Bobine à inductance réglable

Bac S 2006 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

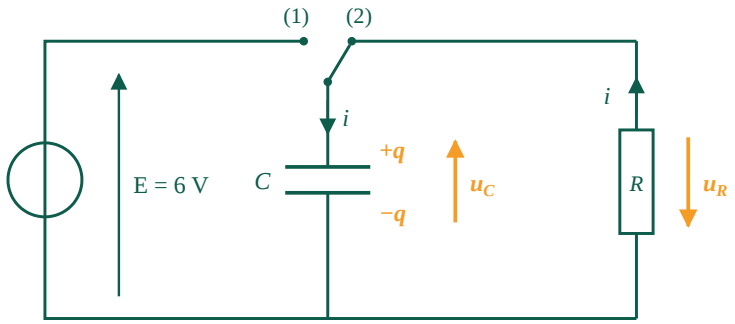
1.1 En convention récepteur, flécher les tensions u_C et u_R sur le document 1 et noter q et $-q$ les charges des armatures.

En convention récepteur, la flèche de la tension aux bornes d'un dipôle est de sens opposé à la flèche du courant i qui le traverse.

L'armature du haut était reliée à la borne positive du générateur pendant la charge : elle porte la charge $+q$, l'autre armature porte $-q$.

u_C : flèche pointant vers l'armature du haut, qui porte $+q$; u_R : flèche pointant vers le bas de R (voir le document 1 complété).

PIÈGE
Le courant fléché monte dans R : la flèche u_R pointe donc vers le bas. Dessiner les deux tensions dans le même sens « par symétrie » fausse l'équation de la question suivante.



1.1 · Document 1 complété (ajouts en orange)

1.2 Montrer que la tension u_C vérifie l'équation différentielle $u_C + RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$.

Loi des mailles, interrupteur en position 2 : $u_C + u_R = 0$.

Loi d'Ohm (convention récepteur) : $u_R = R\,i$.

Le courant i est orienté vers l'armature qui porte q : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, avec $q = C\,u_C$ et C constante, donc $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

En remplaçant : $u_C + R\,C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$.

$u_C + RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$: c'est l'équation attendue.

COMPRENDRE
Pendant la décharge, u_C diminue : $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ est négatif. Le courant circule en réalité dans le sens opposé à la flèche du schéma, ce qui ne change rien à l'équation.

MÉTHODE
Équation d'un circuit RC : 1) loi des mailles ; 2) loi d'Ohm ; 3) $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C\,u_C$; 4) tout exprimer en fonction de u_C.

1.3 À $t = \tau$, la tension aux bornes du condensateur vaut-elle 37 %, 63 % ou 93 % de sa valeur initiale ? Justifier.

Données utiles $u_C(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$

La valeur initiale est $u_C(0) = E$. À la date $t = \tau$:

$$u_C(\tau) = E\,\mathrm{e}^{-\tau/\tau} = E\,\mathrm{e}^{-1} = 0{,}37\,E$$

À $t = \tau$, la tension vaut 37 % de sa valeur initiale.

PIÈGE
63 % correspond à la charge : c'est la fraction de E atteinte à $t = \tau$ quand le condensateur se charge. En décharge, 63 % est ce qui a été perdu, il reste 37 %.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

e^{-1}

$\approx$ 0.3678794

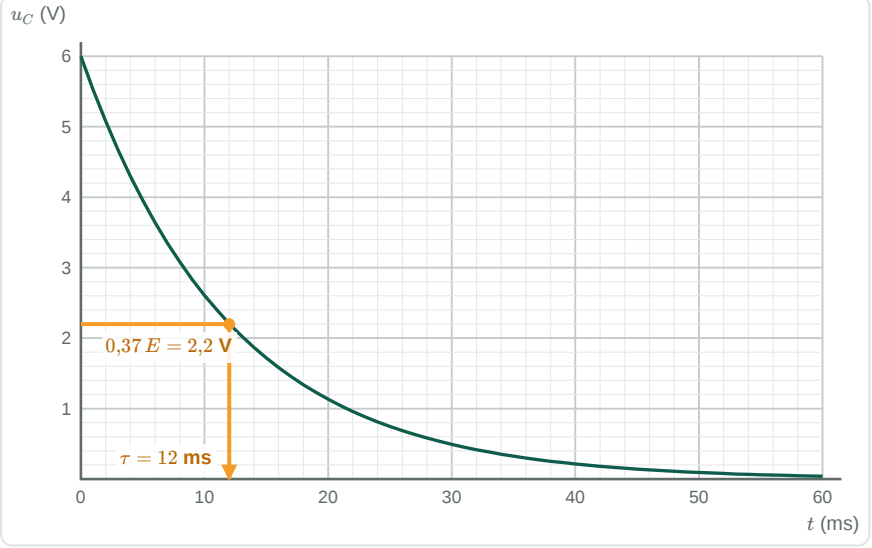
1.4 À l'aide du document 2, déterminer la constante de temps τ.

Données utiles $E = 6{,}0$ V (valeur initiale lue sur le document 2) ; $u_C(\tau) = 0{,}37\,E$ (1.3)

$u_C(\tau) = 0{,}37 \times 6{,}0 = 2{,}2$ V.

On trace la droite horizontale d'ordonnée 2,2 V ; elle coupe la courbe en un point dont l'abscisse est τ.

$\tau = 12$ ms



1.4 · Document 2 : lecture de la constante de temps

COMPRENDRE

La lecture graphique donne deux chiffres significatifs au mieux, comme R : les résultats suivants en garderont deux. Une valeur entre 12 et 13 ms est acceptable.

MÉTHODE

Autre possibilité : tracer la tangente à l'origine, qui coupe l'axe des temps en $t = \tau$. Le tracé est moins précis que la lecture à 37 %.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

0.37 × 6.0

$\approx$ 2.22

1.5 En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

Données utiles $\tau = 12$ ms (1.4) ; $R = 5{,}6$ kΩ

$\tau = RC$ donc $C = \dfrac{\tau}{R}$.

$$C = \frac{12 \times 10^{-3}}{5{,}6 \times 10^{3}} = 2{,}1 \times 10^{-6}\ \text{F}$$

$C = 2{,}1 \times 10^{-6}$ F $= 2{,}1\ \mu$F

PIÈGE

Convertir avant de calculer : τ en secondes et R en ohms. Avec 12 et 5,6 laissés tels quels, on obtient un résultat faux d'un facteur 10^6.

COMPRENDRE

La valeur trouvée est cohérente avec les $2{,}2\ \mu$F utilisés ensuite par l'énoncé : l'écart, 5 %, est de l'ordre de la précision de la lecture de τ.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{12 \times 10^{-3}}{5.6 \times 10^{3}}$

$\approx$ 2.142857 × 10^{-6}

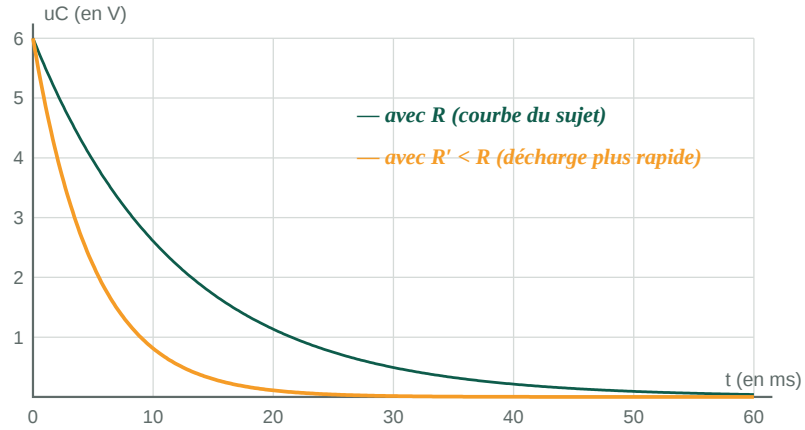
1.6 Tracer sur le document 2 l'allure de la courbe de décharge avec un conducteur ohmique de résistance R' plus faible. Justifier.

La capacité est inchangée et $R' < R$, donc $\tau' = R'C < \tau$: la décharge est plus rapide.

La nouvelle courbe part du même point ($u_C = E = 6$ V à $t = 0$), reste en dessous de la première et tend comme elle vers zéro.

$\tau' < \tau$: courbe partant de 6 V et décroissant plus vite (tracé orange sur le document 2 complété).

PIÈGE
La tension initiale ne dépend pas de la résistance : faire partir la nouvelle courbe d'une valeur inférieure à 6 V est une erreur.



1.6 · Document 2 complété : décharge plus rapide avec $R' < R$

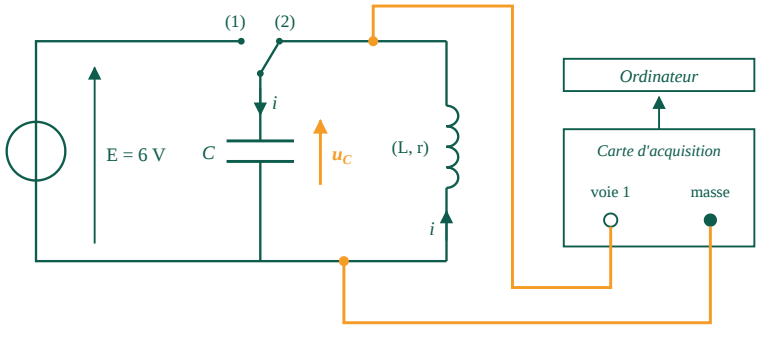
2.1 Représenter sur le document 3 les connexions de la voie 1 et de la masse de la carte d'acquisition permettant de visualiser u_C.

La carte mesure la tension entre la voie 1 et la masse. Pour obtenir u_C , la voie 1 est reliée au point vers lequel pointe la flèche u_C et la masse à l'autre borne du condensateur.

Voie 1 sur le fil relié à l'armature du haut du condensateur, masse sur le fil relié à l'armature du bas (document 3 complété).

PIÈGE
Inverser les deux fils ferait enregistrer $-u_C$: la courbe commencerait à -6 V au lieu de $+6$ V.

COMPRENDRE
Interrupteur en position 2, tout le fil du haut est au même potentiel que l'armature du haut : brancher la voie 1 sur ce fil ou directement sur l'armature revient au même.



2.1 · Document 3 complété : branchement de la carte d'acquisition

2.2 Pourquoi qualifie-t-on le régime de la tension u_C de pseudo-périodique ?

La tension u_C oscille autour de zéro en repassant par zéro à intervalles de temps réguliers, mais l'amplitude des oscillations diminue au cours du temps : les maximums successifs valent 6,0 V, puis environ 5,5 V et 5,0 V.

Oscillations amorties : u_C n'est pas périodique, car elle ne reprend jamais exactement la même valeur, mais la durée d'une oscillation reste constante. Le régime est pseudo-périodique.

COMPRENDRE
La bobine et les oscillations électriques (circuits RL et RLC) ne figurent plus au programme actuel de la spécialité. La partie 1, sur le circuit RC, reste en revanche entièrement au programme.

2.3 En assimilant la pseudo-période T à la période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, déterminer l'inductance L à l'aide du document 4 en expliquant la démarche.

Données utiles $C = 2{,}2\ \mu\text{F}$

Pour gagner en précision, on mesure deux pseudo-périodes, entre le premier maximum ($t = 0$) et le troisième : $2T = 12{,}9$ ms, soit $T = 6{,}45$ ms.

Avec $T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$: $\quad T^2 = 4\pi^2 L\,C \quad$ donc $\quad L = \dfrac{T^2}{4\pi^2 C}$

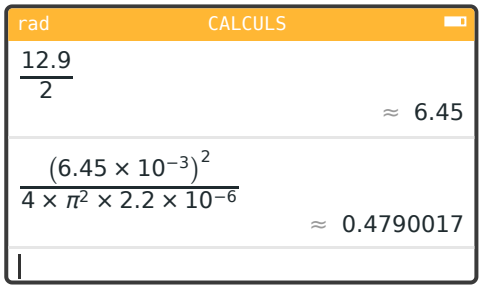
$$L = \frac{(6{,}45 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 2{,}2 \times 10^{-6}} = 0{,}48\ \text{H}$$

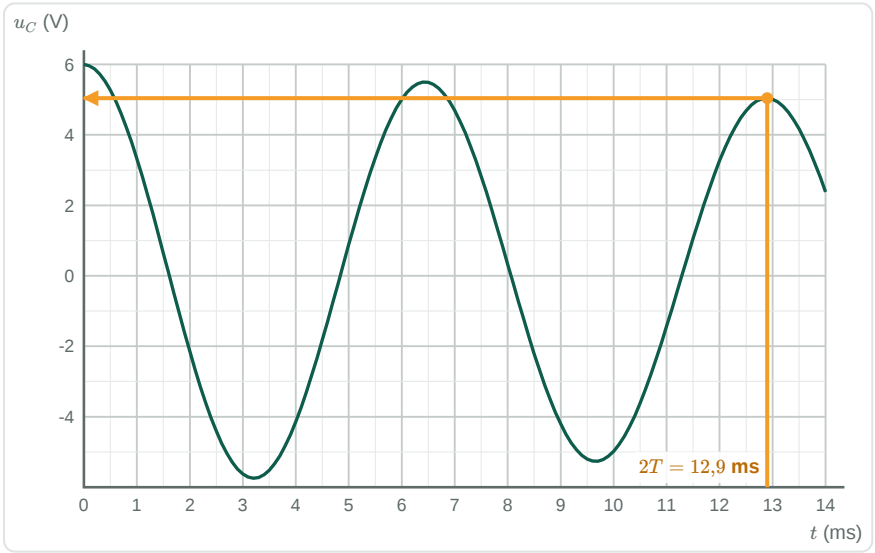
$L_{\text{exp}} = 0{,}48$ H

PIÈGE
T doit être en secondes et C en farads. Oublier le carré sur T ou sur 2π en isolant L est l'erreur la plus fréquente.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs périodes puis diviser : l'incertitude de lecture est partagée entre les périodes. Lue sur une seule oscillation, $T = 6{,}5$ ms donnerait $L = 0{,}49$ H.

À LA CALCULATRICE





2.3 · Document 4 : deux pseudo-périodes entre le 1er et le 3e maximum

2.4 Comparer l'inductance obtenue à la valeur pointée par l'index en calculant l'écart relatif $\dfrac{L_{\text{exp}} - L_{\text{bobine}}}{L_{\text{bobine}}}$. L'indication de l'index est-elle correcte ?

Données utiles $L_{\text{exp}} = 0{,}48$ H (2.3) ; $L_{\text{bobine}} = 0{,}5$ H

$$\frac{L_{\text{exp}} - L_{\text{bobine}}}{L_{\text{bobine}}} = \frac{0{,}48 - 0{,}5}{0{,}5} = -0{,}04 = -4\ \%$$

La valeur mesurée est inférieure de 4 % à la valeur indiquée. Cet écart est faible, du même ordre que les incertitudes de l'expérience : lecture de T sur le graphe, valeur de C connue à quelques pour cent.

Écart relatif de $-4\ \%$: l'indication de l'index est correcte.

COMPRENDRE
L'index n'est lu qu'avec un chiffre significatif (0,5 H) : toute valeur entre 0,45 et 0,55 H s'arrondit à 0,5 H. La mesure 0,48 H est donc compatible avec l'indication.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.48 - 0.5}{0.5} \approx -0.04$$

3.1 Écrire les expressions des énergies W_C et W_L en fonction de u_C, i, C et L.

Énergie emmagasinée par le condensateur : $W_C = \frac{1}{2} C u_C^2$.

Énergie emmagasinée par la bobine : $W_L = \frac{1}{2} L i^2$.

$W_C = \frac{1}{2} C u_C^2$ et $W_L = \frac{1}{2} L i^2$

3.2 À l'aide des conditions initiales, identifier sur le document 5 les courbes W_C et W_L. Justifier.

À $t = 0$, le condensateur est chargé : $u_C(0) = E = 6$ V, donc W_C est maximale. Aucun courant ne circule encore : $i(0) = 0$, donc $W_L(0) = 0$.

La courbe en pointillés, qui part de sa valeur maximale, représente W_C ; la courbe en trait plein, qui part de zéro, représente W_L.

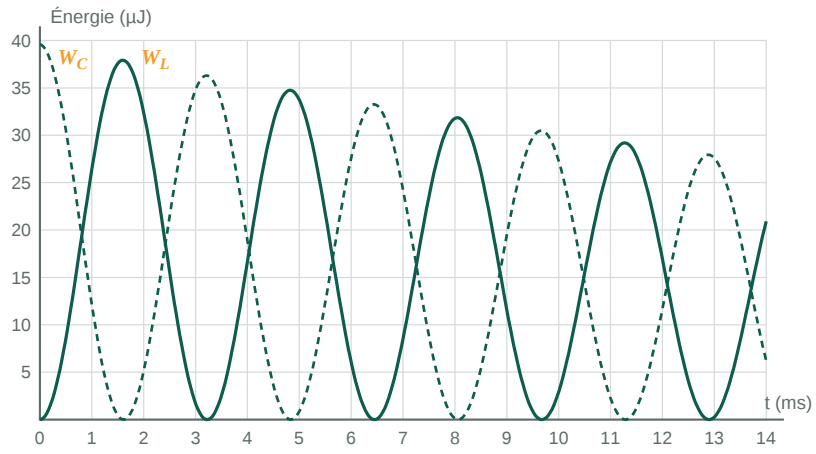
COMPRENDRE

Vérification : $W_C(0) = \frac{1}{2} \times 2{,}2 \times 10^{-6} \times 6{,}0^2 = 4{,}0 \times 10^{-5}$ J, soit 40 μJ. C'est bien l'ordonnée à l'origine de la courbe en pointillés.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$0.5 \times 2.2 \times 10^{-6} \times 6.0^2 \approx 3.96 \times 10^{-5}$$



3.2 · Document 5 complété : identification des deux courbes

3.3 En comparant les évolutions temporelles de W_C et W_L, que se passe-t-il entre le condensateur et la bobine ?

Quand W_C diminue, W_L augmente, et inversement. Quand l'une des énergies est maximale, l'autre est nulle.

Le condensateur et la bobine échangent de l'énergie : elle passe de l'un à l'autre deux fois par pseudo-période.

COMPRENDRE

Les énergies dépendent de u_C^2 et de i^2 : elles ne changent pas de signe et varient deux fois plus vite que u_C. Leur période est $T/2 \approx 3{,}2$ ms, ce qu'on lit sur le document 5.

3.4 L'énergie totale $W = W_C + W_L$ décroît au cours du temps. Quelle est l'origine de cette perte d'énergie ?

Données utiles $r = 12\ \Omega$

Le circuit possède une résistance, celle de la bobine ($r = 12\ \Omega$). À chaque passage du courant, une partie de l'énergie électrique y est convertie en énergie thermique.

L'énergie est dissipée par effet Joule dans la résistance r de la bobine, puis cédée au milieu extérieur sous forme de chaleur.

PIÈGE
Répondre « à cause de la bobine » ne suffit pas : une inductance seule ne dissipe rien. Il faut nommer la résistance et l'effet Joule.

3.5 Quel est le rôle d'un dipôle qui entretient les oscillations électriques, associé en série avec la bobine et le condensateur ?

Ce dipôle fournit au circuit, à chaque instant, une énergie égale à celle dissipée par effet Joule dans la résistance r.

Il compense les pertes : l'énergie totale W reste constante et les oscillations sont sinusoïdales, d'amplitude constante et de période T_0.

COMPRENDRE
Ce dipôle n'est pas un générateur ordinaire : c'est un montage électronique alimenté, qui se comporte comme une « résistance négative » $-r$ annulant l'effet de r.