# Corrigé complet — Bac S 2005 Antilles-Guyane (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**


| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Ex 1 | **Sonde thermique**<br>Circuit RC série · Charge d'un condensateur · Équation différentielle du premier ordre · Constante de temps · Analyse dimensionnelle · Courbe d'étalonnage | 4 pts | 52 min | 11 questions | p. 2 |
| Ex 2 | **Détermination d'une constante d'équilibre par deux méthodes**<br>Couples acide/base de Brönsted · Tableau d'avancement · Taux d'avancement final · Constante d'équilibre · pH et concentration en ions oxonium · Conductivité d'une solution | 6,5 pts | 1 h 18 | 20 questions | p. 6 |
| Ex 3 | **Spécialité : La modulation d'amplitude**<br>Chaîne de transmission · Modulation d'amplitude · Période et fréquence · Taux de modulation · Surmodulation · Spectre en fréquence | 4 pts | 52 min | 12 questions | p. 11 |
| Ex 4 | **Jeu de fête foraine**<br>Énergie potentielle élastique · Énergie cinétique · Conservation de l'énergie mécanique · Deuxième loi de Newton · Chute libre avec vitesse initiale horizontale · Équation de la trajectoire | 5,5 pts | 1 h 05 | 12 questions | p. 14 |


**Comment s'en servir.** Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

# Sonde thermique

Bac S 2005 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

**1.1** Établir la relation entre la tension $E$ aux bornes du générateur, la tension $u_R$ aux bornes du conducteur ohmique et la tension $u_C$ aux bornes du condensateur.

Pendant la charge, $K_1$ est fermé et $K_2$ ouvert : le générateur, la thermistance et le condensateur forment une seule maille.

Loi des mailles (additivité des tensions) :

$$E = u_R + u_C$$

**PIÈGE**
Les flèches de $u_R$ et $u_C$ sont dans le même sens sur le schéma, opposé au sens de parcours imposé par le générateur : les deux tensions s'ajoutent, sans signe « $-$ ».

**1.2** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C$ pendant la phase de charge.

On oriente le courant $i$ dans le sens sortant de la borne $+$ du générateur ; $q$ est la charge de l'armature par laquelle il arrive.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$. Condensateur : $q = C\,u_C$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

D'où $u_R = RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. En reportant dans la relation de la question 1.1 :

$$RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E \quad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

**MÉTHODE**
Circuit RC, toujours trois étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, puis $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. On élimine $i$ et $u_R$ pour ne garder que $u_C$.

**1.3.1** La solution est de la forme $u_C = A + B\,\mathrm{e}^{-t/(RC)}$. En tenant compte des conditions finales de la charge, déterminer $A$.

En fin de charge ($t \to +\infty$), l'exponentielle tend vers 0, donc $u_C \to A$.

Or, quand le condensateur est chargé, $u_C$ ne varie plus : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$ et l'équation différentielle donne $u_C = E$.

$$A = E = 4{,}0\ \text{V}$$

**COMPRENDRE**
En fin de charge le courant est nul, donc $u_R = R\,i = 0$ : toute la tension du générateur se retrouve aux bornes du condensateur.

**1.3.2** En tenant compte des conditions initiales de la charge, déterminer $B$.

À $t = 0$, le condensateur est déchargé : $u_C(0) = 0$.

$u_C(0) = A + B\,\mathrm{e}^0 = E + B = 0$

$$B = -E = -4{,}0\ \text{V}$$

**PIÈGE**
Oublier le signe : $B$ est négatif. Avec $B = +E$, la tension partirait de $2E$ et diminuerait, ce qui ne décrit pas une charge.

**1.3.3** En déduire l'expression de $u_C$.

$u_C = E - E\,\mathrm{e}^{-t/(RC)}$

$$u_C = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/(RC)}\right)$$

**1.4.1** On donne $\tau = RC$. Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de cette formule.

Loi d'Ohm $u = Ri$ : $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$.

Condensateur $q = C\,u$ avec $q = i \times \Delta t$ : $[C] = \dfrac{[Q]}{[U]} = \dfrac{[I]\,[T]}{[U]}$.

$$[RC] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\,[T]}{[U]} = [T]$$

$RC$ a la dimension d'un temps : la formule $\tau = RC$ est homogène.

**MÉTHODE**
Pour trouver la dimension d'une grandeur, partir d'une relation simple qui la contient ($u = Ri$, $q = C\,u$, $q = i\,\Delta t$), puis simplifier.

**1.4.2** Déterminer, à partir du graphique, la valeur $\tau_1$ de la constante de temps relative à la température $\theta_1 = 20\ ^\circ\text{C}$. Expliquer la méthode employée.

**Données utiles** $E = 4{,}0$ V ; aide : $0{,}63 \times 4{,}0 = 2{,}5$

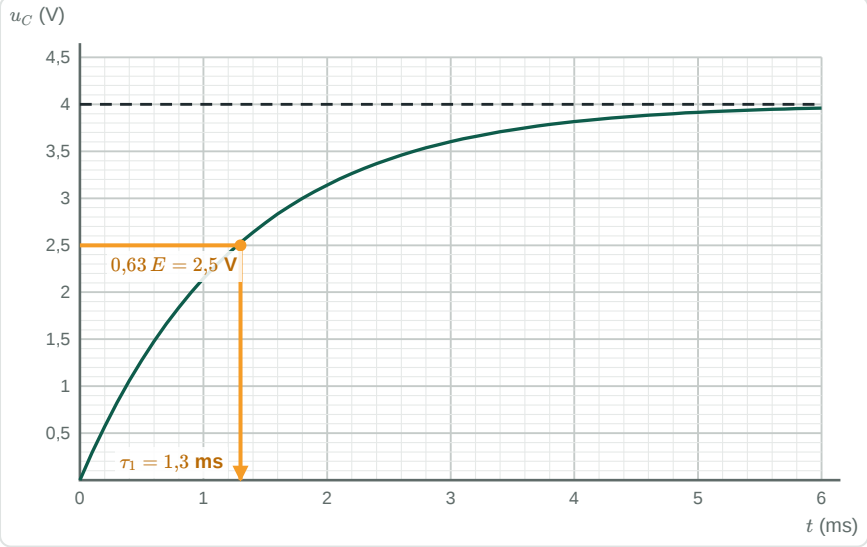
À la date $t = \tau$ : $u_C(\tau) = E\left(1 - \text{e}^{-1}\right) = 0{,}63\,E = 0{,}63 \times 4{,}0 = 2{,}5$ V.

Sur la courbe 20 °C, on cherche le point d'ordonnée 2,5 V et on lit son abscisse.

$\tau_1 = 1{,}3$ ms

**COMPRENDRE**
Autre méthode : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $u_C = E$ à la date $\tau$. Elle est moins précise, car la tangente se trace à l'œil.

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs, comme $E$ et $C$ : la lecture graphique ne permet pas mieux.




**1.4.2** · Courbe à 20 °C du sujet : lecture de $\tau_1$ à 63 % de $E$

**1.4.3** En déduire la valeur $R_1$ de la résistance correspondante.

**Données utiles** $C = 1{,}0\ \mu\text{F} = 1{,}0 \times 10^{-6}$ F ; $\tau_1 = 1{,}3 \times 10^{-3}$ s (1.4.2)

$\tau_1 = R_1\,C$ donc $R_1 = \dfrac{\tau_1}{C}$

$$R_1 = \frac{1{,}3 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 10^{-6}} = 1{,}3 \times 10^{3}\ \Omega$$

$R_1 = 1{,}3\ \text{k}\Omega$

**PIÈGE**
Laisser $\tau$ en ms et $C$ en µF donne un résultat faux d'un facteur mille. Convertir en secondes et en farads avant de diviser.

**1.4.4** Procéder de la même manière pour les autres températures et compléter le tableau de l'annexe.

**Données utiles** $C = 1{,}0 \times 10^{-6}$ F ; $0{,}63\,E = 2{,}5$ V (1.4.2)

Pour chaque courbe, $\tau$ est l'abscisse du point d'ordonnée 2,5 V, puis $R = \dfrac{\tau}{C}$.

Lectures : 30 °C : $\tau = 0{,}9$ ms ; 40 °C : $\tau = 0{,}6$ ms ; 50 °C : $\tau = 0{,}4$ ms ; 60 °C : $\tau = 0{,}3$ ms.

Exemple à 30 °C : $R = \dfrac{0{,}9 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 10^{-6}} = 9 \times 10^{2}\ \Omega = 0{,}9\ \text{k}\Omega$.

$R = 0{,}9$ ; $0{,}6$ ; $0{,}4$ ; $0{,}3\ \text{k}\Omega$ à 30 ; 40 ; 50 ; 60 °C (annexe complétée).

**COMPRENDRE**
Avec $C = 1{,}0\ \mu\text{F}$, la valeur de $R$ en kΩ est égale à celle de $\tau$ en ms : aucun calcul n'est nécessaire, ce qui convient à une épreuve sans calculatrice.

| Température θ (°C) | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Constante de temps τ (ms) | 1,3 | | 0,9 | | 0,6 | | 0,4 | | 0,3 |
| Résistance R (kΩ) | 1,3 | 1,07 | 0,9 | 0,74 | 0,6 | 0,49 | 0,4 | 0,34 | 0,3 |

**1.4.4** · Annexe complétée (valeurs ajoutées en orange)

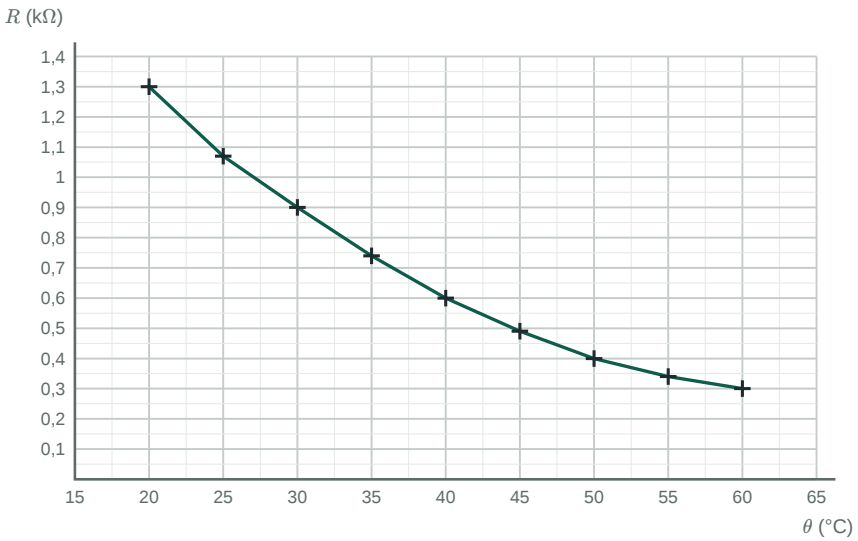
**1.4.5** Tracer sur papier millimétré la courbe d'étalonnage $R = f(\theta)$ (1 cm pour 5 °C ; 1 cm pour 0,1 kΩ).

**Données utiles** tableau de l'annexe complété (1.4.4)

On place les neuf points $(\theta\,;R)$ du tableau, puis on trace une courbe régulière qui passe au plus près de tous les points, sans les relier par des segments.

La courbe est décroissante : la résistance de la thermistance diminue quand la température augmente, de plus en plus lentement.

**PIÈGE**
Les points ne sont pas alignés : tracer une droite à la règle fausse la lecture de la partie 2. Respecter l'échelle imposée et nommer les axes avec leurs unités.




**1.4.5** · Courbe d'étalonnage $R = f(\theta)$ : neuf points et courbe lissée

**2** La résistance de la thermistance mesurée à l'ohmmètre vaut $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$. À l'aide de la courbe d'étalonnage, déterminer la température de l'enceinte.

**Données utiles** $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$ ; courbe d'étalonnage (1.4.5)

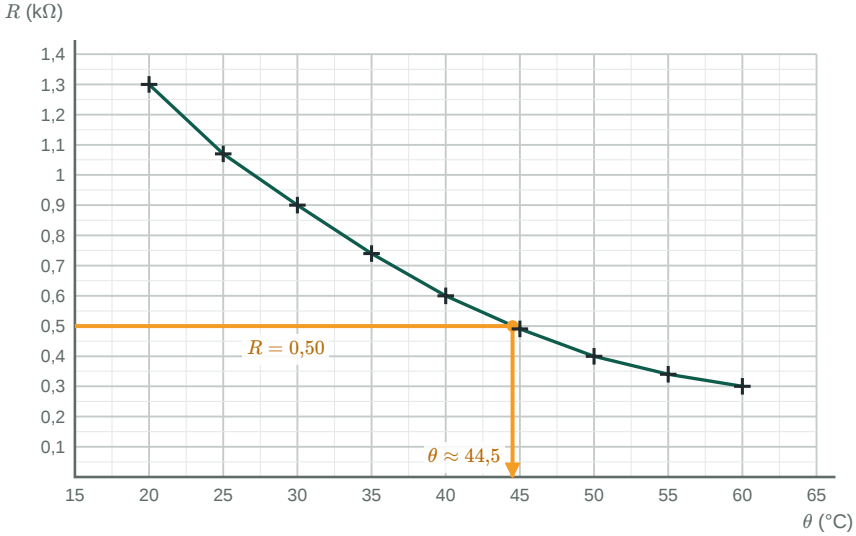
Sur la courbe d'étalonnage, on repère le point d'ordonnée $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$ et on lit son abscisse.

Vérification : cette valeur est comprise entre $0{,}6\ \text{k}\Omega$ (40 °C) et $0{,}49\ \text{k}\Omega$ (45 °C), tout près de la seconde.

$\theta \approx 44{,}5\ ^\circ\text{C}$, soit environ $45\ ^\circ\text{C}$

**COMPRENDRE**

Une courbe d'étalonnage sert dans les deux sens : on la construit avec des températures connues, puis on l'utilise pour remonter d'une résistance mesurée à une température inconnue.




**2** · Lecture de la température pour $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$

# Détermination d'une constante d'équilibre par deux méthodes

Bac S 2005 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

**1.1** Donner la définition d'un acide selon Brönsted.

Un acide selon Brönsted est une espèce chimique capable de céder un ion hydrogène $\mathrm{H^+}$ (un proton).

**COMPRENDRE**
La base est définie de façon symétrique : c'est une espèce capable de capter un ion $\mathrm{H^+}$. Une réaction acide-base est un transfert de $\mathrm{H^+}$ de l'acide d'un couple vers la base d'un autre.

**1.2** Identifier puis écrire les deux couples acide/base mis en jeu dans l'équation.

L'acide éthanoïque cède un ion $\mathrm{H^+}$ et devient l'ion éthanoate ; l'eau capte cet ion $\mathrm{H^+}$ et devient l'ion oxonium.

Couples : $\mathrm{CH_3CO_2H\,(aq)\,/\,CH_3CO_2^-\,(aq)}$ et $\mathrm{H_3O^+\,(aq)\,/\,H_2O\,(l)}$

**PIÈGE**
Un couple s'écrit toujours acide / base, l'acide à gauche. Écrire $\mathrm{H_2O/H_3O^+}$ inverse les rôles : ici l'eau est la base.

**1.3** Exprimer la constante d'équilibre $K$ associée à l'équation de la réaction.

$$K = \frac{[\mathrm{CH_3CO_2^-}]_f \times [\mathrm{H_3O^+}]_f}{[\mathrm{CH_3CO_2H}]_f}$$

**PIÈGE**
L'eau est le solvant : elle n'apparaît pas dans l'expression de $K$. Les concentrations sont celles de l'état final (équilibre), pas les concentrations apportées.

**COMPRENDRE**
Aujourd'hui, chaque concentration est divisée par $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, ce qui rend $K$ sans unité. La valeur numérique est la même si les concentrations sont en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

**2.1** Déterminer la quantité de matière initiale $n_1$ d'acide éthanoïque.

**Données utiles** $c_1 = 2{,}7 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ ; $V_1 = 100\ \mathrm{mL} = 0{,}100\ \mathrm{L}$

$$n_1 = c_1 \times V_1 = 2{,}7 \times 10^{-3} \times 0{,}100$$

$$n_1 = 2{,}7 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}$$

**PIÈGE**
Laisser $V_1$ en millilitres donne un résultat mille fois trop grand.

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs, comme $c_1$, la donnée la moins précise. Multiplier par $0{,}100$ revient à décaler la puissance de dix d'un rang : aucun calcul à poser.

**2.2** Compléter le tableau d'avancement de l'annexe 1. Exprimer puis calculer l'avancement maximal théorique $x_{max}$, en justifiant.

**Données utiles** $n_1 = 2{,}7 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}$ (2.1)

Tableau : voir l'annexe 1 complétée.

Si la transformation était totale, le réactif limitant serait entièrement consommé. L'eau est en excès : le réactif limitant est l'acide éthanoïque, donc $n_1 - x_{max} = 0$.

$$x_{max} = n_1 = 2{,}7 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}$$

**MÉTHODE**
L'avancement maximal se calcule toujours en supposant la transformation totale : on annule la quantité finale du réactif limitant. L'avancement final $x_f$, lui, vient d'une mesure (ici le pH).

| | Avancement | $CH_3CO_2H(aq)$ | + $H_2O(l)$ = | $CH_3CO_2^-(aq)$ | + $H_3O^+(aq)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| État initial | x = 0 | $n_1$ | en excès | 0 | 0 |
| État final théorique | $x = x_{max}$ | $n_1 - x_{max}$ | en excès | $x_{max}$ | $x_{max}$ |
| État final expérimental (état d'équilibre) | $x = x_f$ | $n_1 - x_f$ | en excès | $x_f$ | $x_f$ |

**2.2** · Annexe 1 complétée (en orange : ce que l'on écrit)

**2.3** Déduire du pH la concentration finale en ions oxonium, puis exprimer et calculer l'avancement final expérimental $x_f$.

**Données utiles** $\text{pH} = 3{,}70$ ; $V_1 = 0{,}100\ \text{L}$ ; aide du sujet : $\log(2{,}0 \times 10^{-4}) = -3{,}7$

$[H_3O^+]_f = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3{,}70}$. Or $\log(2{,}0 \times 10^{-4}) = -3{,}7$, donc $10^{-3{,}70} = 2{,}0 \times 10^{-4}$ :

$[H_3O^+]_f = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

D'après le tableau, $n(H_3O^+)_f = x_f$, donc $x_f = [H_3O^+]_f \times V_1 = 2{,}0 \times 10^{-4} \times 0{,}100$

$[H_3O^+]_f = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $x_f = 2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{mol}$

**MÉTHODE**
Sans calculatrice, on lit l'aide « à l'envers » : $\log a = b$ équivaut à $a = 10^b$. Chercher dans le tableau d'aides la ligne qui contient la valeur du pH.

**2.4** Donner l'expression littérale du taux d'avancement final $\tau_1$, vérifier que $\tau_1 = 7{,}4 \times 10^{-2}$ et dire si la transformation est totale.

**Données utiles** $x_f = 2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{mol}$ (2.3) ; $x_{max} = 2{,}7 \times 10^{-4}\ \text{mol}$ (2.2) ; aide du sujet : $\frac{2}{2{,}7} = 0{,}74$

$$\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$\tau_1 = \frac{2{,}0 \times 10^{-5}}{2{,}7 \times 10^{-4}} = \frac{2{,}0}{2{,}7} \times 10^{-5+4} = 0{,}74 \times 10^{-1}$$

On retrouve bien la valeur annoncée. Comme $\tau_1 < 1$ (seulement 7,4 % de l'acide a réagi), la transformation n'est pas totale : elle est limitée.

$\tau_1 = 7{,}4 \times 10^{-2}$, valeur attendue ; $\tau_1 < 1$ : transformation limitée.

**COMPRENDRE**
$\tau = 1$ pour une transformation totale, $\tau < 1$ pour une transformation limitée. Le taux d'avancement est un rapport de deux quantités de matière : il n'a pas d'unité.

**2.5.1** Exprimer puis calculer la concentration molaire finale en ions éthanoate.

**Données utiles** $x_f = 2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{mol}$ (2.3) ; $V_1 = 0{,}100\ \text{L}$

D'après le tableau, les ions éthanoate et oxonium sont formés en même quantité $x_f$ :

$$[CH_3CO_2^-]_f = \frac{x_f}{V_1} = [H_3O^+]_f$$

$[CH_3CO_2^-]_f = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

**2.5.2** Exprimer la concentration molaire finale effective de l'acide éthanoïque $[CH_3CO_2H]_f$ et calculer sa valeur.

**Données utiles** $c_1 = 2{,}7 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ; $[CH_3CO_2^-]_f = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.5.1)

D'après le tableau, il reste $n_1 - x_f$ d'acide :

$$[CH_3CO_2H]_f = \frac{n_1 - x_f}{V_1} = c_1 - [CH_3CO_2^-]_f$$

$[CH_3CO_2H]_f = 2{,}7 \times 10^{-3} - 0{,}20 \times 10^{-3}$

$[CH_3CO_2H]_f = 2{,}5 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

**PIÈGE**
Pour soustraire, il faut la même puissance de dix : $2{,}0 \times 10^{-4} = 0{,}20 \times 10^{-3}$. Soustraire directement $2{,}7 - 2{,}0$ est l'erreur classique.

**2.6** Vérifier, en posant l'opération, que la constante d'équilibre $K_1$ vaut $1{,}6 \times 10^{-5}$.

**Données utiles** $[H_3O^+]_f = [CH_3CO_2^-]_f = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.3, 2.5.1) ; $[CH_3CO_2H]_f = 2{,}5 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.5.2) ; aide du sujet : $\frac{4}{2{,}5} = 1{,}6$

$$K_1 = \frac{[CH_3CO_2^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3CO_2H]_f}$$

$$K_1 = \frac{2{,}0 \times 10^{-4} \times 2{,}0 \times 10^{-4}}{2{,}5 \times 10^{-3}} = \frac{4{,}0}{2{,}5} \times \frac{10^{-8}}{10^{-3}} = 1{,}6 \times 10^{-5}$$

$K_1 = 1{,}6 \times 10^{-5}$, valeur attendue.

**MÉTHODE**
Sans calculatrice, séparer les nombres et les puissances de dix : on calcule d'un côté $\frac{2{,}0 \times 2{,}0}{2{,}5}$, de l'autre $10^{-4-4+3}$.

**3.1** Citer les espèces ioniques majoritaires présentes dans la solution et donner la relation liant leurs concentrations molaires.

Les seuls ions formés par la réaction sont les ions oxonium $H_3O^+\,(aq)$ et les ions éthanoate $CH_3CO_2^-\,(aq)$.

D'après l'équation, ils sont produits en même quantité, dans le même volume :

Ions $H_3O^+$ et $CH_3CO_2^-$, avec $[H_3O^+]_f = [CH_3CO_2^-]_f$

**COMPRENDRE**
Les ions hydroxyde $HO^-$ existent aussi dans toute solution aqueuse, mais en quantité infime en milieu acide : ils sont ultraminoritaires et on les néglige.

**3.2** Donner l'expression littérale de la conductivité $\sigma$ en fonction des concentrations finales en ions oxonium et éthanoate.

Chaque ion contribue à la conductivité en proportion de sa concentration (loi de Kohlrausch) :

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+]_f + \lambda_{CH_3CO_2^-} \times [CH_3CO_2^-]_f$$

**PIÈGE**
Seuls les ions conduisent le courant : la molécule $CH_3CO_2H$, non chargée, n'apparaît pas dans $\sigma$, même si elle est l'espèce la plus abondante.

**3.3** Exprimer les concentrations finales des ions en fonction de $\sigma$, $\lambda_{H_3O^+}$ et $\lambda_{CH_3CO_2^-}$, puis les calculer en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ et en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

**Données utiles** $\sigma = 5{,}00 \times 10^{-2}\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ ; $\lambda_{H_3O^+} = 35{,}9 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$ ; $\lambda_{CH_3CO_2^-} = 4{,}1 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$ ; aide du sujet : $\frac{5}{4} = 1{,}25$

Comme $[H_3O^+]_f = [CH_3CO_2^-]_f$ : $\sigma = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3CO_2^-}) \times [H_3O^+]_f$, donc

$$[H_3O^+]_f = [CH_3CO_2^-]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3CO_2^-}}$$

Somme des conductivités molaires ioniques : $35{,}9 \times 10^{-3} + 4{,}1 \times 10^{-3} = 40{,}0 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$[H_3O^+]_f = \frac{5{,}00 \times 10^{-2}}{40{,}0 \times 10^{-3}} = \frac{5{,}00}{4{,}00} = 1{,}25\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$$

Or $1\ \text{m}^3 = 10^3\ \text{L}$, donc $1\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3} = 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

$[H_3O^+]_f = [CH_3CO_2^-]_f = 1{,}25\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3} = 1{,}25 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

**PIÈGE**
Avec $\sigma$ en $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ et $\lambda$ en $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$, la concentration sort en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$, pas en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Oublier la conversion fausse toute la suite d'un facteur mille.

**3.4.1** Comparer $c_2$ et $[CH_3CO_2^-]_f$. L'approximation n°1 est-elle justifiée ?

**Données utiles** $c_2 = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ; $[CH_3CO_2^-]_f = 1{,}25 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (3.3) ; aide du sujet : $\frac{100}{1{,}25} = 80$

$$\frac{c_2}{[CH_3CO_2^-]_f} = \frac{1{,}0 \times 10^{-1}}{1{,}25 \times 10^{-3}} = \frac{100 \times 10^{-3}}{1{,}25 \times 10^{-3}} = 80$$

Donc $[CH_3CO_2^-]_f = \frac{c_2}{80}$, ce qui est bien inférieur à $\frac{c_2}{50}$.

$c_2$ est 80 fois plus grande que $[CH_3CO_2^-]_f$ : l'approximation n°1 est justifiée.

**COMPRENDRE**
Diviser par un nombre plus grand donne un résultat plus petit : $\frac{c_2}{80} < \frac{c_2}{50}$. On peut aussi comparer directement $1{,}25 \times 10^{-3}$ à $\frac{c_2}{50} = 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

**3.4.2** Si l'approximation n°2 est vérifiée, que dire de la dissociation de l'acide ? La transformation est-elle totale, limitée ou très limitée ?

La conservation de la matière donne $c_2 = [CH_3CO_2H]_f + [CH_3CO_2^-]_f$.

Si $[CH_3CO_2H]_f \approx c_2$, presque tout l'acide apporté se retrouve intact à l'état final : l'acide est très peu dissocié. La quantité d'ions éthanoate formée est alors négligeable devant la quantité d'acide apportée, soit $x_f \ll x_{max}$.

L'acide est très peu dissocié : la transformation est très limitée.

**COMPRENDRE**
« Limitée » signifie seulement $\tau < 1$. « Très limitée » signifie $\tau$ proche de 0 : ici environ 1 % de l'acide réagit, ce que confirme la question 3.4.4.

**3.4.3** Avec l'approximation n°2, vérifier en posant l'opération que la constante d'équilibre $K_2$ vaut $1{,}56 \times 10^{-5}$.

**Données utiles** $[H_3O^+]_f = [CH_3CO_2^-]_f = 1{,}25 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (3.3) ; $c_2 = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ; aides du sujet : $(1{,}25)^2 = 1{,}56$ ; $(10^a)^b = 10^{ab}$

$$K_2 = \frac{[CH_3CO_2^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3CO_2H]_f} \approx \frac{[H_3O^+]_f^2}{c_2}$$

$$K_2 = \frac{\left(1{,}25 \times 10^{-3}\right)^2}{1{,}0 \times 10^{-1}} = \frac{1{,}56 \times 10^{-6}}{1{,}0 \times 10^{-1}} = 1{,}56 \times 10^{-5}$$

$K_2 = 1{,}56 \times 10^{-5}$, valeur attendue.

**PIÈGE**
Les concentrations doivent être en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ dans $K$ : utiliser $1{,}25\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ donnerait une valeur un million de fois trop grande au numérateur.

**COMPRENDRE**
$c_2$ n'a que deux chiffres significatifs : en toute rigueur $K_2 \approx 1{,}6 \times 10^{-5}$, valeur que retient d'ailleurs le tableau de la partie 4.

**3.4.4** Vérifier, en posant l'opération, que le taux d'avancement final $\tau_2 = \frac{[CH_3CO_2^-]_f}{c_2}$ est égal à $1{,}25 \times 10^{-2}$.

**Données utiles** $[CH_3CO_2^-]_f = 1{,}25 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (3.3) ; $c_2 = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$$\tau_2 = \frac{[CH_3CO_2^-]_f}{c_2} = \frac{1{,}25 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 10^{-1}} = 1{,}25 \times 10^{-3+1}$$

$\tau_2 = 1{,}25 \times 10^{-2}$, valeur attendue.

**COMPRENDRE**
Cette expression est la même que $\frac{x_f}{x_{max}}$ : il suffit de diviser $x_f$ et $x_{max} = c_2 V$ par le volume $V$ de la solution.

**4.1** La constante d'équilibre $K$ dépend-elle de la concentration initiale en acide éthanoïque ? Justifier à partir du tableau.

Les deux solutions ont des concentrations initiales très différentes ($c_2 \approx 37\, c_1$), et pourtant $K_1 = K_2 \approx 1{,}6 \times 10^{-5}$.

Non : $K$ ne dépend pas de la concentration initiale en acide.

**COMPRENDRE**
Pour une équation de réaction donnée, la constante d'équilibre ne dépend que de la température. Les deux mesures sont faites à 25 °C : il est normal de retrouver la même valeur.

**4.2** Le taux d'avancement final d'une transformation limitée dépend-il de l'état initial du système ? Justifier à partir du tableau.

Pour la même réaction, à la même température, $\tau_1 = 7{,}4 \times 10^{-2}$ avec $c_1$ et $\tau_2 = 1{,}25 \times 10^{-2}$ avec $c_2$ : les deux taux sont différents alors que seule la concentration initiale a changé.

Oui : le taux d'avancement final dépend de l'état initial du système.

**PIÈGE**
Ne pas confondre les deux grandeurs : $K$ caractérise la réaction (elle est fixée à une température donnée), $\tau$ caractérise une expérience particulière.

**4.3** Dire si chaque affirmation est juste ou fausse, en justifiant. Affirmation 1 : plus l'acide est dissocié, plus $\tau$ est grand. Affirmation 2 : plus la solution est diluée, moins l'acide est dissocié.

**Affirmation 1 : juste.** $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ est la proportion de l'acide apporté qui a réagi avec l'eau, c'est-à-dire qui s'est dissocié. Plus l'acide est dissocié, plus $x_f$ se rapproche de $x_{max}$ et plus $\tau$ est grand.

**Affirmation 2 : fausse.** La solution 1 est la plus diluée ($c_1 < c_2$) et c'est elle qui a le plus grand taux d'avancement ($\tau_1 > \tau_2$) : l'acide y est davantage dissocié.

Affirmation 1 juste ; affirmation 2 fausse : plus la solution est diluée, plus l'acide est dissocié.

**COMPRENDRE**
Diluer augmente la proportion d'acide dissocié (7,4 % contre 1,25 %), mais pas la concentration en ions : $[H_3O^+]_f$ est plus faible dans la solution 1, dont le pH est donc plus élevé.

# Spécialité : La modulation d'amplitude

Bac S 2005 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

**1.1** Retrouver, parmi les cinq propositions, le nom des quatre dispositifs électroniques numérotés sur le schéma 1.

① : générateur HF, il fournit la porteuse.

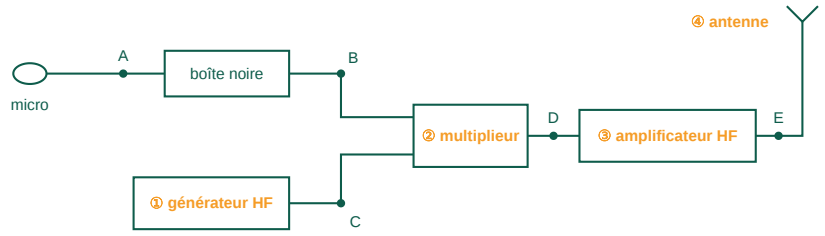
② : multiplieur, il reçoit deux tensions et en délivre une seule.

③ : amplificateur HF, placé juste avant l'émission.

④ : antenne, elle émet l'onde électromagnétique.

① générateur HF ; ② multiplieur ; ③ amplificateur HF ; ④ antenne.
Le voltmètre n'intervient pas.

**COMPRENDRE**
La modulation ne figure plus au programme actuel de spécialité de terminale. L'exercice reste un bon entraînement à la lecture d'un oscillogramme et au lien entre période et fréquence.




**1.1** · Schéma 1 complété

**1.2** Quels sont les signaux obtenus en B, C et D : porteuse, signal modulant BF ou signal modulé ?

En B, après la boîte noire : le signal modulant BF, $u_S(t) + U_0$.

En C, à la sortie du générateur HF : la porteuse, $u_P(t) = U_{P(\max)} \cos(2\pi F t)$.

En D, à la sortie du multiplieur : le signal modulé, $u_m(t)$.

B : signal modulant $u_S(t) + U_0$ ; C : porteuse $u_P(t)$ ; D : signal modulé $u_m(t)$.

**MÉTHODE**
Suivre la chaîne de gauche à droite : chaque point porte le signal délivré par le dispositif placé juste avant lui.

**1.3** Une boîte noire est intercalée entre A et B. Quel est son rôle ?

En A la tension est $u_S(t)$ ; en B elle vaut $u_S(t) + U_0$.

La boîte noire ajoute à $u_S(t)$ une tension continue $U_0$ (tension de décalage).

**COMPRENDRE**
Ce décalage rend la tension $u_S(t) + U_0$ toujours positive si $U_0 > U_{S(\max)}$ : c'est la condition qui évite la surmodulation (questions 2.3.3 et 2.4.1).

**1.4** Quelle opération effectue le dispositif ② : la somme ou le produit de $u_S(t) + U_0$ et de $u_P(t)$ ?

Dans l'expression donnée, on reconnaît $u_P(t) = U_{P(\max)} \cos(2\pi F t)$, donc :

$$u_m(t) = k\left(U_0 + u_S(t)\right) \times u_P(t)$$

Le dispositif ② effectue le produit $(u_S(t) + U_0) \times u_P(t)$, à la constante $k$ près, caractéristique du multiplieur.

**PIÈGE**
Une somme donnerait deux termes séparés, $u_S(t) + U_0$ et $u_P(t)$, sans le produit du cosinus par $U_0 + u_S(t)$ : l'amplitude de la porteuse ne varierait pas.

**2.1** Estimer les périodes $T_S$ du signal modulant et $T_P$ de la porteuse à partir de l'oscillogramme.

**Données utiles** aide au calcul : $\dfrac{6{,}75}{40} = 0{,}169$

Voie X (signal modulant) : les maximums successifs sont à $2{,}25$ ms, $4{,}5$ ms et $6{,}75$ ms. Trois périodes durent $6{,}75$ ms :

$$T_S = \frac{6{,}75}{3} = 2{,}25 \text{ ms}$$

Voie Y (signal modulé) : on compte environ 40 oscillations de la porteuse pendant ces $6{,}75$ ms :

$$T_P = \frac{6{,}75}{40} = 0{,}169 \text{ ms}$$

$T_S = 2{,}25$ ms et $T_P \approx 0{,}17$ ms

**COMPRENDRE**
Sans calculatrice, le tableau d'aide oriente le calcul : $6{,}75 \div 40$ confirme le comptage de 40 oscillations. Les autres quotients du tableau ne servent pas tous.

**MÉTHODE**
Mesurer la durée de plusieurs périodes puis diviser : l'erreur de lecture est répartie sur 3 ou 40 périodes au lieu d'une seule.

**2.2** Rappeler l'expression de la fréquence $f$ en fonction de la période $T$, avec les unités, puis calculer $f$ (signal modulant) et $F$ (porteuse).

**Données utiles** $T_S = 2{,}25$ ms et $T_P = \dfrac{6{,}75}{40}$ ms (2.1) ; aides : $\dfrac{1}{2{,}25} = 0{,}444$ ; $\dfrac{40}{6{,}75} = 5{,}93$

$f = \dfrac{1}{T}$, avec $f$ en hertz (Hz) et $T$ en seconde (s).

Signal modulant : $f = \dfrac{1}{T_S} = \dfrac{1}{2{,}25 \times 10^{-3}} = 0{,}444 \times 10^3$ Hz

Porteuse : $F = \dfrac{1}{T_P} = \dfrac{40}{6{,}75 \times 10^{-3}} = 5{,}93 \times 10^3$ Hz

$f = 444$ Hz et $F = 5{,}93 \times 10^3$ Hz $= 5{,}93$ kHz

**PIÈGE**
Laisser les périodes en millisecondes : on obtiendrait $0{,}444$ et $5{,}93$ sans le facteur $10^3$. Diviser par $10^{-3}$ revient à multiplier par $10^3$.

**COMPRENDRE**
Trois chiffres significatifs, comme les durées lues ($2{,}25$ ms ; $6{,}75$ ms). Le nombre d'oscillations étant estimé, la valeur de $F$ reste approchée.

**2.3.1** Déterminer les valeurs maximale $U_{m(\max)}$ et minimale $U_{m(\min)}$ de l'amplitude du signal modulé.

On lit sur l'axe vertical les deux niveaux repérés en pointillés sur l'enveloppe supérieure de la voie Y : le plus haut est un peu au-dessus de 3 V, le plus bas un peu en dessous de 1 V.

$U_{m(\max)} \approx 3{,}2$ V et $U_{m(\min)} \approx 0{,}8$ V

**PIÈGE**
$U_{m(\min)}$ n'est pas la valeur la plus basse de la courbe (environ $-3{,}2$ V) : c'est la plus petite amplitude, lue au creux de l'enveloppe supérieure.

**2.3.2** En déduire la valeur du taux de modulation $m$.

**Données utiles** $U_{m(\max)} = 3{,}2$ V ; $U_{m(\min)} = 0{,}8$ V (2.3.1)

$$m = \frac{U_{m(\max)} - U_{m(\min)}}{U_{m(\max)} + U_{m(\min)}} = \frac{3{,}2 - 0{,}8}{3{,}2 + 0{,}8} = \frac{2{,}4}{4{,}0}$$

$m = 0{,}60$

**COMPRENDRE**
$m$ est un rapport de tensions : il n'a pas d'unité. Ici $m < 1$, la modulation est correcte.

**2.3.3** À quoi correspondrait un taux de modulation $m$ supérieur à 1 ?

Si $m > 1$, il y a surmodulation : l'enveloppe du signal modulé ne reproduit plus la forme du signal modulant, qui ne peut plus être restitué fidèlement à la réception.

**COMPRENDRE**
Avec $m > 1$, la tension $u_S(t) + U_0$ devient négative par moments : les enveloppes supérieure et inférieure se croisent et l'information est déformée.

**2.4.1** Quelle condition doit-on satisfaire pour obtenir un taux de modulation $m < 1$ ?

$m = \dfrac{U_{S(\max)}}{U_0} < 1$ avec $U_0 > 0$, donc $U_{S(\max)} < U_0$.

Il faut $U_0 > U_{S(\max)}$ : la tension de décalage doit être supérieure à l'amplitude du signal modulant.

**2.4.2** Quelle autre condition est nécessaire pour obtenir une bonne modulation ?

**Données utiles** $f = 444$ Hz ; $F = 5{,}93 \times 10^3$ Hz (2.2)

La fréquence de la porteuse doit être très supérieure à celle du signal modulant.

Ici $F = 5{,}93$ kHz et $f = 0{,}444$ kHz : $F$ est environ 13 fois plus grande que $f$.

Il faut $F \gg f$ ; c'est le cas ici ($F \approx 13\,f$).

**COMPRENDRE**
Plus la porteuse oscille vite devant le signal modulant, mieux son enveloppe dessine ce signal. En radio AM réelle, le rapport dépasse largement 100.

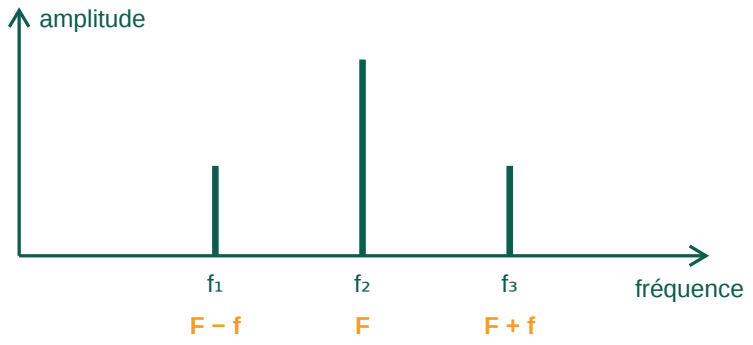
**2.4.3** Exprimer les trois fréquences $f_1$, $f_2$, $f_3$ du spectre du signal modulé en fonction de $f$ et de $F$.

**Données utiles** $f = 444$ Hz ; $F = 5{,}93 \times 10^3$ Hz (2.2)

Le pic central, le plus haut, est celui de la porteuse. Les deux pics latéraux, de même hauteur, sont placés symétriquement à la distance $f$ de part et d'autre.

$f_1 = F - f$ ; $f_2 = F$ ; $f_3 = F + f$

**COMPRENDRE**
Le produit de deux cosinus de fréquences $F$ et $f$ est une somme de deux cosinus de fréquences $F - f$ et $F + f$ : d'où les deux raies latérales. Ici $f_1 \approx 5{,}49$ kHz et $f_3 \approx 6{,}37$ kHz.




**2.4.3** · Spectre du signal modulé, complété

# Jeu de fête foraine

Bac S 2005 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

**1.1** Exprimer et calculer l'énergie potentielle élastique $E_{pe}(A')$ acquise par le ressort une fois comprimé (deux chiffres significatifs).

**Données utiles** $k = 25\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ ; $x_{A'} = -10\ \text{cm} = -0{,}10\ \text{m}$

Le ressort est au repos quand son extrémité est en O ($x = 0$) : sa déformation en A' vaut $x_{A'}$.

$$E_{pe}(A') = \frac{1}{2}\,k\,x_{A'}^2 = \frac{1}{2} \times 25 \times (-0{,}10)^2 = 12{,}5 \times 1{,}0 \times 10^{-2} = 0{,}125\ \text{J}$$

$$\boxed{E_{pe}(A') = \frac{1}{2}\,k\,x_{A'}^2 \approx 0{,}13\ \text{J}}$$

**PIÈGE**
Laisser $x_{A'}$ en centimètres : on trouverait $1\,250$ au lieu de $0{,}125$ J. La raideur est en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$, la longueur doit être en mètres.

**COMPRENDRE**
L'énergie potentielle élastique d'un ressort n'est plus au programme de la spécialité actuelle : son expression serait fournie. Deux chiffres significatifs sont demandés, comme pour $k$ : $0{,}125$ s'arrondit à $0{,}13$ J.

**1.2** Quelle forme d'énergie acquiert la bille lors de la détente du ressort ? Donner son expression littérale en précisant les unités.

Poussée par le cylindre, la bille prend de la vitesse : elle acquiert de l'**énergie cinétique**.

$\boxed{E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2}$, avec $E_c$ en joules (J), $m$ en kilogrammes (kg) et $v$ en mètres par seconde ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).

**1.3** Donner l'expression littérale de l'énergie mécanique du système {ressort – bille}.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et des énergies potentielles. Le ressort a une masse négligeable (pas d'énergie cinétique) et l'énergie potentielle de pesanteur est prise nulle.

$$\boxed{E_m = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + \frac{1}{2}\,k\,x^2}$$

**1.4** Que peut-on dire de l'énergie mécanique sachant que les frottements sont négligeables ?

Sans frottement, aucune force non conservative ne travaille : le poids et la réaction du plan sont perpendiculaires au déplacement.

L'énergie mécanique du système {ressort – bille} **se conserve** : $E_m$ est constante pendant la détente.

**1.5** Quelle est la valeur de l'énergie cinétique de la bille arrivée au point O ? Justifier la réponse.

**Données utiles** $E_{pe}(A') = 0{,}125$ J (1.1)

En A', la bille est immobile : $E_c(A') = 0$, donc $E_m(A') = E_{pe}(A')$.

En O, le ressort a retrouvé sa longueur au repos ($x = 0$) : $E_{pe}(O) = 0$, donc $E_m(O) = E_c(O)$.

Conservation de l'énergie mécanique : $E_m(O) = E_m(A')$.

$$\boxed{E_c(O) = E_{pe}(A') = 0{,}125\ \text{J} \approx 0{,}13\ \text{J}}$$

**COMPRENDRE**
Toute l'énergie stockée dans le ressort est transférée à la bille : c'est une conversion intégrale d'énergie potentielle élastique en énergie cinétique.

**1.6** Déduire l'expression littérale de la vitesse $v$. Calculer la valeur de la vitesse $v_O$ de la bille au point O.

**Données utiles** $E_c(O) = 0{,}125$ J (1.5) ; $m = 10$ g $= 1{,}0 \times 10^{-2}$ kg

$E_c = \dfrac{1}{2} m v^2$ donne $v = \sqrt{\dfrac{2 E_c}{m}}$.

$$v_O = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}125}{1{,}0 \times 10^{-2}}} = \sqrt{\frac{0{,}25}{1{,}0 \times 10^{-2}}} = \sqrt{25}$$

$$v_O = \sqrt{\frac{2 E_c(O)}{m}} = 5{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**PIÈGE**
Garder la masse en grammes, ou reprendre la valeur arrondie $0{,}13$ J : sans calculatrice, c'est $0{,}125$ J qui donne la racine exacte $\sqrt{25}$.

**MÉTHODE**
On peut aussi écrire directement $\dfrac{1}{2} m v_O^2 = \dfrac{1}{2} k x_{A'}^2$, soit $v_O = |x_{A'}| \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 0{,}10 \times \sqrt{2\,500} = 5{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

**1.7** La vitesse de la bille en C est-elle égale à la vitesse $v_O$ ? Justifier la réponse.

Après O, le cylindre est arrêté par la butée : le ressort n'agit plus sur la bille. Entre O et C, elle n'est soumise qu'à son poids et à la réaction du plan, perpendiculaires au déplacement, sans frottement. Son énergie mécanique se conserve et son énergie potentielle de pesanteur reste nulle (plan horizontal), donc $E_c(C) = E_c(O)$.

Oui : $v_C = v_O = 5{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (mouvement rectiligne uniforme entre O et C).

**COMPRENDRE**
On peut aussi invoquer le principe d'inertie : les deux forces se compensent, donc le mouvement est rectiligne uniforme. La valeur est confirmée par l'énoncé de la partie 2.

**2.1** Établir l'expression vectorielle de l'accélération de la bille à partir du bilan des forces.

Système {bille}, de masse $m$ ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces après C : le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ seulement (frottements négligés, plus de contact avec le plan).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$, soit $m\vec{g} = m\vec{a}$.

$$\vec{a} = \vec{g}$$

**COMPRENDRE**
La masse se simplifie : l'accélération d'une chute libre ne dépend pas de l'objet. Le vecteur $\vec{a}$ est vertical, vers le bas, de valeur $g$.

**2.2** Donner les composantes du vecteur accélération dans le repère orthonormé (D, X, Y).

**Données utiles** $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ; axe (DY) vertical orienté vers le haut

$\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, donc opposé à $\vec{j}$ : $\vec{a} = -g\vec{j}$.

$$a_X = 0 \text{ et } a_Y = -g = -10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

**2.3** Établir les équations horaires littérales $X(t)$ et $Y(t)$ du mouvement.

**Données utiles** à $t = 0$ : bille en C $(0\ ;\ Y_C)$, vitesse $\vec{v}_C$ horizontale de coordonnées $(v_C\ ;\ 0)$

$\vec{a} = \dfrac{\text{d}\vec{v}}{\text{d}t}$ : on cherche les primitives de $a_X = 0$ et $a_Y = -g$, soit $v_X = C_1$ et $v_Y = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_C$ : $C_1 = v_C$ et $C_2 = 0$, donc $v_X = v_C$ et $v_Y = -g\,t$.

$\vec{v} = \dfrac{\text{d}\overrightarrow{DM}}{\text{d}t}$ : $X = v_C\,t + C_3$ et $Y = -\dfrac{1}{2} g\,t^2 + C_4$.

À $t = 0$, la bille est en C : $C_3 = 0$ et $C_4 = Y_C$.

$$X(t) = v_C\,t \text{ et } Y(t) = -\frac{1}{2} g\,t^2 + Y_C$$

**PIÈGE**
Oublier la constante $Y_C$ : l'origine du repère est D, au sol, et non C. La bille part de la hauteur $Y_C = 0{,}05$ m.

**MÉTHODE**
Deux intégrations successives, chacune suivie de la détermination des constantes par les conditions initiales (vitesse à $t = 0$, puis position à $t = 0$).

**2.4** Déterminer les expressions littérale et numérique de l'équation $Y(X)$ de la trajectoire de la bille.

**Données utiles** $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ; $v_C = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ; $Y_C = 0{,}05\ \text{m}$

On élimine le temps : $X = v_C\, t$ donne $t = \dfrac{X}{v_C}$, que l'on reporte dans $Y(t)$ :

$$Y(X) = -\frac{g}{2\,v_C^2}\,X^2 + Y_C$$

Application numérique : $\dfrac{g}{2\,v_C^2} = \dfrac{10}{2\times 5{,}0^2} = \dfrac{10}{50} = 0{,}20\ \text{m}^{-1}$.

$$\boxed{Y(X) = -\frac{g}{2\,v_C^2}\,X^2 + Y_C = -0{,}20\,X^2 + 0{,}05 \ (X \text{ et } Y \text{ en mètres})}$$

**COMPRENDRE**
La trajectoire est un arc de parabole dont le sommet est le point C, puisque la vitesse initiale est horizontale.

**2.5** En déduire l'abscisse du trou dans lequel tombe la bille.

**Données utiles** $Y(X) = -0{,}20\,X^2 + 0{,}05$ (2.4) ; trous E $(0{,}25\ ;\ 0)$, F $(0{,}50\ ;\ 0)$, G $(0{,}75\ ;\ 0)$

La bille atteint le sol quand $Y = 0$ :

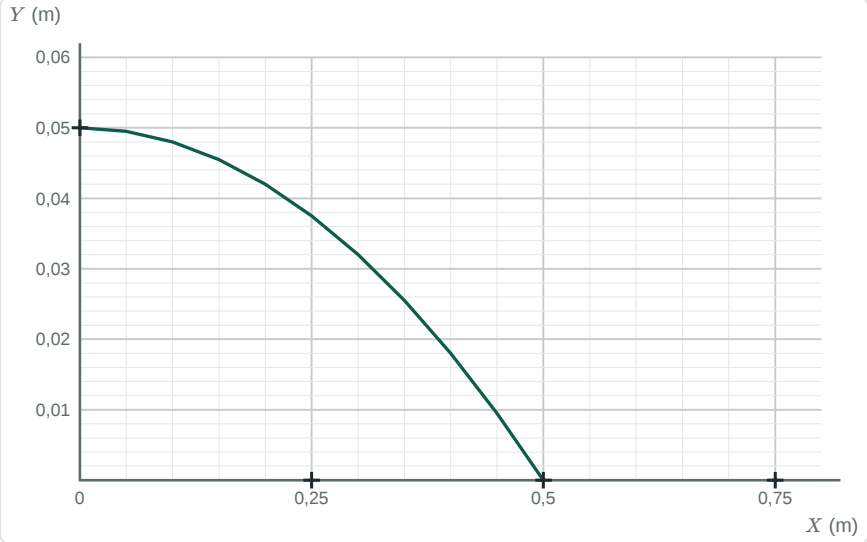
$$-0{,}20\,X^2 + 0{,}05 = 0 \quad \text{soit} \quad X^2 = \frac{0{,}05}{0{,}20} = 0{,}25$$

Donc $X = \pm\sqrt{25\times 10^{-2}} = \pm 0{,}50\ \text{m}$.

La bille part vers les $X$ positifs : seule la solution positive convient.

$\boxed{X = 0{,}50\ \text{m}}$ : la bille tombe dans le **trou F**.

**COMPRENDRE**
Vérification par la durée de chute : $Y = 0$ pour $t = \sqrt{\dfrac{2\,Y_C}{g}} = 0{,}10$ s, et $X = v_C\, t = 5{,}0\times 0{,}10 = 0{,}50$ m.




**2.5** · Trajectoire de la bille entre C et le sol