ à 63 % de cette valeur

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
0.63×5.7
≈ 3.591

3.2 Rappeler l'expression de la constante de temps τ en fonction des grandeurs caractéristiques du circuit et montrer qu'elle est homogène à un temps.

La résistance totale du circuit est $R + r$: $\tau = \dfrac{L}{R+r}$.

Loi d'Ohm, $u = Ri$: une résistance est une tension divisée par une intensité, $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$.

Pour une bobine, $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, donc $L = \dfrac{u}{\mathrm{d}i/\mathrm{d}t}$: $[L] = \dfrac{[U]\,[T]}{[I]}$.

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U]\,[T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [T]$$

$\tau = \dfrac{L}{R+r}$ a la dimension d'un temps.

PIÈGE
Écrire $\tau = \dfrac{L}{R}$ en oubliant r, ou confondre avec le circuit RC, où $\tau = RC$ est un produit.

MÉTHODE
Pour une analyse dimensionnelle, partir de relations simples contenant la grandeur ($u = Ri$, $u = L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$) et tout exprimer avec $[U]$, $[I]$, $[T]$; une dérivée par rapport au temps divise par $[T]$.

3.3 À partir de la valeur de τ mesurée, calculer l'inductance L de la bobine.

Données utiles $\tau = 2{,}5$ ms (3.1) ; $R = 200\ \Omega$; $r = 10{,}0\ \Omega$

$\tau = \dfrac{L}{R+r}$ donc $L = \tau\,(R+r)$.

$$L = 2{,}5 \times 10^{-3} \times (200 + 10{,}0)$$

$L = 0{,}53$ H

PIÈGE
Laisser τ en millisecondes : on obtiendrait 525 H, valeur absurde pour une bobine de lycée.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement, comme τ, lue sur le graphique. L'inductance s'exprime en henry (H).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$2.5 \times 10^{-3} \times (200 + 10.0)$
≈ 0.525