Nucléosynthèse des éléments chimiques

Bac S 2006 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Déterminer la composition des noyaux d'hélium $^4_2\mathrm{He}$ et $^3_2\mathrm{He}$, ainsi que celle de l'ion $^4_2\mathrm{He}^{2+}$.

Un noyau $^A_Z\mathrm{X}$ contient Z protons et $A-Z$ neutrons.

- $^4_2\mathrm{He}$: 2 protons et $4-2=2$ neutrons.
- $^3_2\mathrm{He}$: 2 protons et $3-2=1$ neutron.
- $^4_2\mathrm{He}^{2+}$: l'atome a perdu ses 2 électrons, le noyau est inchangé.

$^4_2\mathrm{He}$ et $^4_2\mathrm{He}^{2+}$: 2 protons, 2 neutrons ; $^3_2\mathrm{He}$: 2 protons, 1 neutron. L'ion He^{2+} ne possède aucun électron.

COMPRENDRE
La charge d'un ion ne dépend que du nombre d'électrons. L'ion $^4_2\mathrm{He}^{2+}$ se réduit donc à son noyau : c'est la particule α.

1.2 Pourquoi la synthèse d'éléments chimiques plus lourds ne peut-elle pas se faire par des réactions chimiques ?

Un élément chimique est défini par son numéro atomique Z, c'est-à-dire par le nombre de protons de son noyau.

Une réaction chimique ne modifie que les cortèges électroniques : les noyaux restent intacts et les éléments se conservent.

Former un nouvel élément impose de changer Z, donc de transformer le noyau : seule une réaction nucléaire le permet.

2.1 En notant m_{He} la masse d'un noyau d'hélium 4, écrire l'expression littérale de l'énergie $|\Delta E|$ libérée par la fusion de 4 noyaux d'hydrogène.

Données utiles bilan : $4\,^1_1\mathrm{H} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + 2\,^0_1\mathrm{e}$; masses m_p, m_e, m_{He} ; célérité c

L'énergie libérée correspond à la perte de masse du système, d'après la relation d'équivalence masse-énergie :

$$|\Delta E| = |m_{\text{produits}} - m_{\text{réactifs}}|\,c^2$$

La masse diminue au cours de la fusion, donc :

$$|\Delta E| = (4\,m_p - m_{\mathrm{He}} - 2\,m_e)\,c^2$$

PIÈGE
Oublier les deux positons dans la masse des produits, ou le facteur 4 devant m_p. Les masses sont en kg et c en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ pour une énergie en joules.

2.2.1 Montrer que l'énergie totale E_T pouvant être produite par les réactions de fusion dans le Soleil est voisine de 10^{44} J.

Données utiles $M_S = 2\times10^{30}$ kg, dont un dixième d'hydrogène utilisable ; $m_p = 1{,}67\times10^{-27}$ kg ; $|\Delta E| \approx 4\times10^{-12}$ J (2.1)

Masse d'hydrogène disponible : $m = \dfrac{M_S}{10}$.

Nombre de noyaux d'hydrogène : $\dfrac{m}{m_p} = \dfrac{M_S}{10\,m_p}$.

Chaque réaction consomme 4 noyaux ; le nombre de réactions possibles est donc $N = \dfrac{M_S}{10\times 4\,m_p}$.

Énergie totale : $E_T = N\,|\Delta E| = \dfrac{M_S\,|\Delta E|}{40\,m_p}$

$$E_T = \frac{2\times10^{30}\times4\times10^{-12}}{40\times1{,}67\times10^{-27}} = \frac{2}{1{,}67}\times10^{30-12-1+27} \approx 1{,}2\times10^{44}\ \mathrm{J}$$

$E_T \approx 1\times10^{44}$ J : on retrouve bien l'ordre de grandeur 10^{44} J.

PIÈGE
Diviser par m_p sans le facteur 4 : $|\Delta E|$ est l'énergie libérée pour quatre noyaux d'hydrogène, pas pour un seul. Le résultat serait quatre fois trop grand.

COMPRENDRE
M_S et $|\Delta E|$ sont donnés avec un seul chiffre significatif : seul l'ordre de grandeur du résultat a un sens.

MÉTHODE
Sans calculatrice, regrouper d'un côté les nombres ($2\times4\div40\div1{,}67$) et de l'autre les puissances de dix, dont on additionne les exposants.

2.2.2 En déduire la durée Δt nécessaire pour que le Soleil consomme toutes ses réserves d'hydrogène.

Données utiles $E_T \approx 10^{44}$ J (2.2.1) ; énergie libérée par an : $E_S \approx 10^{34}$ J · an^{-1}

Le Soleil libère l'énergie E_S chaque année ; la réserve E_T est épuisée au bout de :

$$\Delta t = \frac{E_T}{E_S} = \frac{10^{44}}{10^{34}}$$

$\Delta t \approx 10^{10}$ ans, soit environ dix milliards d'années.

COMPRENDRE
Le Soleil a environ 4,6 milliards d'années : il en est à peu près à la moitié de cette phase de fusion de l'hydrogène.

3.1 À l'aide de la loi de décroissance radioactive, démontrer la relation $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

Loi de décroissance radioactive : $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Donc $N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

PIÈGE
Une démonstration part de la définition de la demi-vie, écrite explicitement. Poser directement $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$ ne rapporte pas les points.

3.2 Calculer le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du béryllium 8.

Données utiles $\lambda \approx 1 \times 10^{16}$ s^{-1} ; aide au calcul : $\ln 2 \approx 0{,}7$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}7}{1 \times 10^{16}} = 0{,}7 \times 10^{-16}\ \text{s}$$

$t_{1/2} \approx 7 \times 10^{-17}$ s

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif, comme λ. Cette demi-vie est extrêmement brève : le béryllium 8 disparaît presque aussitôt formé.

3.3 En déduire le rapport $\dfrac{N(t_1)}{N_0}$ à la date $t_1 = 1{,}4 \times 10^{-16}$ s.

Données utiles $t_{1/2} \approx 7 \times 10^{-17}$ s (3.2)

$\dfrac{t_1}{t_{1/2}} = \dfrac{1{,}4 \times 10^{-16}}{0{,}7 \times 10^{-16}} = 2$: la date t_1 correspond à deux demi-vies.

À chaque demi-vie, le nombre de noyaux restants est divisé par 2 ; après deux demi-vies il est divisé par $2^2 = 4$.

$$\frac{N(t_1)}{N_0} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

MÉTHODE
Après n demi-vies, il reste $\dfrac{N_0}{2^n}$ noyaux.
Comparer d'abord la date à $t_{1/2}$ évite le calcul d'une exponentielle, impossible sans calculatrice.

4.1 Donner l'expression littérale de l'énergie de liaison par nucléon $\frac{E_\ell}{A}$ du noyau de fer $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ en fonction de m_n, m_p, m_{Fe} et c.

Le noyau $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ contient $Z = 26$ protons et $A - Z = 56 - 26 = 30$ neutrons.

Sa masse est inférieure à la somme des masses de ses nucléons séparés ; le défaut de masse vaut $\Delta m = 26\,m_p + 30\,m_n - m_{\mathrm{Fe}}$.

Énergie de liaison : $E_\ell = \Delta m\,c^2$. On divise par le nombre de nucléons $A = 56$:

$$\frac{E_\ell}{A} = \frac{(26\,m_p + 30\,m_n - m_{\mathrm{Fe}})\,c^2}{56}$$

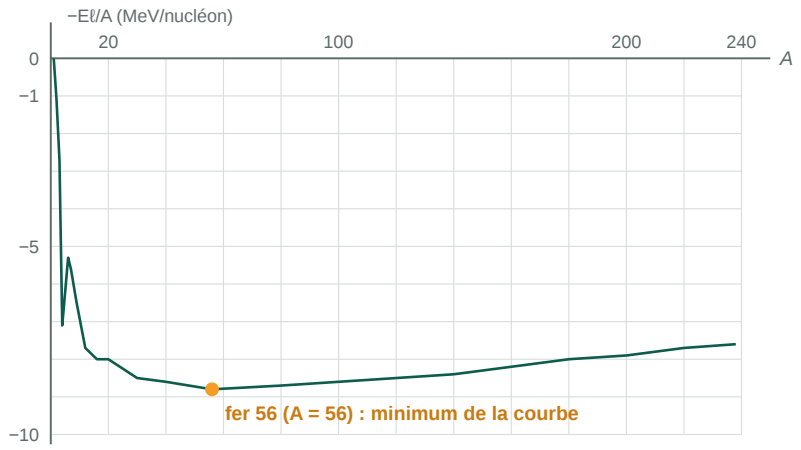
PIÈGE
Inverser le signe du défaut de masse : l'énergie de liaison est positive, c'est l'énergie à fournir au noyau au repos pour séparer tous ses nucléons.

4.2 Indiquer sur la courbe d'Aston de l'annexe le point correspondant au noyau de fer 56.

Le fer 56 a pour nombre de masse $A = 56$: son point se trouve sur la courbe, à l'abscisse 56, entre les graduations 40 et 60.

Le point du fer 56 est au creux de la courbe d'Aston, à l'abscisse $A = 56$ et à l'ordonnée $-\frac{E_\ell}{A} \approx -8{,}8$ MeV par nucléon.

COMPRENDRE
L'ordonnée de la courbe est $-\frac{E_\ell}{A}$: plus un point est bas, plus les nucléons sont liés et plus le noyau est stable. Le fer 56 fait partie des noyaux les plus stables.



4.2 · Annexe complétée : position du noyau de fer 56 sur la courbe d'Aston

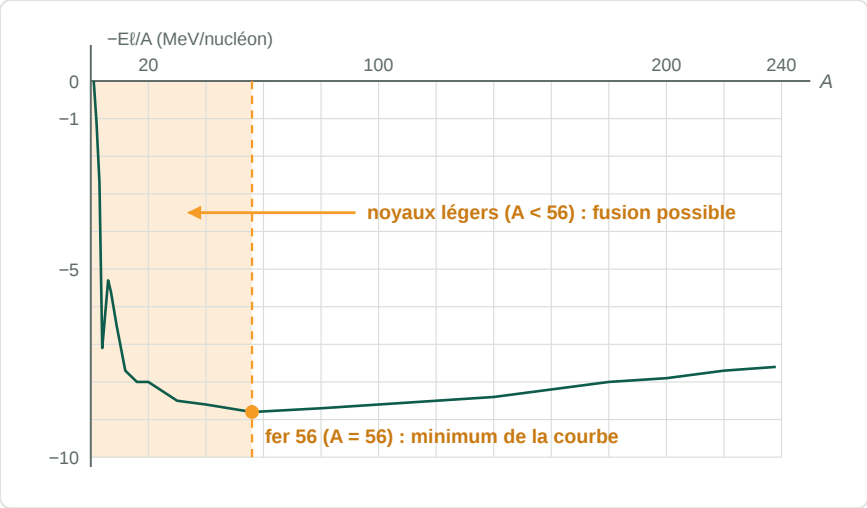
4.3 En s'aidant de la courbe d'Aston, dire où se situent les noyaux capables de libérer de l'énergie lors d'une réaction de fusion.

Une fusion assemble deux noyaux légers en un noyau plus lourd. Elle libère de l'énergie si le noyau formé est plus stable que les noyaux de départ, donc situé plus bas sur la courbe.

Cela n'est possible que sur la partie descendante de la courbe, avant le minimum.

Les noyaux susceptibles de fusionner en libérant de l'énergie sont les noyaux légers, situés à gauche du fer 56 (environ $A < 56$).

COMPRENDRE
À droite du minimum, c'est l'inverse : les noyaux lourds libèrent de l'énergie en se cassant (fission). Les éléments plus lourds que le fer ne sont donc pas produits par des fusions qui libèrent de l'énergie.



4.3 · Courbe d'Aston : les noyaux susceptibles de fusionner sont à gauche du fer 56

5.1 Écrire l'équation de la désintégration radioactive du cobalt $^{56}_{27}\mathrm{Co}$ en fer $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ et nommer la particule formée.

On note $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ la particule émise : $^{56}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Conservation du nombre de nucléons : $56 = 56 + A$, donc $A = 0$.

Conservation de la charge électrique : $27 = 26 + Z$, donc $Z = 1$.

La particule porte une charge $+e$ et ne contient aucun nucléon : c'est un positon $^{0}_{1}\mathrm{e}$.

$^{56}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$: la particule formée est un positon (radioactivité β^+).

PIÈGE
Confondre avec l'électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$ de la radioactivité β^- : la charge ne serait plus conservée, puisque $27 \neq 26 - 1$.

5.2.1 Quelle est l'origine du rayonnement d'énergie 1238 keV émis par le fer ?

Le noyau de fer issu de la désintégration du cobalt est formé dans un état excité, noté $^{56}_{26}\mathrm{Fe}^*$. Il revient vers un état de plus basse énergie en émettant un photon :

$$^{56}_{26}\mathrm{Fe}^* \rightarrow {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} + \gamma$$

Le rayonnement provient de la désexcitation du noyau de fer 56, qui cède son excédent d'énergie sous forme d'un photon.

5.2.2 Ce rayonnement a une énergie bien déterminée. Que peut-on en déduire concernant les niveaux d'énergie du noyau de fer ?

L'énergie du photon émis est égale à la différence d'énergie entre le niveau de départ et le niveau d'arrivée du noyau. Si elle ne prend qu'une valeur précise, ces niveaux ont eux-mêmes des valeurs précises.

Les niveaux d'énergie du noyau de fer sont quantifiés : l'énergie du noyau ne peut prendre que certaines valeurs discrètes.

COMPRENDRE
C'est la même idée que pour les raies d'émission d'un atome, mais les écarts entre niveaux d'un noyau se comptent en MeV, contre quelques eV pour le cortège électronique.

5.2.3 Ce rayonnement est-il un rayonnement X ou γ ? Justifier à l'aide de la gamme de longueurs d'onde de la figure 1.

Données utiles $E = 1238$ keV ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; aide au calcul : $\dfrac{3{,}00 \times 6{,}63}{1{,}238} = 16$

Énergie d'un photon : $E = h\nu = \dfrac{h\,c}{\lambda}$, donc $\lambda = \dfrac{h\,c}{E}$.

Conversion : $E = 1238\ \text{keV} = 1{,}238 \times 10^{6} \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J.

$$\lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}238 \times 10^{6} \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$$

On regroupe les nombres et les puissances de dix, puis on utilise l'aide au calcul :

$$\lambda = \frac{3{,}00 \times 6{,}63}{1{,}238} \times \frac{10^{-26}}{1{,}60 \times 10^{-13}} = \frac{16}{1{,}60} \times 10^{-13}\ \text{m}$$

$\lambda = 1{,}0 \times 10^{-12}$ m, valeur inférieure à 10^{-11} m, limite entre les rayons X et les rayons γ sur la figure 1.

$\lambda \approx 1{,}0 \times 10^{-12}\ \text{m} < 10^{-11}\ \text{m}$: il s'agit d'un rayonnement γ.

PIÈGE

Laisser l'énergie en keV : il faut la convertir en joules ($1\ \text{keV} = 10^{3}$ eV). Parmi les trois aides au calcul, une seule correspond au quotient $\dfrac{h\,c}{E}$.

COMPRENDRE

L'aide au calcul arrondit à 16 : la longueur d'onde est donnée avec deux chiffres significatifs. Ce résultat est cohérent : un noyau qui se désexcite émet un rayonnement γ.