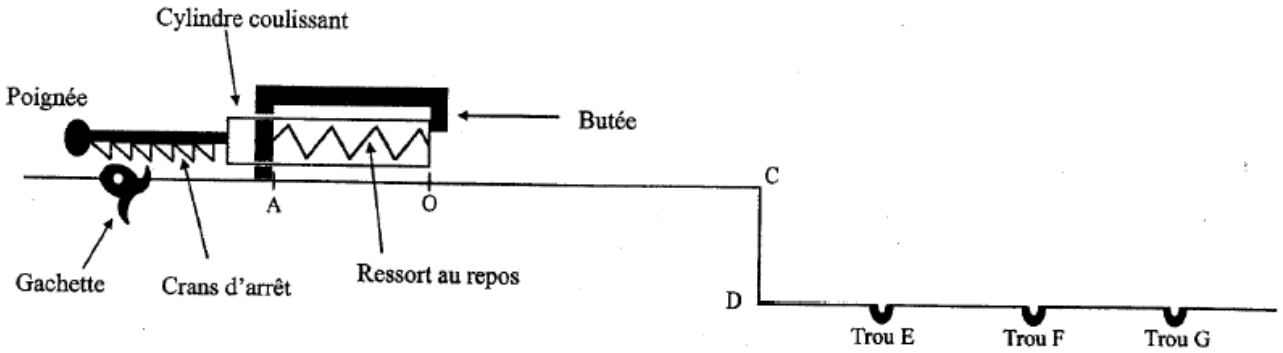
Antilles 2005 Exercice n°1 : JEU DE FÊTE FORAINE (5,5 points) Calculatrice interdite

Le but du jeu est d'envoyer une bille d'acier dans un trou. Pour lancer la bille, le joueur comprime un ressort, à spires non jointives, qui va la propulser lors de la détente. La boule roule ensuite sur un plan horizontal suivant la droite (AC), quitte ce plan pour chuter dans un des trous du sol. Le schéma du dispositif est représenté ci-dessous : (schéma non à l'échelle).



Étudions le mouvement de la bille, objet ponctuel, dans un référentiel terrestre supposé galiléen. On néglige les frottements.

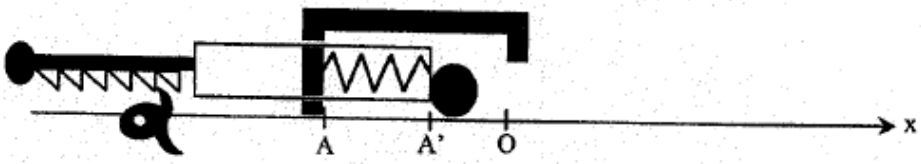
Données :

- intensité de la pesanteur : g = 10 m.s^{-2}
- masse de la bille : m = 10 g
- constante de raideur du ressort : k = 25 N.m^{-1}
- masse du ressort : négligeable devant la masse de la bille.

Aide mathématique : $\sqrt{10^n} = 10^{\frac{n}{2}}$

1. PROPULSION DE LA BILLE

Initialement, le ressort est au repos. Le joueur tire la poignée (compression du ressort) et la bloque avec la gâchette. Il place la bille contre le cylindre en A', abscisse $x_{A'} = -10$ cm sur l'axe (Ox).



1.1. Exprimer et calculer l'énergie potentielle élastique $E_{pe}(A')$ acquise par le ressort une fois comprimé. (Donner la valeur de $E_{pe}(A')$ avec deux chiffres significatifs).

Le joueur appuie sur la gâchette, le ressort se détend et reprend sa position initiale ; le cylindre arrête son mouvement sur la butée. La bille reste en contact avec le cylindre durant la détente jusqu'au point O.
La bille se déplaçant sur un plan horizontal, son énergie potentielle de pesanteur est constante et on la prendra égale à 0.

1.2. Quelle forme d'énergie acquiert la bille lors de la détente du ressort ?
Donner son expression littérale en précisant les unités.

1.3. Donner l'expression littérale de l'énergie mécanique du système {ressort – bille}.

1.4. Que peut-on dire de l'énergie mécanique sachant que les frottements sont négligeables ?

1.5. Quelle est la valeur de l'énergie cinétique de la bille arrivée au point O ? Justifier la réponse.

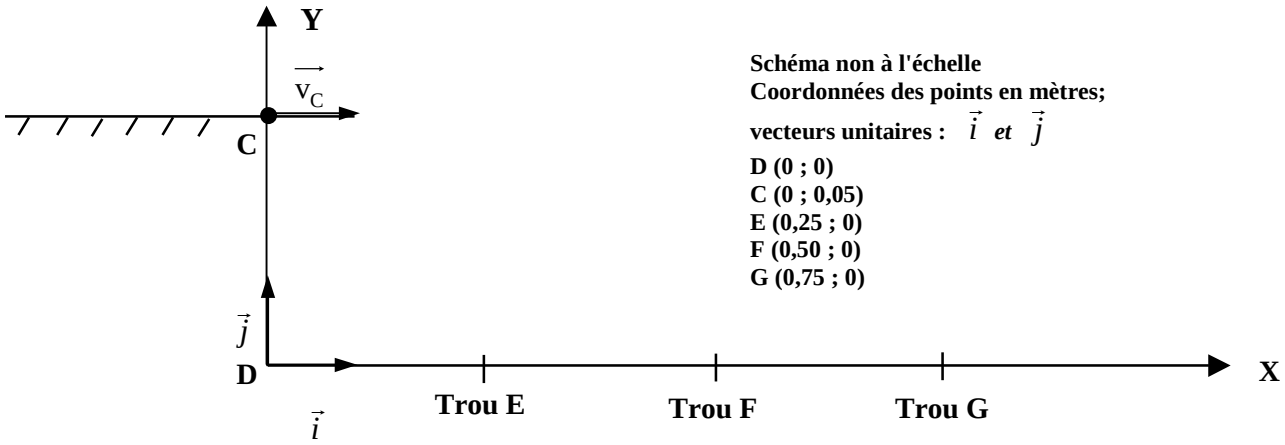
1.6. Déduire l'expression littérale de la vitesse v. Calculer la valeur de la vitesse de la bille v_O au point O.

La bille se déplace ensuite jusqu'au point C suivant la droite (OC).

1.7. La vitesse de la bille en C est-elle égale à la vitesse v_O ? Justifier la réponse.

2. CHUTE DE LA BILLE

La bille quitte à la date t = 0 le plan en C avec une vitesse v_C égale à 5,0 $m.s^{-1}$ et de direction horizontale.



2.1. Établir l'expression vectorielle de l'accélération de la bille à partir du bilan des forces.

2.2. Donner les composantes du vecteur accélération dans le repère orthonormé (D,X,Y).

2.3. Établir les équations horaires littérales X(t) et Y(t) du mouvement.

2.4. Déterminer les expressions littérale et numérique de l'équation Y(X) de la trajectoire de la bille.

2.5. En déduire l'abscisse du trou dans lequel tombe la bille.