La houle

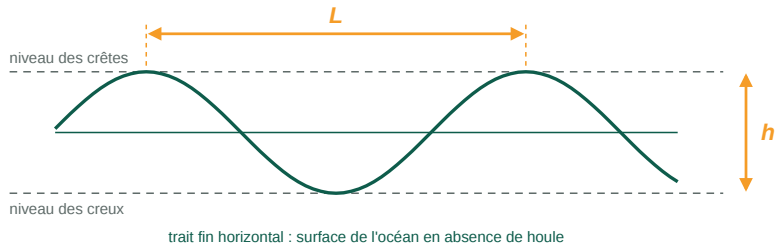
Bac S 2006 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Placer sur le schéma de l'annexe les paramètres « hauteur » et « longueur ».

D'après le texte, la hauteur h est la distance verticale entre le sommet d'une crête et le fond d'un creux ; la longueur L est la distance horizontale entre deux crêtes successives.

Voir l'annexe complétée : h entre les deux lignes pointillées, L d'une crête à la suivante.

PIÈGE
Mesurer h à partir de la surface au repos : on obtiendrait l'amplitude, soit $h/2$. La hauteur va du creux à la crête.



1.1 · Annexe complétée : hauteur h (de la crête au creux) et longueur L (entre deux crêtes successives)

1.2 À quelle grandeur spatiale caractéristique d'un phénomène ondulatoire le terme « longueur » est-il associé ? Quelle est sa définition ?

La longueur L du texte est la **longueur d'onde** λ de la houle (période spatiale).

C'est la plus petite distance, mesurée le long de la direction de propagation, entre deux points du milieu qui vibrent en phase. C'est aussi la distance parcourue par l'onde pendant une période T.

$L = \lambda$: longueur d'onde, en mètre.

COMPRENDRE
Deux crêtes successives sont bien deux points dans le même état vibratoire au même instant : leur écart est la longueur d'onde.

1.3 Quelle grandeur temporelle permet de caractériser une onde mécanique ? Quelle est sa définition ?

C'est la **période** T (période temporelle), en seconde.

La période est la plus petite durée au bout de laquelle un point du milieu retrouve le même état vibratoire : ici, la durée qui sépare le passage de deux crêtes successives en un même point.

Période T : durée d'une oscillation complète d'un point de la surface.

COMPRENDRE
La fréquence $f = 1/T$ caractérise aussi l'onde dans le temps : elle est imposée par la source et ne change pas au cours de la propagation.

2.1 Donner l'expression reliant la hauteur h des vagues, leur longueur L et leur cambrure C_a.

La cambrure est le rapport de la hauteur sur la longueur :

$$C_a = \frac{h}{L}$$

COMPRENDRE
Rapport de deux longueurs : la cambrure n'a pas d'unité.

2.2 Déterminer la longueur des vagues pour les degrés 6, 8, 10 et 12 de l'échelle de Beaufort et placer les valeurs dans le tableau de l'annexe.

Données utiles $C_a = \frac{1}{7}$; hauteurs du tableau de l'annexe : $h_6 = 3{,}00$ m ; $h_8 = 5{,}50$ m ; $h_{10} = 9{,}00$ m ; $h_{12} = 14{,}0$ m

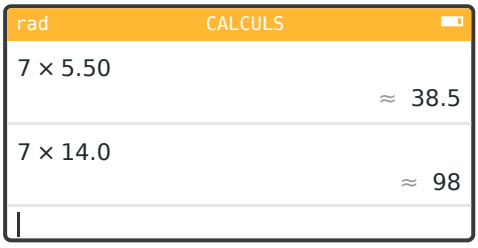
$$L = \frac{h}{C_a} = 7\,h$$

- degré 6 : $L = 7 \times 3{,}00 = 21{,}0$ m
- degré 8 : $L = 7 \times 5{,}50 = 38{,}5$ m
- degré 10 : $L = 7 \times 9{,}00 = 63{,}0$ m
- degré 12 : $L = 7 \times 14{,}0 = 98{,}0$ m

$L_6 = 21{,}0$ m ; $L_8 = 38{,}5$ m ; $L_{10} = 63{,}0$ m ; $L_{12} = 98{,}0$ m (tableau complété : voir 3.3)

COMPRENDRE
Le facteur 7 est un nombre exact : les résultats gardent les trois chiffres significatifs des hauteurs de l'annexe, comme les longueurs déjà inscrites (14,0 ; 28,0…).

À LA CALCULATRICE



3.1 Donner l'expression reliant la longueur L de la question 1.2, la célérité v de l'onde et sa période T.

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde, à la célérité v , pendant une période T :

$L = v\,T$

MÉTHODE
Vérifier l'homogénéité : $\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1} \times \mathrm{s} = \mathrm{m}$.

3.2 En déduire l'expression reliant la longueur L, la célérité v et la fréquence f de l'onde.

La fréquence est l'inverse de la période : $f = \frac{1}{T}$, donc $T = \frac{1}{f}$.

$L = \frac{v}{f}$

3.3 Pour les degrés 7 et 10 de l'échelle de Beaufort, déterminer la célérité v de l'onde et placer les valeurs dans le tableau de l'annexe.

Données utiles degré 7 : $L = 28{,}0$ m ; $T = 3{,}00$ s. Degré 10 : $L = 63{,}0$ m (2.2) ; $T = 4{,}50$ s

D'après 3.1 : $v = \frac{L}{T}$

Degré 7 : $v = \frac{28{,}0}{3{,}00} = 9{,}33\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

Degré 10 : $v = \frac{63{,}0}{4{,}50} = 14{,}0\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

$v_7 = 9{,}33\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$; $v_{10} = 14{,}0\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

PIÈGE
Écrire $v_{10} = 14$: avec des données à trois chiffres significatifs, le résultat s'écrit $14{,}0$.

COMPRENDRE
Le titre du tableau de l'annexe renvoie à une question « 2.3 » qui n'existe pas : il s'agit de la question 3.3.

Échelle de Beaufort	5	6	7	8	9	10	11	12
Hauteur h (en m)	2,00	3,00	4,00	5,50	7,00	9,00	11,5	14,0
Longueur L (en m)	14,0	21,0	28,0	38,5	49,0	63,0	80,5	98,0
Période T (en s)	2,10	2,60	3,00	3,50	4,00	4,50	5,10	5,60
Célérité v (en m·s⁻¹)	6,67	8,08	9,33	11,0	12,3	14,0	15,8	17,5

3.3 · Annexe complétée : en orange, les valeurs calculées aux questions 2.2 et 3.3

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{28.0}{3.00} \approx 9.333333$

$\frac{63.0}{4.50} \approx 14$

4.1 Quel est le type de la courbe $v^2 = f(L)$ donnée en annexe ? Quelle expression mathématique simple relie alors le carré de la célérité à la longueur ?

La courbe est une droite qui passe par l'origine : v^2 est proportionnel à L.

$v^2 = k\,L$, où k est le coefficient directeur de la droite.

PIÈGE
Dire seulement « une droite » ne suffit pas : c'est le passage par l'origine qui justifie la proportionnalité.

4.2 Calculer le coefficient k caractéristique de cette relation et préciser son unité.

Données utiles point lu sur la droite : $L = 80$ m ; $v^2 = 250\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

k est le coefficient directeur de la droite. Avec l'origine et un point de la droite éloigné de celle-ci :

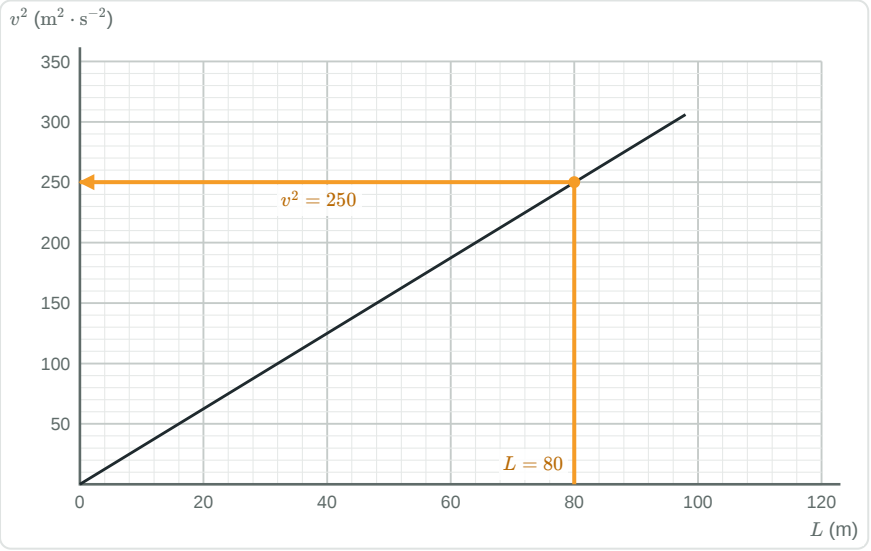
$$k = \frac{v^2}{L} = \frac{250}{80} = 3{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Unité : $\frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$k = 3{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

COMPRENDRE
Une lecture graphique ne donne que deux chiffres significatifs. Le tableau confirme : pour le degré 12, $17{,}5^2/98{,}0 \approx 3{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

MÉTHODE
Choisir un point de la droite (pas un point de mesure), le plus loin possible de l'origine, pour réduire l'incertitude de lecture.



4.2 · Graphe de l'annexe, avec le point de lecture utilisé

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{250}{80} \approx 3.125$

5.1 Rappeler la définition d'un milieu dispersif.

Un milieu est dispersif si la célérité d'une onde qui s'y propage dépend de sa fréquence.

5.2 À partir des relations des questions 3.2 et 4.2, déterminer l'expression littérale reliant la célérité v de la houle à sa fréquence f.

D'après 3.2 : $L = \dfrac{v}{f}$. D'après 4.1 et 4.2 : $v^2 = k\,L$.

En remplaçant L : $v^2 = k\,\dfrac{v}{f}$. Comme $v \neq 0$, on divise les deux membres par v :

$$\boxed{v = \frac{k}{f}}$$

MÉTHODE
Pour relier v et f, éliminer la grandeur commune L entre les deux relations. Contrôle d'unité : $\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}/\mathrm{s}^{-1} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

5.3 Conclure quant à la nature dispersive de ce milieu.

k est une constante : d'après $v = \dfrac{k}{f}$, la célérité de la houle dépend de sa fréquence (elle diminue quand la fréquence augmente).

L'eau profonde est un milieu dispersif pour la houle.

COMPRENDRE
Le tableau le montre : quand la période passe de 2,10 s à 5,60 s, la célérité passe de 6,67 à 17,5 $\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.