Corrigé complet — Bac S 2006 Métropole rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Comme un poisson dans l'eau** Titrage pH-métrique · Dilution et pH · Quotient de réaction et constante d'équilibre · Suivi cinétique par conductimétrie · Tableau d'avancement · Temps de demi-réaction	6,5 pts	1 h 18	20 questions	p. 2
Ex 2	**Spécialité : Microscope classique et microscope confocal** Lentille mince convergente · Construction d'une image · Relation de conjugaison · Grandissement · Microscope · Microscope confocal	4 pts	52 min	13 questions	p. 8
Ex 3	**Nucléosynthèse des éléments chimiques** Composition d'un noyau · Équivalence masse-énergie · Fusion nucléaire · Décroissance radioactive et demi-vie · Énergie de liaison par nucléon · Rayonnement gamma	4 pts	52 min	15 questions	p. 13
Ex 4	**La vie d'une bulle** Poussée d'Archimède · Deuxième loi de Newton · Frottement fluide et vitesse limite · Validité d'un modèle · Onde transversale	5,5 pts	1 h 05	15 questions	p. 18

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Comme un poisson dans l'eau

Bac S 2006 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

Les ions oxonium de la solution S_A réagissent avec les ions hydroxyde de la soude :

$$H_3O^+(aq) + HO^-(aq) \longrightarrow 2\,H_2O(l)$$

COMPRENDRE
Les ions Na^+ et Cl^- sont spectateurs : ils n'apparaissent pas dans l'équation. Une réaction de titrage est totale et rapide, d'où la flèche simple.

1.2.1 Définir l'équivalence.

L'équivalence est l'état du système pour lequel le réactif titré et le réactif titrant ont été mélangés dans les proportions stœchiométriques de la réaction de titrage : les deux sont alors entièrement consommés.

1.2.2 En déduire la valeur de la concentration des ions oxonium dans la solution diluée S_A.

Données utiles $V_A = 20{,}0$ mL ; $c_B = 4{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; figure 1

Le volume à l'équivalence est l'abscisse du maximum de la courbe dérivée $\frac{d\,pH}{dV_B}$: $V_{BE} = 25{,}5$ mL.

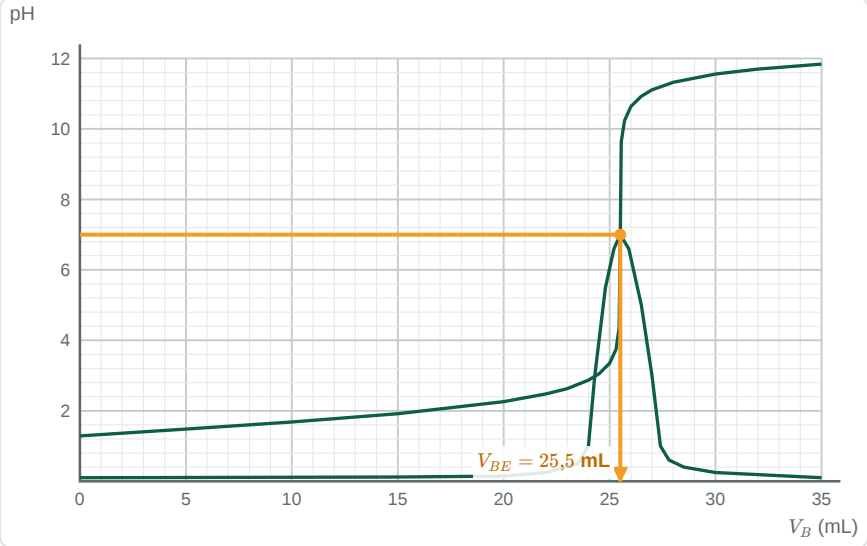
À l'équivalence, d'après l'équation de titrage (coefficients 1 et 1) : $n(H_3O^+)_{initial} = n(HO^-)_{versé}$, soit $c_A\,V_A = c_B\,V_{BE}$.

$$c_A = \frac{c_B\,V_{BE}}{V_A} = \frac{4{,}0 \times 10^{-2} \times 25{,}5}{20{,}0} = \frac{25{,}5}{5{,}0} \times 10^{-2}$$

$$c_A = [H_3O^+]_{S_A} = 5{,}1 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c_B, la donnée la moins précise. Les deux volumes sont dans la même unité (mL) : leur rapport ne demande aucune conversion.

MÉTHODE
Sans calculatrice, simplifier avant de calculer : $4{,}0 \div 20{,}0 = 1 \div 5{,}0$, puis $25{,}5 \div 5 = 5{,}1$.



1.2.2 · Figure 1 du sujet : le maximum de la courbe dérivée (en cloche) donne V_{BE}

1.2.3 Montrer que, dans la solution commerciale, la concentration des ions oxonium est voisine de $2{,}5\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Données utiles dilution au 1/50 ; $c_A = 5{,}1\times10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (1.2.2)

La solution commerciale S_0 a été diluée 50 fois pour obtenir S_A : elle est 50 fois plus concentrée.

$c_0 = 50\times c_A = 50\times 5{,}1\times10^{-2} = 2{,}55\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$[\text{H}_3\text{O}^+]_{S_0} = c_0 \approx 2{,}5\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$, valeur voisine de celle annoncée ($2{,}5\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$).

COMPRENDRE
L'écart entre 2,55 et 2,5 vient de la lecture de V_{BE}, faite à environ 0,5 mL près : avec 25,0 mL, on trouverait exactement $2{,}5\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

1.3 Quelle serait la valeur du pH final de l'eau de l'aquarium s'il n'y avait qu'une simple dilution des ions H_3O^+ ?

Données utiles $c_0 = 2{,}5\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (1.2.3) ; $V_0 = 20$ mL versés ; $V_f = 100$ L ; $\lg 5 \approx 0{,}7$

Lors d'une dilution, la quantité d'ions oxonium se conserve : $c_0\,V_0 = [\text{H}_3\text{O}^+]_f\,V_f$.

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_f = \frac{c_0\,V_0}{V_f} = \frac{2{,}5\times20\times10^{-3}}{100} = 5{,}0\times10^{-4}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$\text{pH} = -\lg[\text{H}_3\text{O}^+]_f = -\lg(5{,}0\times10^{-4}) = -\lg 5 + 4 = -0{,}7 + 4$

$\text{pH} = 3{,}3$

PIÈGE
Laisser V_0 en mL alors que V_f est en litres : $20\ \text{mL} = 20\times10^{-3}$ L. Les ions oxonium de l'eau initiale (pH 7, soit $10^{-7}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$) sont négligeables.

COMPRENDRE
Un pH de 3,3 est très loin de la valeur 6 recherchée : la simple dilution ne décrit pas ce qui se passe réellement dans l'aquarium.

1.4.1 Donner l'expression de la constante d'équilibre K_1 associée à l'équation de la réaction 1.

$$K_1 = \frac{[\text{CO}_2]_{\text{éq}}}{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}\times[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}$$

PIÈGE
Faire figurer l'eau : c'est le solvant, elle n'apparaît pas dans l'expression. Les concentrations sont celles de l'état d'équilibre.

1.4.2 Exprimer cette constante d'équilibre en fonction de la constante d'acidité K_A du couple $\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}/\text{HCO}_3^-$, puis déterminer sa valeur numérique.

Données utiles $K_A = 10^{-6{,}4}$; aide au calcul : $10^{6{,}4} = 2{,}5\times10^6$

La constante d'acidité est associée à la réaction de l'acide du couple avec l'eau : $\text{CO}_2\,(\text{aq}) + 2\,\text{H}_2\text{O}\,(\text{l}) \rightleftharpoons \text{HCO}_3^-\,(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+\,(\text{aq})$

$$K_A = \frac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}\times[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2]_{\text{éq}}}$$

La réaction 1 est la réaction inverse, donc $K_1 = \dfrac{1}{K_A} = \dfrac{1}{10^{-6{,}4}} = 10^{6{,}4}$

$$K_1 = \frac{1}{K_A} = 2{,}5\times10^6$$

PIÈGE
Parmi les aides au calcul, choisir $10^{6{,}4}$ et non $10^{-6{,}4}$: l'énoncé prévient que certaines aides ne servent pas.

1.5.1 En utilisant le critère d'évolution spontanée, montrer que des ions H_3O^+ sont consommés si l'eau est calcaire.

Données utiles $Q_{r,i} = 5{,}0$; $K_1 = 2{,}5\times10^6$ (1.4.2)

$Q_{r,i} = 5{,}0$ et $K_1 = 2{,}5\times10^6$: $Q_{r,i} < K_1$.

D'après le critère d'évolution spontanée, le système évolue dans le sens direct de l'équation de la réaction 1, c'est-à-dire dans le sens où HCO_3^- et H_3O^+ sont des réactifs.

$Q_{r,i} < K_1$: évolution en sens direct, des ions H_3O^+ sont consommés.

MÉTHODE
Toujours comparer $Q_{r,i}$ à K : si $Q_{r,i} < K$, sens direct ; si $Q_{r,i} > K$, sens inverse ; si $Q_{r,i} = K$, le système est déjà à l'équilibre.

1.5.2 Le pH final sera-t-il supérieur, égal ou inférieur au pH calculé à la question 1.3 ?

Une partie des ions H_3O^+ apportés est consommée par la réaction 1 : leur concentration finale est plus faible que celle obtenue par simple dilution. Comme $pH = -\lg[H_3O^+]$, le pH augmente quand $[H_3O^+]$ diminue.

Le pH final est supérieur à 3,3.

1.5.3 Expliquer la phrase de la notice : « Assurez-vous par des tests réguliers que votre eau est suffisamment calcaire car sinon il pourrait y avoir des risques de chutes acides ».

Une eau peu calcaire contient peu d'ions hydrogénocarbonate HCO_3^-. Les ions H_3O^+ versés ne sont alors presque pas consommés par la réaction 1 et restent dans l'eau.

Le pH descend alors bien en dessous de 6, vers la valeur 3,3 de la simple dilution : c'est la « chute acide », dangereuse pour les poissons.

COMPRENDRE
Les ions HCO_3^- jouent le rôle d'amortisseur : tant qu'ils sont assez nombreux, ils absorbent les ions H_3O^+ ajoutés et le pH baisse doucement au lieu de s'effondrer.

2.1 Montrer que la concentration en ions NH_4^+ peut être déterminée à partir de la mesure de la conductivité de la solution, les conductivités molaires ioniques étant connues.

Données utiles $\sigma = \lambda_{NH_4^+}[NH_4^+] + \lambda_{OCN^-}[OCN^-]$

La solution ne contient au départ aucun de ces deux ions, et la réaction 2 forme un ion OCN^- pour chaque ion NH_4^+ : à chaque instant $[NH_4^+] = [OCN^-]$.

Alors $\sigma = (\lambda_{NH_4^+} + \lambda_{OCN^-})[NH_4^+]$.

$[NH_4^+] = \dfrac{\sigma}{\lambda_{NH_4^+} + \lambda_{OCN^-}}$: mesurer σ suffit pour connaître $[NH_4^+]$.

PIÈGE
Avec λ en $S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$ et σ en $S \cdot m^{-1}$, la concentration obtenue est en $mol \cdot m^{-3}$, pas en $mol \cdot L^{-1}$.

2.2.1 Compléter littéralement le tableau descriptif de l'évolution du système (annexe).

Données utiles solution d'urée : concentration c, volume V

Quantité initiale d'urée : $n_0 = cV$; les ions NH_4^+ et OCN^- sont absents au départ. Les trois coefficients stœchiométriques valent 1.

Tableau complété ci-dessous : $cV - x$ pour l'urée, x pour chacun des deux ions.

Équation de la réaction		$(NH_2)_2CO$ (aq) =	NH_4^+(aq) +	OCN^-(aq)
État	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)		
État initial	x = 0	c·V	0	0
État en cours	x	c·V − x	x	x
État final si transformation totale	x_{max}	c·V − x_{max} = 0	x_{max}	x_{max}

2.2.1 · Tableau de l'annexe complété (réponses en orange)

2.2.2 En déduire la relation, à chaque instant, entre la concentration en ions NH_4^+ en solution et l'avancement de la réaction.

D'après le tableau, à chaque instant $n(NH_4^+) = x$, dans une solution de volume V constant.

$$[NH_4^+] = \frac{x}{V}$$

2.2.3 Calculer l'avancement maximal x_{max}.

Données utiles $c = 0{,}020\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V = 100{,}0\ \text{mL}$

L'urée est le seul réactif. Si la transformation est totale, elle est entièrement consommée : $cV - x_{max} = 0$.

$x_{max} = cV = 0{,}020 \times 0{,}1000$

$$x_{max} = 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol}$$

PIÈGE
Oublier de convertir le volume : $100{,}0\ \text{mL} = 0{,}1000$ L.

2.3 Déduire de la figure 2 le taux d'avancement de la réaction à l'instant de date $t = 110$ min.

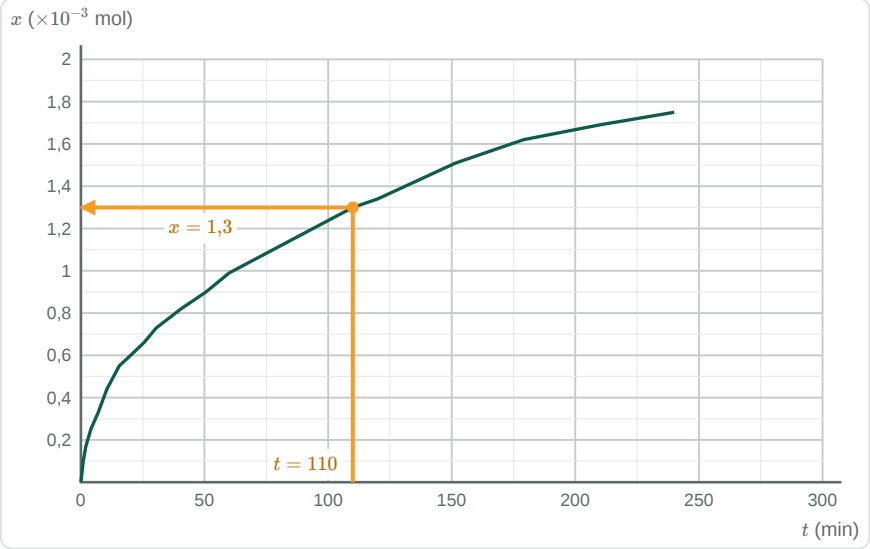
Données utiles $x_{max} = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol (2.2.3) ; figure 2

Lecture sur la figure 2 : à $t = 110$ min, $x = 1{,}3 \times 10^{-3}$ mol.

$$\tau_{110} = \frac{x(110)}{x_{max}} = \frac{1{,}3 \times 10^{-3}}{2{,}0 \times 10^{-3}}$$

$\tau_{110} = 0{,}65$, soit 65 %.

COMPRENDRE
Le taux d'avancement est un nombre sans unité, compris entre 0 et 1. Ici, 65 % de l'urée a été décomposée au bout de 110 min.



2.3 · Figure 2 : lecture de l'avancement à $t = 110$ min

2.4 Décrire, en utilisant la courbe de la figure 2, l'évolution de la vitesse volumique de réaction $v(t) = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$.

$\frac{dx}{dt}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x(t)$ à la date t, et V est constant : v est proportionnelle à cette pente.

La tangente est très inclinée à $t = 0$, puis de moins en moins inclinée quand t augmente.

La vitesse volumique de réaction est maximale à l'instant initial, puis diminue au cours du temps.

COMPRENDRE
La concentration en urée, seul réactif, diminue : c'est un facteur cinétique. Comme $[NH_4^+] = x/V$, cette vitesse est aussi la vitesse volumique d'apparition de l'ion ammonium, $d[NH_4^+]/dt$, utilisée dans le programme actuel.

2.5 Déterminer le taux d'avancement final de cette transformation. Est-elle totale ?

Données utiles $[NH_4^+]_f = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $c = 0{,}020\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Avancement final : $x_f = [NH_4^+]_f \times V$ (2.2.2) ; avancement maximal : $x_{\max} = c\,V$ (2.2.3).

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{[NH_4^+]_f \times V}{c\,V} = \frac{[NH_4^+]_f}{c} = \frac{2{,}0 \times 10^{-2}}{0{,}020}$$

$\tau_f = 1{,}0$: la transformation est totale.

COMPRENDRE
Totale ne veut pas dire rapide : la figure 2 montre qu'après 4 heures, l'avancement n'est encore qu'à $1{,}75 \times 10^{-3}$ mol.

2.6 Définir puis déterminer graphiquement le temps de demi-réaction.

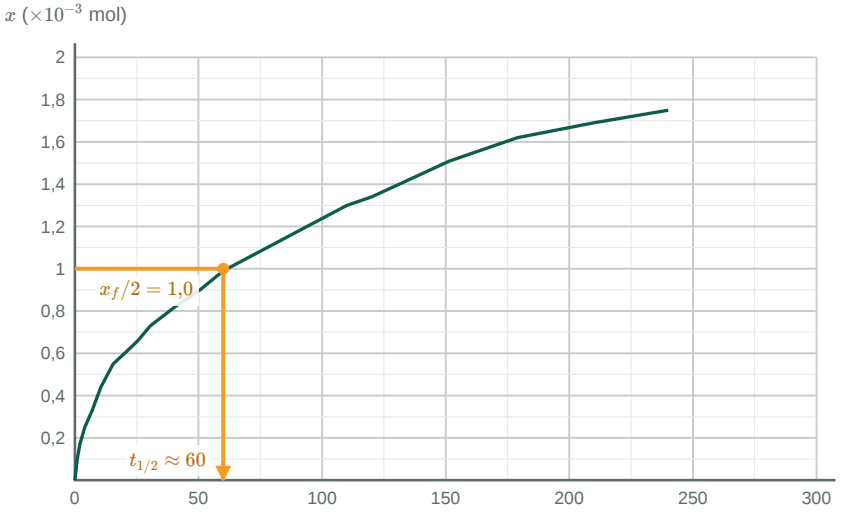
Données utiles $x_f = x_{\max} = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol (2.5) ; figure 2

Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement a atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$.

Ici $\frac{x_f}{2} = \frac{2{,}0 \times 10^{-3}}{2} = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol. On cherche sur la figure 2 l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée $1{,}0 \times 10^{-3}$ mol.

$t_{1/2} \approx 60$ min

PIÈGE
Prendre la moitié de la durée de l'expérience, ou la moitié de la dernière valeur mesurée ($1{,}75 \times 10^{-3}$ mol) : c'est la moitié de l'avancement final qui compte.



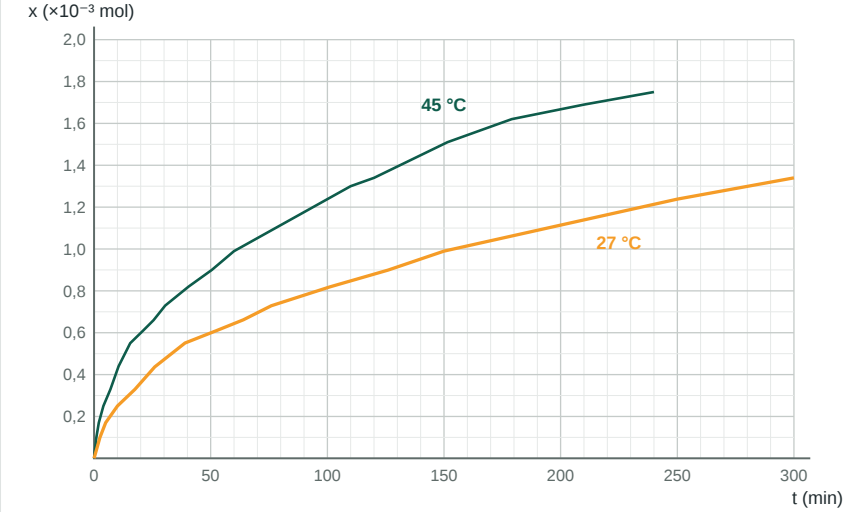
2.6 · Figure 2 : lecture du temps de demi-réaction

2.7 Tracer sur la figure 2 l'allure de la courbe à la température de l'aquarium, 27 °C.

La température est un facteur cinétique : à 27 °C au lieu de 45 °C, la transformation est plus lente. À chaque date, l'avancement est plus faible et $t_{1/2}$ est plus grand. L'état final est inchangé : la courbe tend, plus lentement, vers la même limite $x_f = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol.

Courbe partant de l'origine, située sous la courbe à 45 °C, avec une pente initiale plus faible (tracé orange).

PIÈGE
Tracer une courbe qui plafonne plus bas : la température modifie ici la vitesse, pas l'avancement final.



2.7 · Figure 2 complétée : en orange, l'allure de la courbe à 27 °C

2.8 Expliquer pourquoi, dans les livres d'aquariophilie, on dit que l'aquarium doit être « bien planté ».

Les ions nitrate, issus des ions ammonium, sont nocifs pour les poissons s'ils s'accumulent ; les plantes vertes s'en nourrissent.

Un aquarium riche en plantes consomme les ions nitrate au fur et à mesure de leur formation : leur concentration reste faible et les poissons ne sont pas menacés.

Spécialité : Microscope classique et microscope confocal

Bac S 2006 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

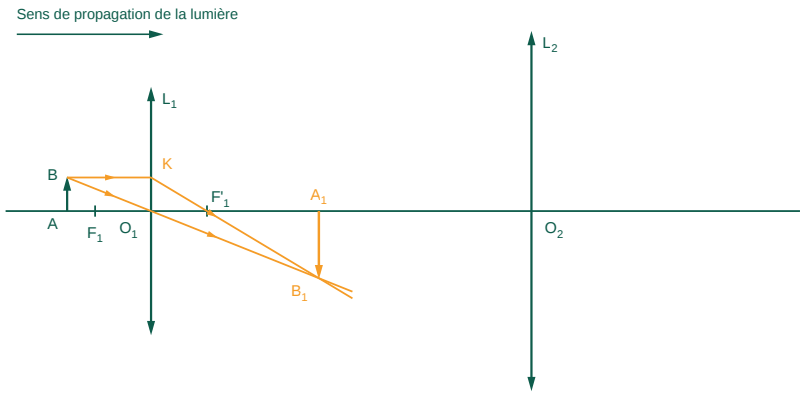
1.1.1 Construire sur la figure 1 de l'annexe l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB donnée par l'objectif (L_1).

On trace deux rayons issus de B : celui qui arrive parallèlement à l'axe optique émerge de (L_1) en passant par le foyer image F_1' ; celui qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié.

Ces deux rayons se coupent en B_1. Le point A_1 est sur l'axe optique, à la verticale de B_1.

L'image intermédiaire A_1B_1 est réelle, renversée et plus grande que l'objet (tracé orange).

MÉTHODE
Un troisième rayon sert de vérification : celui qui passe par le foyer objet F_1 ressort parallèle à l'axe optique et doit lui aussi passer par B_1.



1.1.1 · Figure 1 de l'annexe complétée : construction de l'image intermédiaire

1.1.2 Rappeler la relation de conjugaison de Descartes qui permettrait de calculer la position de l'image A_1B_1.

Pour la lentille (L_1), de centre optique O_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F_1'}} = \frac{1}{f_1'}$$

PIÈGE
Les grandeurs sont algébriques, comptées positivement dans le sens de la lumière : ici $\overline{O_1A} < 0$ (objet avant la lentille) et $\overline{O_1A_1} > 0$.

1.2.1 Quel est le rôle joué par l'image intermédiaire A_1B_1 pour l'oculaire (L_2) ?

L'image intermédiaire A_1B_1 donnée par l'objectif sert d'objet pour l'oculaire (L_2).

COMPRENDRE
L'oculaire agit comme une loupe : il donne de A_1B_1 une image définitive $A'B'$ agrandie, observée par l'œil. Le principe est le même que pour la lunette astronomique.

1.2.2 L'image définitive $A'B'$ doit se situer à l'infini pour une observation sans accommodation. Où doit se former l'image intermédiaire A_1B_1 ?

Une lentille convergente donne une image à l'infini d'un objet placé dans son plan focal objet.

A_1B_1 doit se former dans le plan focal objet de l'oculaire : A_1 est confondu avec F_2.

COMPRENDRE
Avec la relation de conjugaison appliquée à (L_2) : si A' est à l'infini, $\frac{1}{\overline{O_2A'}} = 0$, donc $\overline{O_2A_1} = -f_2' = \overline{O_2F_2}$.

1.2.3 Sur la figure 1 de l'annexe, placer dans ce cas les foyers de la lentille (L_2).

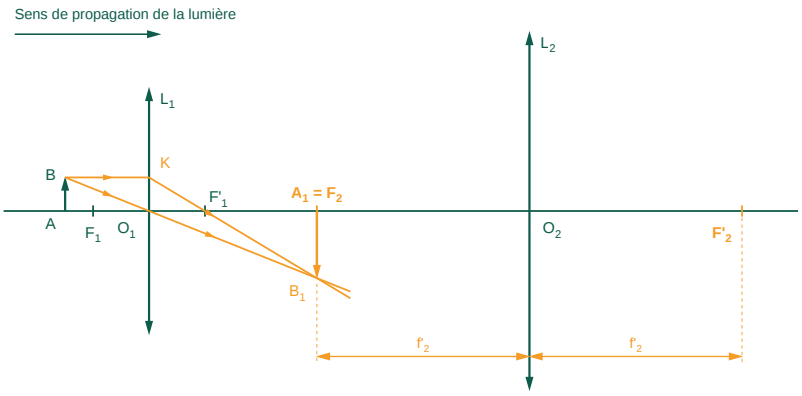
Données utiles A_1 confondu avec F_2 (1.2.2)

Le foyer objet F_2 est placé sur l'axe optique, au point A_1 construit à la question 1.1.1.

Le foyer image F_2' est le symétrique de F_2 par rapport au centre optique O_2 : $\overline{O_2F_2'} = -\overline{O_2F_2} = f_2'$.

F_2 en A_1, avant l'oculaire ; F_2' à la même distance de O_2, après l'oculaire (tracé orange).

PIÈGE
Ne pas inverser les deux foyers : le foyer objet F_2 est du côté d'où vient la lumière, le foyer image F_2' du côté où elle ressort.



1.2.3 · Figure 1 de l'annexe complétée : foyers de l'oculaire

1.3.1 Rappeler la formule définissant le grandissement pour la lentille mince (L_1) dans le cas étudié.

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$$

COMPRENDRE
Le grandissement est un nombre sans unité. Son signe renseigne sur le sens de l'image (négatif : image renversée), sa valeur absolue sur sa taille par rapport à l'objet.

1.3.2 En s'aidant de la figure 1, montrer que le grandissement de l'objectif peut s'écrire $\gamma_1 = \dfrac{-\Delta}{f_1'}$.

Données utiles A_1 confondu avec F_2 (1.2.2) ; $\Delta = \overline{F_1'F_2}$

Le rayon issu de B parallèle à l'axe optique rencontre (L_1) en K, avec $\overline{O_1K} = \overline{AB}$, puis passe par F_1' et par B_1.

Les droites (O_1A_1) et (KB_1) se coupent en F_1', et (O_1K) est parallèle à (A_1B_1). D'après le théorème de Thalès, en grandeurs algébriques :

$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1K}} = \frac{\overline{F_1'A_1}}{\overline{F_1'O_1}}$$

Or $\overline{F_1'A_1} = \overline{F_1'F_2} = \Delta$ et $\overline{F_1'O_1} = -f_1'$.

$\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{\Delta}{-f_1'} = \dfrac{-\Delta}{f_1'}$, ce qui est l'expression attendue.

PIÈGE
Avec de simples longueurs, on obtient seulement $\dfrac{A_1B_1}{AB} = \dfrac{\Delta}{f_1'}$. Il faut alors justifier le signe moins : l'image est renversée, donc $\overline{A_1B_1}$ et $\overline{AB}$ sont de signes contraires.

MÉTHODE
Autre voie, par le calcul : la relation de conjugaison donne $\gamma_1 = \dfrac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = 1 - \dfrac{\overline{O_1A_1}}{f_1'}$, avec $\overline{O_1A_1} = f_1' + \Delta$.

1.3.3 Calculer la valeur algébrique du grandissement γ_1. Que peut-on dire de l'inscription « $\times 40$ » portée sur la monture de l'objectif ?

Données utiles $\Delta = 180$ mm ; $f'_1 = 4{,}5$ mm

Les deux longueurs sont dans la même unité (mm) :

$$\gamma_1 = \frac{-\Delta}{f'_1} = \frac{-180}{4{,}5} = -40$$

L'image intermédiaire est renversée et 40 fois plus grande que l'objet.

$\gamma_1 = -40$: l'inscription « $\times 40$ » est la valeur absolue du grandissement de l'objectif.

COMPRENDRE
Le résultat s'écrit avec deux chiffres significatifs, comme f'_1, la donnée la moins précise. L'inscription ne dit rien du signe : elle indique seulement de combien l'objectif agrandit.

MÉTHODE
Sans calculatrice : multiplier numérateur et dénominateur par 2 donne $\frac{180}{4{,}5} = \frac{360}{9} = 40$.

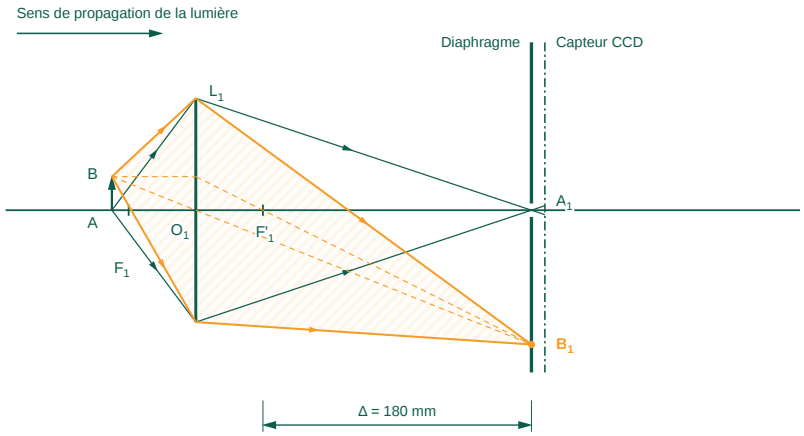
2.1.1 Sur la figure 2 de l'annexe, construire l'image B_1 du point B ainsi que le faisceau lumineux issu de B passant par les bords de la lentille. Hachurer ce faisceau.

On construit B_1 comme à la question 1.1.1 (pointillés) : rayon parallèle à l'axe optique qui émerge par F'_1, rayon non dévié passant par O_1.

Tous les rayons issus de B qui traversent la lentille convergent en B_1. Le faisceau est donc limité par les deux rayons qui vont de B aux bords de la lentille, puis des bords à B_1.

B_1 se forme dans le plan du capteur, sous l'axe optique, à côté de l'ouverture du diaphragme (tracé orange).

PIÈGE
Les rayons passant par les bords de la lentille ne sont pas des rayons particuliers : on ne peut les tracer qu'après avoir trouvé B_1 avec la construction habituelle.



2.1.1 · Figure 2 de l'annexe complétée : image et faisceau du point B

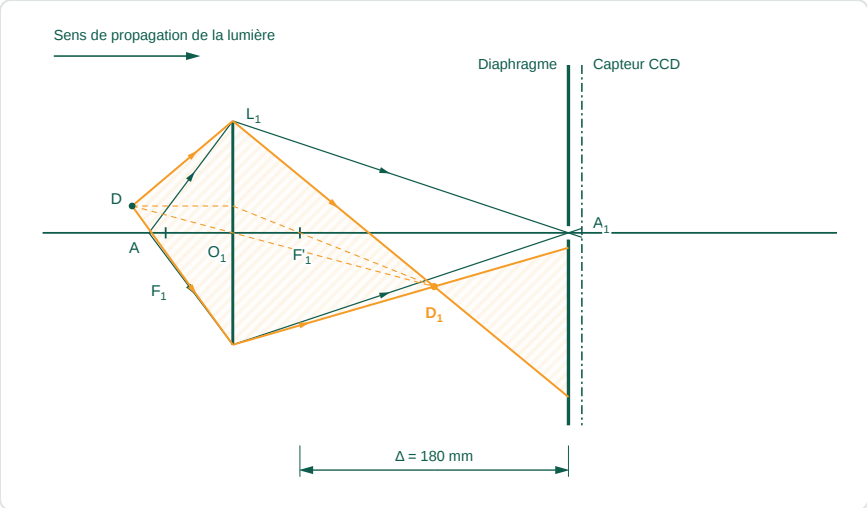
2.1.2 Sur la figure 3 de l'annexe, construire l'image D_1 du point D et le faisceau lumineux issu de D limité par les bords de la lentille. Hachurer ce faisceau.

Même méthode : les deux rayons de construction issus de D (pointillés) se coupent en D_1, puis on trace les rayons allant de D aux bords de la lentille et des bords à D_1.

Le point D est plus éloigné de la lentille que A : son image se forme plus près de la lentille. Après D_1, le faisceau s'élargit de nouveau jusqu'au plan du diaphragme.

D_1 se forme sous l'axe optique, entre la lentille et le plan du capteur (tracé orange).

COMPRENDRE
Quand un objet s'éloigne d'une lentille convergente (en restant au-delà du foyer objet), son image réelle se rapproche de la lentille : c'est ce que traduit la relation de conjugaison.



2.1.2 · Figure 3 de l'annexe complétée : image et faisceau du point D

2.1.3 En utilisant les figures 2 et 3 complétées, montrer que la plus grande partie de la lumière détectée par le capteur est émise par le point A et non par les points B et D.

Point A : son image A_1 se forme sur l'axe optique, dans le plan du diaphragme, au centre de l'ouverture. Tout le faisceau issu de A traverse le diaphragme et atteint le capteur.

Point B : le faisceau converge en B_1, dans le plan du diaphragme mais en dehors de l'ouverture. Il est arrêté par le diaphragme.

Point D : le faisceau converge en D_1 avant le diaphragme, puis s'élargit. Dans le plan du diaphragme il forme une tache étalée, située ici à côté de l'ouverture : la lumière issue de D est arrêtée elle aussi.

Le capteur reçoit presque uniquement la lumière émise par A (et par les points très proches de A).

COMPRENDRE
Le diaphragme trie les points de l'échantillon deux fois : latéralement (cas de B) et en profondeur (cas de D). C'est ce second tri qui permet d'isoler un plan à l'intérieur d'un échantillon transparent.

2.2 Selon quel axe et dans quel sens faut-il déplacer l'échantillon, et où faut-il placer l'objet AB, pour pouvoir détecter l'image du point B ? Positionner l'objet AB sur la figure 4 de l'annexe et tracer le faisceau issu de B limité par les bords de la lentille.

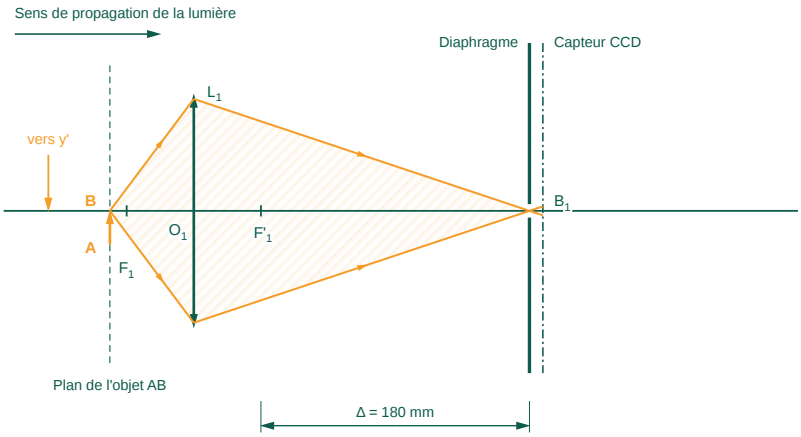
L'image B_1 doit se former sur l'axe optique, au centre de l'ouverture du diaphragme. Il faut donc que B soit sur l'axe optique, à la place qu'occupait A sur la figure 2.

L'objet reste dans le même plan (aucun déplacement selon $z'z$) et on le translate de la longueur AB parallèlement à $y'y$, vers le bas.

Sur la figure 4 : B est sur l'axe optique dans le plan de l'objet, A en dessous. Le faisceau va de B aux bords de la lentille, puis converge en B_1 et traverse le diaphragme.

Déplacement selon l'axe $y'y$, dans le sens de y vers y', jusqu'à ce que B soit sur l'axe optique.

PIÈGE
L'image est renversée. Sur la figure 2, B_1 est trop bas : pour le faire remonter jusqu'à l'ouverture, c'est vers le bas qu'il faut déplacer l'objet.



2.2 · Figure 4 de l'annexe complétée : le point B amené sur l'axe optique

2.3 En utilisant le même système d'axes, indiquer comment il faut déplacer l'échantillon pour acquérir l'image du point D.

Il faut amener D à la place qu'occupait A sur la figure 3 : sur l'axe optique, dans le plan dont l'image se forme sur le diaphragme.

Le point D est au-dessus de l'axe optique : déplacement selon $y'y$, vers y'.

Le point D est plus loin de la lentille que ce plan : déplacement selon $z'z$, vers z (l'échantillon se rapproche de la lentille).

Deux déplacements : selon $y'y$ dans le sens de y vers y', et selon $z'z$ dans le sens de z' vers z.

COMPRENDRE

Le déplacement selon $z'z$ change le plan de l'échantillon dont l'image est nette sur le diaphragme. En balayant plusieurs profondeurs, on obtient des coupes successives, puis une image en trois dimensions.

Nucléosynthèse des éléments chimiques

Bac S 2006 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Déterminer la composition des noyaux d'hélium $^4_2\mathrm{He}$ et $^3_2\mathrm{He}$, ainsi que celle de l'ion $^4_2\mathrm{He}^{2+}$.

Un noyau $^A_Z\mathrm{X}$ contient Z protons et $A-Z$ neutrons.

- $^4_2\mathrm{He}$: 2 protons et $4-2=2$ neutrons.
- $^3_2\mathrm{He}$: 2 protons et $3-2=1$ neutron.
- $^4_2\mathrm{He}^{2+}$: l'atome a perdu ses 2 électrons, le noyau est inchangé.

$^4_2\mathrm{He}$ et $^4_2\mathrm{He}^{2+}$: 2 protons, 2 neutrons ; $^3_2\mathrm{He}$: 2 protons, 1 neutron. L'ion He^{2+} ne possède aucun électron.

COMPRENDRE
La charge d'un ion ne dépend que du nombre d'électrons. L'ion $^4_2\mathrm{He}^{2+}$ se réduit donc à son noyau : c'est la particule α.

1.2 Pourquoi la synthèse d'éléments chimiques plus lourds ne peut-elle pas se faire par des réactions chimiques ?

Un élément chimique est défini par son numéro atomique Z, c'est-à-dire par le nombre de protons de son noyau.

Une réaction chimique ne modifie que les cortèges électroniques : les noyaux restent intacts et les éléments se conservent.

Former un nouvel élément impose de changer Z, donc de transformer le noyau : seule une réaction nucléaire le permet.

2.1 En notant m_{He} la masse d'un noyau d'hélium 4, écrire l'expression littérale de l'énergie $|\Delta E|$ libérée par la fusion de 4 noyaux d'hydrogène.

Données utiles bilan : $4\,^1_1\mathrm{H} \to {}^4_2\mathrm{He} + 2\,^0_1\mathrm{e}$; masses m_p, m_e, m_{He} ; célérité c

L'énergie libérée correspond à la perte de masse du système, d'après la relation d'équivalence masse-énergie :

$$|\Delta E| = |m_{\text{produits}} - m_{\text{réactifs}}|\,c^2$$

La masse diminue au cours de la fusion, donc :

$$|\Delta E| = (4\,m_p - m_{\mathrm{He}} - 2\,m_e)\,c^2$$

PIÈGE
Oublier les deux positons dans la masse des produits, ou le facteur 4 devant m_p. Les masses sont en kg et c en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ pour une énergie en joules.

2.2.1 Montrer que l'énergie totale E_T pouvant être produite par les réactions de fusion dans le Soleil est voisine de 10^{44} J.

Données utiles $M_S = 2\times10^{30}$ kg, dont un dixième d'hydrogène utilisable ; $m_p = 1{,}67\times10^{-27}$ kg ; $|\Delta E| \approx 4\times10^{-12}$ J (2.1)

Masse d'hydrogène disponible : $m = \dfrac{M_S}{10}$.

Nombre de noyaux d'hydrogène : $\dfrac{m}{m_p} = \dfrac{M_S}{10\,m_p}$.

Chaque réaction consomme 4 noyaux ; le nombre de réactions possibles est donc $N = \dfrac{M_S}{10\times 4\,m_p}$.

Énergie totale : $E_T = N\,|\Delta E| = \dfrac{M_S\,|\Delta E|}{40\,m_p}$

$$E_T = \frac{2\times10^{30}\times4\times10^{-12}}{40\times1{,}67\times10^{-27}} = \frac{2}{1{,}67}\times10^{30-12-1+27} \approx 1{,}2\times10^{44}\ \mathrm{J}$$

$E_T \approx 1\times10^{44}$ J : on retrouve bien l'ordre de grandeur 10^{44} J.

PIÈGE
Diviser par m_p sans le facteur 4 : $|\Delta E|$ est l'énergie libérée pour quatre noyaux d'hydrogène, pas pour un seul. Le résultat serait quatre fois trop grand.

COMPRENDRE
M_S et $|\Delta E|$ sont donnés avec un seul chiffre significatif : seul l'ordre de grandeur du résultat a un sens.

MÉTHODE
Sans calculatrice, regrouper d'un côté les nombres ($2\times4\div40\div1{,}67$) et de l'autre les puissances de dix, dont on additionne les exposants.

2.2.2 En déduire la durée Δt nécessaire pour que le Soleil consomme toutes ses réserves d'hydrogène.

Données utiles $E_T \approx 10^{44}$ J (2.2.1) ; énergie libérée par an : $E_S \approx 10^{34}$ J · an^{-1}

Le Soleil libère l'énergie E_S chaque année ; la réserve E_T est épuisée au bout de :

$$\Delta t = \frac{E_T}{E_S} = \frac{10^{44}}{10^{34}}$$

$\Delta t \approx 10^{10}$ ans, soit environ dix milliards d'années.

COMPRENDRE
Le Soleil a environ 4,6 milliards d'années : il en est à peu près à la moitié de cette phase de fusion de l'hydrogène.

3.1 À l'aide de la loi de décroissance radioactive, démontrer la relation $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

Loi de décroissance radioactive : $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Donc $N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

PIÈGE
Une démonstration part de la définition de la demi-vie, écrite explicitement. Poser directement $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$ ne rapporte pas les points.

3.2 Calculer le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du béryllium 8.

Données utiles $\lambda \approx 1 \times 10^{16}$ s^{-1} ; aide au calcul : $\ln 2 \approx 0{,}7$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}7}{1 \times 10^{16}} = 0{,}7 \times 10^{-16}\ \text{s}$$

$t_{1/2} \approx 7 \times 10^{-17}$ s

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif, comme λ. Cette demi-vie est extrêmement brève : le béryllium 8 disparaît presque aussitôt formé.

3.3 En déduire le rapport $\dfrac{N(t_1)}{N_0}$ à la date $t_1 = 1{,}4 \times 10^{-16}$ s.

Données utiles $t_{1/2} \approx 7 \times 10^{-17}$ s (3.2)

$\dfrac{t_1}{t_{1/2}} = \dfrac{1{,}4 \times 10^{-16}}{0{,}7 \times 10^{-16}} = 2$: la date t_1 correspond à deux demi-vies.

À chaque demi-vie, le nombre de noyaux restants est divisé par 2 ; après deux demi-vies il est divisé par $2^2 = 4$.

$$\frac{N(t_1)}{N_0} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

MÉTHODE
Après n demi-vies, il reste $\dfrac{N_0}{2^n}$ noyaux.
Comparer d'abord la date à $t_{1/2}$ évite le calcul d'une exponentielle, impossible sans calculatrice.

4.1 Donner l'expression littérale de l'énergie de liaison par nucléon $\frac{E_\ell}{A}$ du noyau de fer $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ en fonction de m_n, m_p, m_{Fe} et c.

Le noyau $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ contient $Z = 26$ protons et $A - Z = 56 - 26 = 30$ neutrons.

Sa masse est inférieure à la somme des masses de ses nucléons séparés ; le défaut de masse vaut $\Delta m = 26\,m_p + 30\,m_n - m_{\mathrm{Fe}}$.

Énergie de liaison : $E_\ell = \Delta m\,c^2$. On divise par le nombre de nucléons $A = 56$:

$$\frac{E_\ell}{A} = \frac{(26\,m_p + 30\,m_n - m_{\mathrm{Fe}})\,c^2}{56}$$

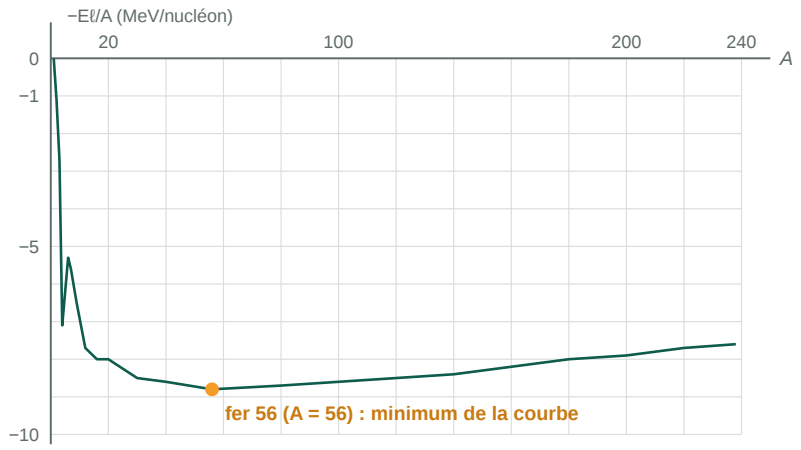
PIÈGE
Inverser le signe du défaut de masse : l'énergie de liaison est positive, c'est l'énergie à fournir au noyau au repos pour séparer tous ses nucléons.

4.2 Indiquer sur la courbe d'Aston de l'annexe le point correspondant au noyau de fer 56.

Le fer 56 a pour nombre de masse $A = 56$: son point se trouve sur la courbe, à l'abscisse 56, entre les graduations 40 et 60.

Le point du fer 56 est au creux de la courbe d'Aston, à l'abscisse $A = 56$ et à l'ordonnée $-\frac{E_\ell}{A} \approx -8{,}8$ MeV par nucléon.

COMPRENDRE
L'ordonnée de la courbe est $-\frac{E_\ell}{A}$: plus un point est bas, plus les nucléons sont liés et plus le noyau est stable. Le fer 56 fait partie des noyaux les plus stables.



4.2 · Annexe complétée : position du noyau de fer 56 sur la courbe d'Aston

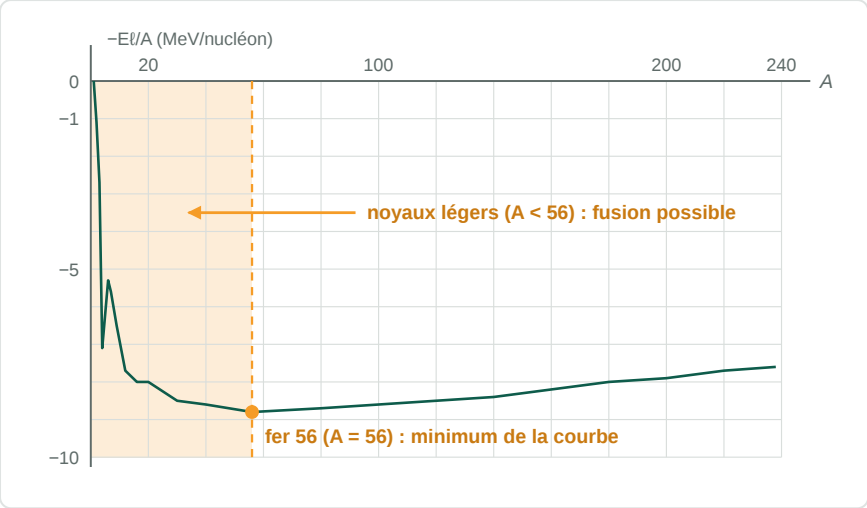
4.3 En s'aidant de la courbe d'Aston, dire où se situent les noyaux capables de libérer de l'énergie lors d'une réaction de fusion.

Une fusion assemble deux noyaux légers en un noyau plus lourd. Elle libère de l'énergie si le noyau formé est plus stable que les noyaux de départ, donc situé plus bas sur la courbe.

Cela n'est possible que sur la partie descendante de la courbe, avant le minimum.

Les noyaux susceptibles de fusionner en libérant de l'énergie sont les noyaux légers, situés à gauche du fer 56 (environ $A < 56$).

COMPRENDRE
À droite du minimum, c'est l'inverse : les noyaux lourds libèrent de l'énergie en se cassant (fission). Les éléments plus lourds que le fer ne sont donc pas produits par des fusions qui libèrent de l'énergie.



4.3 · Courbe d'Aston : les noyaux susceptibles de fusionner sont à gauche du fer 56

5.1 Écrire l'équation de la désintégration radioactive du cobalt $^{56}_{27}\mathrm{Co}$ en fer $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ et nommer la particule formée.

On note $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ la particule émise : $^{56}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Conservation du nombre de nucléons : $56 = 56 + A$, donc $A = 0$.

Conservation de la charge électrique : $27 = 26 + Z$, donc $Z = 1$.

La particule porte une charge $+e$ et ne contient aucun nucléon : c'est un positon $^{0}_{1}\mathrm{e}$.

$^{56}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$: la particule formée est un positon (radioactivité β^+).

PIÈGE
Confondre avec l'électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$ de la radioactivité β^- : la charge ne serait plus conservée, puisque $27 \neq 26 - 1$.

5.2.1 Quelle est l'origine du rayonnement d'énergie 1238 keV émis par le fer ?

Le noyau de fer issu de la désintégration du cobalt est formé dans un état excité, noté $^{56}_{26}\mathrm{Fe}^*$. Il revient vers un état de plus basse énergie en émettant un photon :

$$^{56}_{26}\mathrm{Fe}^* \rightarrow {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} + \gamma$$

Le rayonnement provient de la désexcitation du noyau de fer 56, qui cède son excédent d'énergie sous forme d'un photon.

5.2.2 Ce rayonnement a une énergie bien déterminée. Que peut-on en déduire concernant les niveaux d'énergie du noyau de fer ?

L'énergie du photon émis est égale à la différence d'énergie entre le niveau de départ et le niveau d'arrivée du noyau. Si elle ne prend qu'une valeur précise, ces niveaux ont eux-mêmes des valeurs précises.

Les niveaux d'énergie du noyau de fer sont quantifiés : l'énergie du noyau ne peut prendre que certaines valeurs discrètes.

COMPRENDRE
C'est la même idée que pour les raies d'émission d'un atome, mais les écarts entre niveaux d'un noyau se comptent en MeV, contre quelques eV pour le cortège électronique.

5.2.3 Ce rayonnement est-il un rayonnement X ou γ ? Justifier à l'aide de la gamme de longueurs d'onde de la figure 1.

Données utiles $E = 1238$ keV ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; aide au calcul : $\dfrac{3{,}00 \times 6{,}63}{1{,}238} = 16$

Énergie d'un photon : $E = h\nu = \dfrac{h\,c}{\lambda}$, donc $\lambda = \dfrac{h\,c}{E}$.

Conversion : $E = 1238\ \text{keV} = 1{,}238 \times 10^{6} \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J.

$$\lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}238 \times 10^{6} \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$$

On regroupe les nombres et les puissances de dix, puis on utilise l'aide au calcul :

$$\lambda = \frac{3{,}00 \times 6{,}63}{1{,}238} \times \frac{10^{-26}}{1{,}60 \times 10^{-13}} = \frac{16}{1{,}60} \times 10^{-13}\ \text{m}$$

$\lambda = 1{,}0 \times 10^{-12}$ m, valeur inférieure à 10^{-11} m, limite entre les rayons X et les rayons γ sur la figure 1.

$\lambda \approx 1{,}0 \times 10^{-12}\ \text{m} < 10^{-11}\ \text{m}$: il s'agit d'un rayonnement γ.

PIÈGE

Laisser l'énergie en keV : il faut la convertir en joules ($1\ \text{keV} = 10^{3}$ eV). Parmi les trois aides au calcul, une seule correspond au quotient $\dfrac{h\,c}{E}$.

COMPRENDRE

L'aide au calcul arrondit à 16 : la longueur d'onde est donnée avec deux chiffres significatifs. Ce résultat est cohérent : un noyau qui se désexcite émet un rayonnement γ.

La vie d'une bulle

Bac S 2006 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Donner la direction et le sens de la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$ qui s'exerce sur une bulle de volume V_0 dans la boisson.

$\vec{F}_A$ est **verticale** et dirigée **vers le haut**.

COMPRENDRE
La poussée d'Archimède est toujours opposée au poids du fluide déplacé : elle a la direction du poids, mais le sens contraire.

1.2 Donner l'expression littérale de la valeur de la poussée d'Archimède en fonction du volume V_0 de la bulle.

La valeur de la poussée d'Archimède est celle du poids du liquide dont la bulle prend la place, soit un volume V_0 de liquide de masse volumique ρ_e.

$$F_A = \rho_e V_0 g$$

PIÈGE
Écrire ρ_{dc} à la place de ρ_e. La masse volumique qui intervient est celle du fluide déplacé (la boisson), pas celle du gaz contenu dans la bulle.

2.1.1 Montrer que le poids P_0 de la bulle a une valeur négligeable devant celle de la poussée d'Archimède en calculant le rapport $\frac{P_0}{F_A}$.

Données utiles $\rho_e = 1{,}0 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $\rho_{dc} = 1{,}8\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $F_A = \rho_e V_0 g$ (1.2)

La bulle contient du dioxyde de carbone : sa masse est $m = \rho_{dc} V_0$ et son poids $P_0 = \rho_{dc} V_0 g$.

$$\frac{P_0}{F_A} = \frac{\rho_{dc} V_0 g}{\rho_e V_0 g} = \frac{\rho_{dc}}{\rho_e} = \frac{1{,}8}{1{,}0 \times 10^3} = 1{,}8 \times 10^{-3}$$

$\frac{P_0}{F_A} = 1{,}8 \times 10^{-3} \ll 1$: le poids est environ 560 fois plus petit que la poussée d'Archimède, il est négligeable.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les deux masses volumiques. Le rapport ne dépend ni de V_0 ni de g : le résultat reste vrai quand la bulle grossit.

MÉTHODE
Pour comparer deux forces, former leur rapport littéral et simplifier avant le calcul. Sans calculatrice, il ne reste ici qu'une division par 10^3.

2.1.2 En utilisant la deuxième loi de Newton, établir l'expression de la coordonnée a_z du vecteur accélération de la bulle en fonction de ρ_e, ρ_{dc} et g.

Système {bulle}, de masse $m = \rho_{dc} V_0$ constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces : la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$; le poids est négligé (2.1.1) et il n'y a pas de frottement.

Deuxième loi de Newton : $\vec{F}_A = m\vec{a}$.

En projection sur l'axe (Oz), orienté vers le haut : $\rho_e V_0 g = \rho_{dc} V_0 a_z$

$$a_z = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}} g$$

PIÈGE
Confondre les deux masses volumiques : ρ_e vient de la force (liquide déplacé), ρ_{dc} vient de la masse de la bulle (gaz).

COMPRENDRE
Sans négliger le poids, on trouverait $a_z = \left(\frac{\rho_e}{\rho_{dc}} - 1\right) g$: la différence est de moins de 0,2 %.

2.1.3 En déduire l'expression de la valeur de la vitesse de la bulle en fonction du temps.

Données utiles $v_0 = 0$ à $t_0 = 0$; a_z (2.1.2)

$a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$ est constante : par intégration, $v_z(t) = \dfrac{\rho_e}{\rho_{dc}}\, g\, t + C$.

Condition initiale : $v_z(0) = 0$, donc $C = 0$.

La bulle monte dans le sens de l'axe : $v_z > 0$, donc $v = v_z$.

$$\boxed{v(t) = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}}\, g\, t}$$

MÉTHODE
Toute primitive s'écrit avec une constante, que l'on détermine avec la condition initiale. L'écrire puis montrer qu'elle est nulle fait partie de la réponse attendue.

2.1.4 Montrer que la durée t_S théoriquement nécessaire pour que la bulle atteigne la surface avec la vitesse v_S est alors d'environ trente microsecondes.

Données utiles $v_S = 15\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$; $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $\rho_e = 1{,}0 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $\rho_{dc} = 1{,}8\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

À la date t_S : $v(t_S) = v_S$, soit $v_S = \dfrac{\rho_e}{\rho_{dc}}\, g\, t_S$, donc $t_S = \dfrac{v_S\, \rho_{dc}}{\rho_e\, g}$.

Avec $v_S = 1{,}5 \times 10^{-1}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$:

$$t_S = \frac{1{,}5 \times 10^{-1} \times 1{,}8}{1{,}0 \times 10^3 \times 10} = 2{,}7 \times 10^{-5}\ \mathrm{s}$$

$\boxed{t_S = 2{,}7 \times 10^{-5}\ \mathrm{s} = 27\ \mu\mathrm{s}}$, soit environ $30\ \mu$s comme annoncé.

PIÈGE
Laisser v_S en $\mathrm{cm \cdot s^{-1}}$: le résultat serait cent fois trop grand.

MÉTHODE
Sans calculatrice : $1{,}5 \times 1{,}8 = 2{,}7$, puis les puissances de dix à part, $10^{-1} \div 10^4 = 10^{-5}$.

2.1.5 Cette valeur correspond-elle aux observations de la vie quotidienne ? Conclure quant à la validité du modèle proposé.

Données utiles $t_S \approx 30\ \mu$s (2.1.4)

Non. Dans un verre, on suit à l'œil nu la montée d'une bulle : elle dure de l'ordre de la seconde, et non quelques dizaines de microsecondes.

Le modèle sans frottement **n'est pas valide** : il prévoit une montée beaucoup trop rapide.

COMPRENDRE
Avec ce modèle, l'accélération vaudrait $\dfrac{\rho_e}{\rho_{dc}}\, g \approx 5{,}6 \times 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, plus de 500 fois g. Une force s'opposant au mouvement a forcément été oubliée.

2.2.1 Représenter schématiquement, sans souci d'échelle, les forces non négligeables qui s'exercent sur la bulle en mouvement après son décollement.

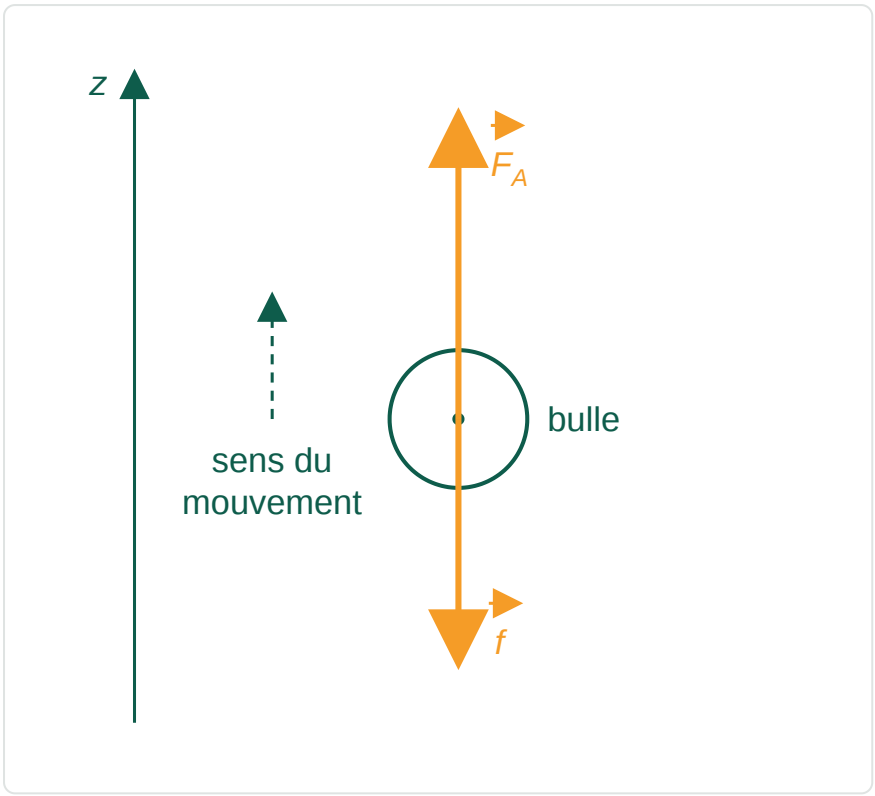
Le poids étant négligeable (2.1.1), deux forces s'exercent sur la bulle :

- la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$, verticale, vers le haut ;
- la force de frottement $\vec{f} = -k\,\vec{v}$, de sens opposé à la vitesse : verticale, vers le bas.

Schéma : $\vec{F}_A$ vers le haut, $\vec{f}$ vers le bas, toutes deux tracées à partir du centre de la bulle.

PIÈGE
Dessiner le poids : la question demande seulement les forces non négligeables. Ne pas représenter non plus la vitesse comme une force.

COMPRENDRE
Tant que la bulle accélère vers le haut, $F_A > f$: on peut tracer $\vec{F}_A$ plus longue que $\vec{f}$.



2.2.1 · Forces non négligeables sur la bulle pendant sa remontée

2.2.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la vitesse de la bulle s'écrit $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{k\,v}{\rho_{dc}\,V_0} = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}}\,g$.

Système {bulle}, de masse $m = \rho_{dc}\,V_0$; référentiel terrestre supposé galiléen ; forces : $\vec{F}_A$ et $\vec{f}$ (2.2.1).

Deuxième loi de Newton : $\vec{F}_A + \vec{f} = m\,\vec{a}$.

En projection sur (Oz), avec $f_z = -k\,v_z$ et $a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$:

$$\rho_e\,V_0\,g - k\,v_z = \rho_{dc}\,V_0\,\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$$

On divise par $\rho_{dc}\,V_0$ et on regroupe les termes en v_z à gauche. Comme la bulle monte, $v_z = v$:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{k\,v}{\rho_{dc}\,V_0} = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}}\,g}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » de la force de frottement en projetant, ou diviser par $\rho_e V_0$: la masse de la bulle est $\rho_{dc} V_0$.

2.2.3 En déduire l'expression littérale de la vitesse limite v_{lim} atteinte par la bulle.

Quand la vitesse limite est atteinte, v ne varie plus : $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation différentielle devient $\frac{k\,v_{lim}}{\rho_{dc}\,V_0} = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}}\,g$.

$$\boxed{v_{lim} = \frac{\rho_e\,V_0\,g}{k}}$$

COMPRENDRE
Cela revient à écrire $F_A = f$: à la vitesse limite, les deux forces se compensent et le mouvement devient rectiligne uniforme.

2.2.4 L'application numérique donne v_{lim} voisin de $1\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Compte tenu de cette valeur, conclure quant à la validité du modèle proposé.

Données utiles $v_S \approx 15\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$

Avec ce modèle, la vitesse de la bulle ne peut pas dépasser $v_{lim} \approx 1\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1} = 0{,}1\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Or la bulle arrive à la surface avec $v_S \approx 15\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, soit une vitesse environ 150 fois plus grande.

Le modèle avec frottement et volume constant **n'est pas valide** : il prévoit une montée beaucoup trop lente.

MÉTHODE
Valider un modèle, c'est comparer sa prévision à une mesure, dans la même unité, et chiffrer l'écart. Le premier modèle était trop rapide, le second est trop lent.

2.3.1 En s'aidant d'une phrase du texte introductif à la partie 1, expliquer pourquoi le volume de la bulle augmente si fortement lors de sa remontée.

Le texte indique que les bulles « vont s'enrichir continûment en gaz au cours de leur remontée » : du dioxyde de carbone dissous dans la boisson passe dans la bulle pendant toute l'ascension.

La quantité de matière de gaz dans la bulle **n'est pas constante**, elle augmente : c'est ce qui fait grossir fortement la bulle.

COMPRENDRE
À pression et température presque constantes, le volume d'un gaz est proportionnel à sa quantité de matière : un volume multiplié par un très grand nombre impose une quantité de gaz multipliée d'autant.

2.3.2 Sachant que le coefficient k augmente avec le rayon de la bulle, préciser qualitativement l'influence de la variation du volume de la bulle sur chacune des forces qui s'exercent sur elle au cours de la remontée.

Poussée d'Archimède : $F_A = \rho_e\, V\, g$ est proportionnelle au volume V de la bulle. Quand V augmente, F_A augmente.

Force de frottement : $f = k\,v$. Le volume $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$ augmente, donc le rayon r augmente et k aussi. À vitesse donnée, f augmente.

Les deux forces, poussée d'Archimède et frottement, **augmentent** quand la bulle grossit.

PIÈGE
Parler du poids : l'énoncé rappelle qu'il reste négligeable. Seules la poussée d'Archimède et la force de frottement sont à discuter.

COMPRENDRE
Le volume croît comme r^3 : la poussée augmente plus vite que le frottement, ce qui permet à la bulle d'accélérer jusqu'à la surface.

3.1 Malgré l'utilisation de la caméra ultra-rapide, pourquoi ne peut-on pas obtenir d'images du film liquide en train de se rompre ?

Données utiles caméra : 2000 images par seconde ; rupture du film : quelques dizaines de microsecondes

Durée entre deux images consécutives : $\Delta t = \dfrac{1}{2000} = 5{,}0\times10^{-4}\ \text{s} = 500\ \mu\text{s}$.

La calotte disparaît en quelques dizaines de microsecondes, soit une durée au moins dix fois plus courte que Δt.

La rupture se produit entièrement entre deux images : la caméra enregistre le film intact, puis le cratère, mais pas la rupture.

PIÈGE
Invoquer la résolution spatiale : elle est suffisante (de l'ordre du micromètre). C'est la cadence de prise de vue qui est trop faible.

MÉTHODE
Pour filmer un phénomène, il faut plusieurs images pendant sa durée. On compare donc toujours la durée du phénomène à l'intervalle de temps entre deux images.

3.2 L'onde circulaire créée est-elle longitudinale ou transversale ? Justifier.

L'onde se propage horizontalement, à la surface du liquide. Sur son passage, chaque point de la surface se soulève puis s'abaisse : la perturbation est verticale.

La perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation : l'onde est **transversale**.

COMPRENDRE
Une onde longitudinale aurait une perturbation parallèle à la direction de propagation, comme les compressions de l'air dans une onde sonore.