Sonde thermique

Bac S 2005 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Établir la relation entre la tension E aux bornes du générateur, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_C aux bornes du condensateur.

Pendant la charge, K_1 est fermé et K_2 ouvert : le générateur, la thermistance et le condensateur forment une seule maille.

Loi des mailles (additivité des tensions) :

$$E = u_R + u_C$$

PIÈGE
Les flèches de u_R et u_C sont dans le même sens sur le schéma, opposé au sens de parcours imposé par le générateur : les deux tensions s'ajoutent, sans signe « $-$ ».

1.2 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C pendant la phase de charge.

On oriente le courant i dans le sens sortant de la borne $+$ du générateur ; q est la charge de l'armature par laquelle il arrive.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$. Condensateur : $q = C\,u_C$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

D'où $u_R = RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. En reportant dans la relation de la question 1.1 :

$$RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E \quad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

MÉTHODE
Circuit RC, toujours trois étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, puis $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. On élimine i et u_R pour ne garder que u_C.

1.3.1 La solution est de la forme $u_C = A + B\,\mathrm{e}^{-t/(RC)}$. En tenant compte des conditions finales de la charge, déterminer A.

En fin de charge ($t \to +\infty$), l'exponentielle tend vers 0, donc $u_C \to A$.

Or, quand le condensateur est chargé, u_C ne varie plus : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$ et l'équation différentielle donne $u_C = E$.

$$A = E = 4{,}0\ \mathrm{V}$$

COMPRENDRE
En fin de charge le courant est nul, donc $u_R = R\,i = 0$: toute la tension du générateur se retrouve aux bornes du condensateur.

1.3.2 En tenant compte des conditions initiales de la charge, déterminer B.

À $t = 0$, le condensateur est déchargé : $u_C(0) = 0$.

$u_C(0) = A + B\,\mathrm{e}^0 = E + B = 0$

$$B = -E = -4{,}0\ \mathrm{V}$$

PIÈGE
Oublier le signe : B est négatif. Avec $B = +E$, la tension partirait de $2E$ et diminuerait, ce qui ne décrit pas une charge.

1.3.3 En déduire l'expression de u_C.

$u_C = E - E\,\mathrm{e}^{-t/(RC)}$

$$u_C = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/(RC)}\right)$$

1.4.1 On donne $\tau = RC$. Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de cette formule.

Loi d'Ohm $u = R\,i$: $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$.

Condensateur $q = C\,u$ avec $q = i \times \Delta t$: $[C] = \dfrac{[Q]}{[U]} = \dfrac{[I]\,[T]}{[U]}$.

$$[RC] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\,[T]}{[U]} = [T]$$

RC a la dimension d'un temps : la formule $\tau = RC$ est homogène.

MÉTHODE
Pour trouver la dimension d'une grandeur, partir d'une relation simple qui la contient ($u = R\,i$, $q = C\,u$, $q = i\,\Delta t$), puis simplifier.

1.4.2 Déterminer, à partir du graphique, la valeur τ_1 de la constante de temps relative à la température $\theta_1 = 20\ ^\circ\text{C}$. Expliquer la méthode employée.

Données utiles $E = 4{,}0$ V ; aide : $0{,}63 \times 4{,}0 = 2{,}5$

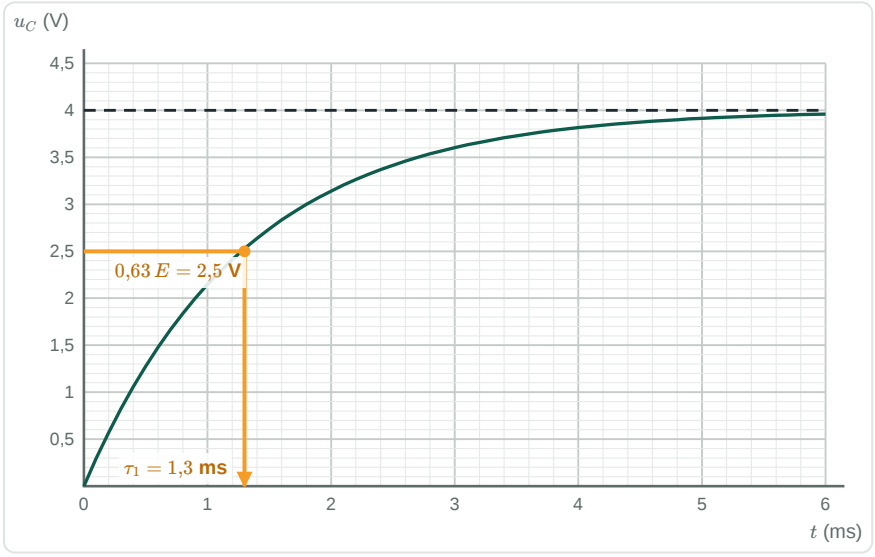
À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = E\left(1 - \text{e}^{-1}\right) = 0{,}63\,E = 0{,}63 \times 4{,}0 = 2{,}5$ V.

Sur la courbe 20 °C, on cherche le point d'ordonnée 2,5 V et on lit son abscisse.

$\tau_1 = 1{,}3$ ms

COMPRENDRE
Autre méthode : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $u_C = E$ à la date τ. Elle est moins précise, car la tangente se trace à l'œil.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme E et C : la lecture graphique ne permet pas mieux.



1.4.2 · Courbe à 20 °C du sujet : lecture de τ_1 à 63 % de E

1.4.3 En déduire la valeur R_1 de la résistance correspondante.

Données utiles $C = 1{,}0\ \mu\text{F} = 1{,}0 \times 10^{-6}$ F ; $\tau_1 = 1{,}3 \times 10^{-3}$ s (1.4.2)

$\tau_1 = R_1\,C$ donc $R_1 = \dfrac{\tau_1}{C}$

$$R_1 = \frac{1{,}3 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 10^{-6}} = 1{,}3 \times 10^{3}\ \Omega$$

$R_1 = 1{,}3\ \text{k}\Omega$

PIÈGE
Laisser τ en ms et C en µF donne un résultat faux d'un facteur mille. Convertir en secondes et en farads avant de diviser.

1.4.4 Procéder de la même manière pour les autres températures et compléter le tableau de l'annexe.

Données utiles $C = 1{,}0 \times 10^{-6}$ F ; $0{,}63\,E = 2{,}5$ V (1.4.2)

Pour chaque courbe, τ est l'abscisse du point d'ordonnée 2,5 V, puis $R = \dfrac{\tau}{C}$.

Lectures : 30 °C : $\tau = 0{,}9$ ms ; 40 °C : $\tau = 0{,}6$ ms ; 50 °C : $\tau = 0{,}4$ ms ; 60 °C : $\tau = 0{,}3$ ms.

Exemple à 30 °C : $R = \dfrac{0{,}9 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 10^{-6}} = 9 \times 10^{2}\ \Omega = 0{,}9\ \text{k}\Omega$.

$R = 0{,}9$; $0{,}6$; $0{,}4$; $0{,}3$ kΩ à 30 ; 40 ; 50 ; 60 °C (annexe complétée).

COMPRENDRE
Avec $C = 1{,}0\ \mu$F, la valeur de R en kΩ est égale à celle de τ en ms : aucun calcul n'est nécessaire, ce qui convient à une épreuve sans calculatrice.

Température θ (°C)	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Constante de temps τ (ms)	1,3		0,9		0,6		0,4		0,3
Résistance R (kΩ)	1,3	1,07	0,9	0,74	0,6	0,49	0,4	0,34	0,3

1.4.4 · Annexe complétée (valeurs ajoutées en orange)

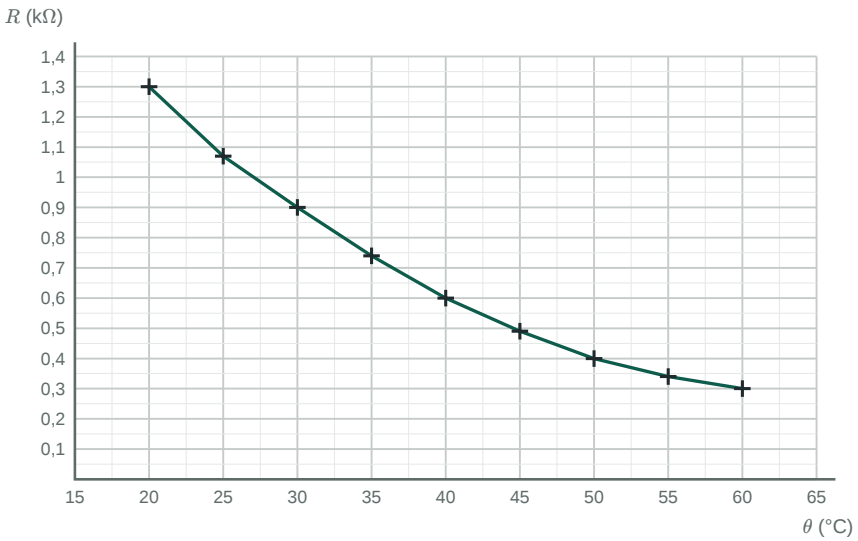
1.4.5 Tracer sur papier millimétré la courbe d'étalonnage $R = f(\theta)$ (1 cm pour 5 °C ; 1 cm pour 0,1 kΩ).

Données utiles tableau de l'annexe complété (1.4.4)

On place les neuf points $(\theta\,;R)$ du tableau, puis on trace une courbe régulière qui passe au plus près de tous les points, sans les relier par des segments.

La courbe est décroissante : la résistance de la thermistance diminue quand la température augmente, de plus en plus lentement.

PIÈGE
Les points ne sont pas alignés : tracer une droite à la règle fausse la lecture de la partie 2. Respecter l'échelle imposée et nommer les axes avec leurs unités.



1.4.5 · Courbe d'étalonnage $R = f(\theta)$: neuf points et courbe lissée

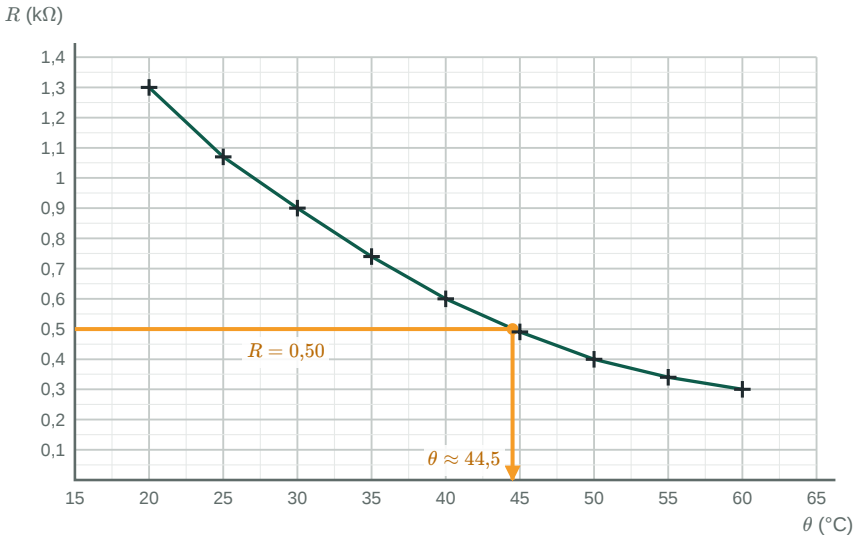
2 La résistance de la thermistance mesurée à l'ohmmètre vaut $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$. À l'aide de la courbe d'étalonnage, déterminer la température de l'enceinte.

Données utiles $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$; courbe d'étalonnage (1.4.5)

Sur la courbe d'étalonnage, on repère le point d'ordonnée $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$ et on lit son abscisse.

Vérification : cette valeur est comprise entre $0{,}6\ \text{k}\Omega$ (40 °C) et $0{,}49\ \text{k}\Omega$ (45 °C), tout près de la seconde.

$\theta \approx 44{,}5\ ^\circ\text{C}$, soit environ $45\ ^\circ\text{C}$



2 · Lecture de la température pour $R = 0{,}50\ \text{k}\Omega$

COMPRENDRE

Une courbe d'étalonnage sert dans les deux sens : on la construit avec des températures connues, puis on l'utilise pour remonter d'une résistance mesurée à une température inconnue.