Systèmes libres et forcés dans une automobile

Bac S 2006 Asie (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Quelle est l'expression correcte de la période propre T_0 de l'oscillateur parmi a) $2\pi\sqrt{k/m}$, b) $2\pi\sqrt{m/k}$, c) $2\pi\sqrt{k\,m}$? Justifier par une analyse dimensionnelle.

La force exercée par un ressort a pour valeur $F = k\,|\Delta\ell|$, et une force est homogène à une masse multipliée par une accélération : $[F] = \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}$.

$$[k] = \frac{[F]}{\mathrm{L}} = \mathrm{M}\cdot\mathrm{T}^{-2} \qquad [m] = \mathrm{M} \qquad 2\pi \text{ sans dimension}$$

- a) $\left[\sqrt{k/m}\right] = \sqrt{\mathrm{T}^{-2}} = \mathrm{T}^{-1}$: inverse d'une durée, à rejeter.
- b) $\left[\sqrt{m/k}\right] = \sqrt{\mathrm{M}/(\mathrm{M}\cdot\mathrm{T}^{-2})} = \sqrt{\mathrm{T}^2} = \mathrm{T}$: une durée.
- c) $\left[\sqrt{k\,m}\right] = \sqrt{\mathrm{M}^2\cdot\mathrm{T}^{-2}} = \mathrm{M}\cdot\mathrm{T}^{-1}$: à rejeter.

Seule l'expression b) est homogène à une durée : $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

COMPRENDRE
L'oscillateur masse-ressort (période propre, régimes amortis, résonance mécanique) faisait partie du programme de Terminale S ; il ne figure plus au programme actuel de spécialité. L'analyse dimensionnelle, elle, reste utile partout.

MÉTHODE
Pour la dimension d'une constante, partir d'une relation connue qui la contient (ici $F = k\,\Delta\ell$), puis remplacer chaque grandeur par sa dimension en M, L, T.

1.2.1 Les oscillations des deux automobiles après le passage sur la bosse sont-elles libres ou forcées ?

Une fois la bosse franchie, la caisse est écartée de sa position d'équilibre puis abandonnée à elle-même : aucun dispositif extérieur n'entretient le mouvement ni ne lui impose sa fréquence.

Les oscillations sont **libres** (et amorties).

1.2.2 Donner les noms des régimes associés aux courbes 1 et 2.

Courbe 1 : y revient vers 0 sans jamais changer de signe, il n'y a aucune oscillation.

Courbe 2 : y oscille de part et d'autre de 0 avec une amplitude qui décroît.

Courbe 1 : régime **apériodique** ; courbe 2 : régime **pseudo-périodique**.

PIÈGE
Écrire « régime périodique » pour la courbe 2 : l'amplitude diminue, le mouvement ne se reproduit pas identique à lui-même. D'où le préfixe « pseudo ».

1.2.3 L'une des courbes présente une pseudo-période. Déterminer graphiquement sa valeur.

Seule la courbe 2 oscille. Elle part d'un maximum à $t = 0$; son troisième maximum suivant est atteint à $t \approx 0{,}96$ s. Cet intervalle contient trois pseudo-périodes :

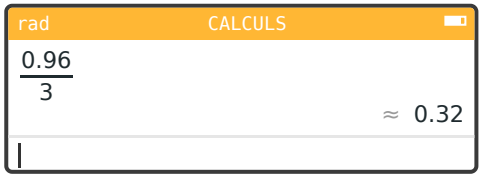
$$T = \frac{0{,}96}{3} = 0{,}32 \text{ s}$$

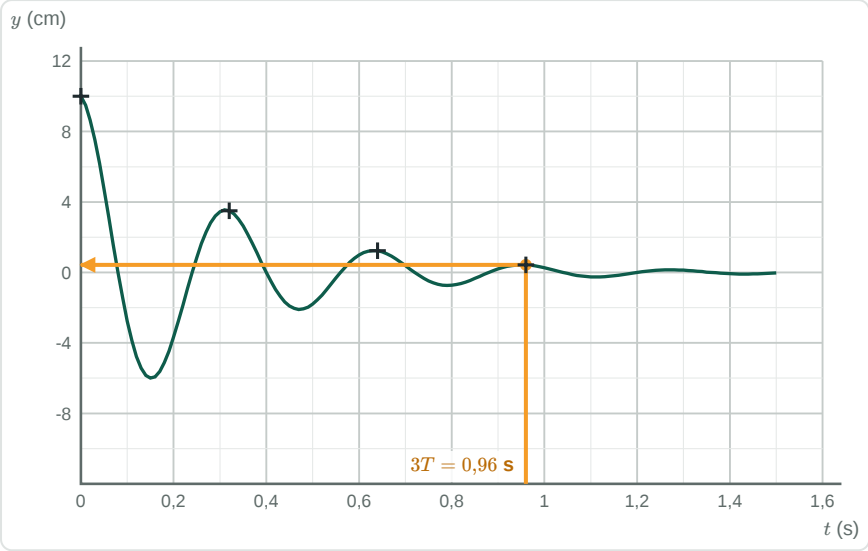
$T \approx 0{,}32$ s

COMPRENDRE
Une lecture graphique tolère un écart : toute valeur entre $0{,}31$ s et $0{,}33$ s, justifiée par une mesure sur plusieurs périodes, est acceptable.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs pseudo-périodes puis diviser : l'incertitude de lecture sur le graphique est répartie sur le nombre de périodes comptées.

À LA CALCULATRICE





1.2.3 · Courbe 2 (automobile A2) : trois pseudo-périodes entre $t = 0$ et le troisième maximum

1.2.4 En admettant que la pseudo-période est très voisine de la période propre, calculer la masse m commune de chaque automobile.

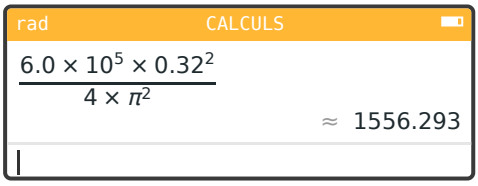
Données utiles $k = 6{,}0 \times 10^5\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$; $T \approx T_0 = 0{,}32$ s (1.2.3)

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ donc $T_0^2 = 4\pi^2 \dfrac{m}{k}$, soit

$$m = \frac{k T_0^2}{4\pi^2} = \frac{6{,}0 \times 10^5 \times 0{,}32^2}{4\pi^2}$$

$m = 1{,}6 \times 10^3$ kg

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Oublier d'élever T_0 au carré, ou π au carré, en isolant m. Vérifier l'unité : $\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^2 = \text{kg}$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme k et T. Avec $T = 0{,}33$ s on trouve $1{,}7 \times 10^3$ kg : l'ordre de grandeur, une tonne et demie, est bien celui d'une automobile.

1.2.5 Quelle courbe correspond à la plus grande valeur du coefficient d'amortissement η ? Justifier. Quelle automobile possède la meilleure suspension ?

Plus η est grand, plus la force de frottement est importante et plus l'énergie mécanique est dissipée vite : les oscillations finissent par disparaître. La courbe 1, sans oscillation, correspond donc à l'amortissement le plus fort.

L'automobile A1 retrouve sa position d'équilibre en $0{,}4$ s environ sans osciller, alors que A2 oscille encore après 1 s.

Plus grande valeur de η : **courbe 1** ; meilleure suspension : **automobile A1**.

1.3.1 À quel type d'oscillations sont soumis les amortisseurs lors de ces tests ? Justifier en citant un verbe de la description du dispositif.

Le dispositif « **impose** » à la roue une excitation périodique de fréquence f réglable : la caisse oscille à la fréquence choisie par l'excitateur et non à sa fréquence propre.

Ce sont des oscillations **forcées**.

1.3.2 L'amplitude des oscillations passe par un maximum pour une fréquence voisine d'une fréquence caractéristique de l'amortisseur. Laquelle ? Comment s'appelle ce phénomène ?

L'amplitude est maximale lorsque la fréquence f de l'excitateur est voisine de la fréquence propre $f_0 = \dfrac{1}{T_0}$ de l'oscillateur (caisse et suspension).

Fréquence propre f_0 ; le phénomène est la **résonance**.

COMPRENDRE
Excitateur : le banc de test, qui fixe la fréquence. Résonateur : la caisse sur sa suspension, qui répond avec une amplitude dépendant de f.

1.3.3 Quel est l'amortisseur qui assure le plus de confort aux passagers ?

Le confort exige que la caisse bouge le moins possible, y compris à la résonance. Sur les enregistrements, l'amplitude maximale atteinte est nettement plus faible pour l'amortisseur 2 : sa résonance est plus atténuée (amortissement plus fort).

L'amortisseur **2** assure le plus de confort.

COMPRENDRE
Même conclusion qu'en 1.2.5 : un amortissement fort supprime les oscillations libres et écrase le pic de résonance en régime forcé.

2.1.1 En écrivant les équations aux électrodes, montrer que l'équation de la réaction de décharge s'écrit $\mathrm{PbO_2\,(s) + 4\,H^+\,(aq) + Pb\,(s) = 2\,Pb^{2+}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l)}$.

Réduction de l'oxydant $\mathrm{PbO_2}$ (couple $\mathrm{PbO_2/Pb^{2+}}$) :

$$\mathrm{PbO_2\,(s) + 4\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = Pb^{2+}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l)}$$

Oxydation du réducteur Pb (couple $\mathrm{Pb^{2+}/Pb}$) :

$$\mathrm{Pb\,(s) = Pb^{2+}\,(aq) + 2\,e^-}$$

Chaque demi-équation met en jeu 2 électrons : on les additionne membre à membre.

$\mathrm{PbO_2\,(s) + 4\,H^+\,(aq) + Pb\,(s) = 2\,Pb^{2+}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l)}$: c'est l'équation attendue.

MÉTHODE
Équilibrer une demi-équation en milieu acide : l'élément principal, puis O avec $\mathrm{H_2O}$, puis H avec $\mathrm{H^+}$, enfin les charges avec des électrons.

2.1.2 Identifier l'électrode négative de ce générateur en justifiant la réponse.

À l'électrode de plomb se produit l'oxydation $\mathrm{Pb\,(s) = Pb^{2+}\,(aq) + 2\,e^-}$: cette électrode cède des électrons au circuit extérieur. Dans un générateur, les électrons sortent par la borne négative.

L'électrode négative est l'électrode de **plomb** $\mathrm{Pb\,(s)}$ (anode de la pile).

PIÈGE
Justifier par « le plomb est le réducteur » ne suffit pas : il faut relier l'oxydation à l'électrode au sens de circulation des électrons dans le circuit.

2.1.3 Le démarreur nécessite un courant d'intensité 200 A pendant 1,0 s. Quelle est la masse de plomb $\mathrm{Pb\,(s)}$ consommée ?

Données utiles $I = 200\ \mathrm{A}$; $\Delta t = 1{,}0\ \mathrm{s}$; $M(\mathrm{Pb}) = 207{,}2\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $\mathcal{F} = 96\,500\ \mathrm{C \cdot mol^{-1}}$

Quantité d'électricité débitée : $Q = I\,\Delta t = n(\mathrm{e^-})\,\mathcal{F}$.

D'après $\mathrm{Pb\,(s) = Pb^{2+}\,(aq) + 2\,e^-}$, chaque mole de plomb consommée libère 2 moles d'électrons : $n(\mathrm{Pb}) = \dfrac{n(\mathrm{e^-})}{2} = \dfrac{I\,\Delta t}{2\,\mathcal{F}}$.

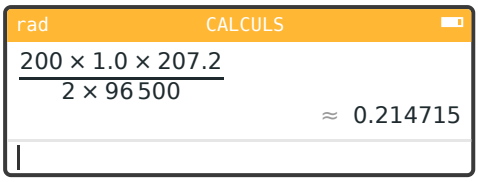
$$m(\mathrm{Pb}) = n(\mathrm{Pb})\,M(\mathrm{Pb}) = \frac{I\,\Delta t\,M(\mathrm{Pb})}{2\,\mathcal{F}} = \frac{200 \times 1{,}0 \times 207{,}2}{2 \times 96\,500}$$

$m(\mathrm{Pb}) = 0{,}21\ \mathrm{g}$

PIÈGE
Oublier le facteur 2 (deux électrons par atome de plomb) double la masse trouvée : $0{,}43$ g.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, imposés par $\Delta t = 1{,}0$ s. On peut aussi écrire $Q = n(\mathrm{e^-})\,N_A\,e$: avec $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C arrondi, on obtient $0{,}22$ g, écart dû au seul arrondi de e.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Écrire l'équation de la réaction chimique se produisant lors de la charge.

Le générateur de charge impose un courant de sens opposé à celui de la décharge : les électrons arrivent à l'électrode de plomb et quittent l'électrode recouverte de PbO_2. Chaque réaction d'électrode se fait donc en sens inverse, et la réaction globale est l'inverse de celle de la décharge.

$$2\,Pb^{2+}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l) = PbO_2\,(s) + 4\,H^+\,(aq) + Pb\,(s)$$

COMPRENDRE
La charge régénère les réactifs de la décharge, PbO_2 et Pb : c'est ce qui distingue un accumulateur d'une pile ordinaire, qui ne se recharge pas.

2.2.2 La transformation qui a lieu lors de la charge est-elle spontanée ou forcée ?

Le système évolue dans le sens inverse de son sens d'évolution spontanée (celui de la décharge). Cela n'est possible que parce que le générateur de charge lui fournit de l'énergie électrique et impose le sens du courant.

La transformation est **forcée** : l'accumulateur fonctionne en électrolyseur.