Analyse d'un lait

Bac S 2006 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Le lait (solution S_0) est dilué dans une fiole jaugée pour donner la solution S. Quel rapport existe entre les concentrations C_0 et C_S ?

Données utiles $V_0 = 20{,}0$ mL ; $V_S = 100{,}0$ mL

Diluer ne change pas la quantité de soluté prélevée : $C_0\,V_0 = C_S\,V_S$.

$$\frac{C_0}{C_S} = \frac{V_S}{V_0} = \frac{100{,}0}{20{,}0} = 5{,}00$$

$C_0 = 5{,}00\,C_S$: la solution S est cinq fois moins concentrée que le lait.

PIÈGE
Inverser le rapport. La solution diluée est la moins concentrée : $C_S < C_0$, donc C_0/C_S est supérieur à 1.

COMPRENDRE
Le résultat garde trois chiffres significatifs, comme V_0, la donnée la moins précise. Cette règle vaut pour tous les calculs de l'exercice.

1.2 Indiquer précisément le protocole à suivre pour prélever $10{,}0$ mL de solution S (matériel, manipulations).

Matériel : un bécher de prélèvement, une pipette jaugée de $10{,}0$ mL, une propipette (ou poire à pipeter).

- Verser un peu de solution S dans le bécher de prélèvement (on ne pipette jamais dans la fiole).
- Rincer la pipette jaugée avec la solution S.
- Aspirer la solution à l'aide de la propipette jusqu'au-dessus du trait de jauge supérieur, puis ajuster le bas du ménisque sur ce trait, l'œil à sa hauteur.
- Laisser s'écouler la solution dans le bécher de dosage, pipette verticale, pointe contre la paroi (jusqu'au second trait pour une pipette à deux traits).

Prélèvement à la pipette jaugée de $10{,}0$ mL, rincée avec S et munie d'une propipette.

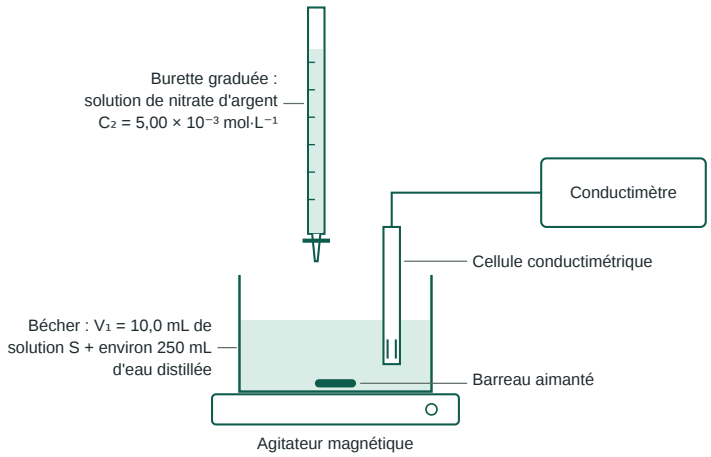
COMPRENDRE
Le volume V_1 doit être connu avec précision, car il sert au calcul de C_S : verrerie jaugée obligatoire. Les 250 mL d'eau, eux, se mesurent à l'éprouvette, ils ne changent pas la quantité d'ions chlorure.

1.3 Indiquer, sur un schéma annoté, le dispositif expérimental du dosage suivi par conductimétrie.

Voir le schéma : la solution titrante (nitrate d'argent) est dans la burette graduée ; la solution titrée (prélèvement de S et eau distillée) est dans le bécher, sous agitation ; la cellule plonge dans le bécher et est reliée au conductimètre.

Burette (nitrate d'argent, C_2), bécher (solution S diluée), agitateur magnétique, cellule reliée au conductimètre.

PIÈGE
Un schéma sans légende ne rapporte rien. Il faut nommer la verrerie et préciser le contenu de la burette et du bécher, sans oublier l'agitation.



1.3 · Montage du titrage suivi par conductimétrie

1.4 Quelle est l'origine de la conductivité initiale de la solution ?

Avant tout ajout de nitrate d'argent, la solution contient déjà des ions, apportés par le lait : les ions chlorure Cl^- et les cations qui les accompagnent (la solution est électriquement neutre).

La conductivité initiale est due aux ions du lait : Cl^- et cations associés, qui ne réagiront pas.

COMPRENDRE
Seuls les ions conduisent le courant dans une solution. Les cations du lait sont spectateurs : leur contribution à σ reste la même pendant tout le dosage.

1.5 À l'aide des conductivités molaires ioniques, interpréter la variation de la conductivité σ du milieu réactionnel au cours du dosage.

Données utiles en $S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$: $\lambda(Cl^-) = 76{,}3 \times 10^{-4}$; $\lambda(NO_3^-) = 71{,}4 \times 10^{-4}$; $\lambda(Ag^+) = 61{,}9 \times 10^{-4}$

La conductivité est la somme des contributions des ions : $\sigma = \sum \lambda_i [X_i]$. Le volume du mélange varie très peu (250 mL d'eau au départ), la dilution est négligeable.

Avant l'équivalence : les ions Ag^+ versés sont consommés par Cl^- et forment $AgCl$ solide, qui ne conduit pas. Chaque ion Cl^- disparu est remplacé par un ion NO_3^- apporté par la burette. Comme $\lambda(NO_3^-) < \lambda(Cl^-)$, σ diminue, mais faiblement car les deux valeurs sont proches.

Après l'équivalence : il n'y a plus d'ions Cl^-. Les ions Ag^+ et NO_3^- versés s'accumulent dans le bécher : σ augmente nettement.

σ diminue légèrement (NO_3^- remplace Cl^-), puis augmente fortement (Ag^+ et NO_3^- en excès).

PIÈGE
Dire que σ baisse « parce que des ions disparaissent ». Le nombre d'ions ne change pas avant l'équivalence : un anion en remplace un autre, un peu moins conducteur.

MÉTHODE
Pour justifier une courbe de titrage conductimétrique : lister, avant puis après l'équivalence, les ions qui apparaissent, disparaissent ou restent, puis comparer les λ des ions échangés.

1.6 Quel événement correspond au point particulier apparaissant sur la courbe $\sigma = f(V_2)$?

La courbe présente un minimum, où la pente change brutalement (rupture de pente). Ce point sépare les deux comportements décrits en 1.5.

Ce point correspond à l'équivalence du titrage : tous les ions chlorure ont été consommés.

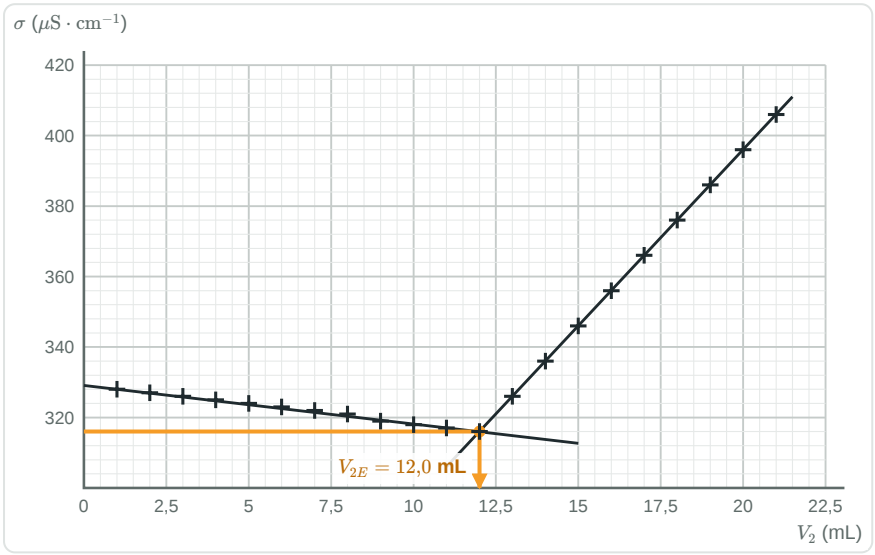
COMPRENDRE
Le titrage conductimétrique est au programme actuel de spécialité, mais pas le titrage par précipitation : on ne rencontre plus cette réaction support à l'examen. Le raisonnement sur la courbe reste le même.

1.7 Déterminer, en utilisant la courbe, le volume V_{2E} de solution de nitrate d'argent versé à l'équivalence.

On trace la droite qui passe au mieux par les points de la partie décroissante, puis celle de la partie croissante. L'abscisse de leur point d'intersection est le volume à l'équivalence.

$V_{2E} = 12{,}0\ \text{mL}$

MÉTHODE
Chaque droite s'appuie sur les points éloignés de l'équivalence, où l'alignement est le meilleur. On lit l'abscisse de l'intersection, pas celle d'un point de mesure.



1.7 · Document 1 complété : les deux droites se coupent à l'équivalence

1.8 Quelle est, à l'équivalence, la relation entre la quantité d'ions argent introduits et la quantité d'ions chlorure initialement présents ?

À l'équivalence, les deux réactifs ont été apportés dans les proportions stœchiométriques de $Ag^+(aq) + Cl^-(aq) \longrightarrow AgCl(s)$: une mole de Ag^+ pour une mole de Cl^-.

$n(Ag^+)_{\text{versé}} = n(Cl^-)_{\text{initial}}$

PIÈGE
Écrire « $n(Ag^+) = n(Cl^-)$ » sans préciser : à l'équivalence, les deux quantités restantes sont nulles. La relation porte sur la quantité versée et la quantité initiale.

1.9 En déduire la concentration molaire C_S en ions chlorure dans la solution S, puis celle C_0 dans le lait.

Données utiles $C_2 = 5{,}00 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_{2E} = 12{,}0$ mL (1.7) ; $V_1 = 10{,}0$ mL ; $C_0 = 5{,}00\, C_S$ (1.1)

Les ions chlorure dosés sont ceux du prélèvement V_1 de solution S : $n(Cl^-)_{\text{initial}} = C_S\, V_1$. D'après 1.8 : $C_2\, V_{2E} = C_S\, V_1$.

$$C_S = \frac{C_2\, V_{2E}}{V_1} = \frac{5{,}00 \times 10^{-3} \times 12{,}0}{10{,}0} = 6{,}00 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

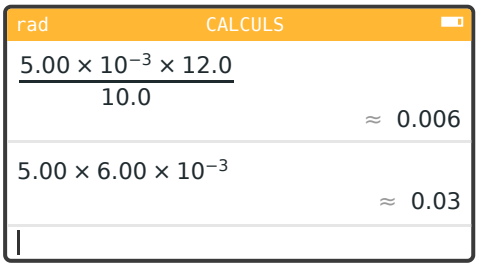
Le lait est cinq fois plus concentré : $C_0 = 5{,}00 \times 6{,}00 \times 10^{-3}$.

$C_S = 6{,}00 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $C_0 = 3{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

PIÈGE
Utiliser 260 mL (prélèvement et eau) à la place de V_1. L'eau ajoutée ne modifie pas la quantité d'ions chlorure : le volume à retenir est celui prélevé à la pipette.

COMPRENDRE
Dans le rapport V_{2E}/V_1, les deux volumes peuvent rester en mL : les unités se simplifient.

À LA CALCULATRICE



1.10 Calculer la masse d'ions chlorure présents dans un litre du lait étudié et conclure (elle doit être comprise entre 1,0 g et 2,0 g).

Données utiles $C_0 = 3{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (1.9) ; $M(\text{Cl}^-) = 35{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $V = 1{,}00$ L

Dans un volume $V = 1{,}00$ L de lait : $m = n\,M = C_0\,V\,M(\text{Cl}^-)$.

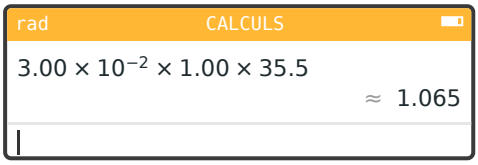
$$m = 3{,}00 \times 10^{-2} \times 1{,}00 \times 35{,}5 = 1{,}07\ \text{g}$$

$1{,}0\ \text{g} < 1{,}07\ \text{g} < 2{,}0\ \text{g}$.

$m = 1{,}07$ g d'ions chlorure par litre : le lait étudié respecte la norme.

COMPRENDRE
La valeur est proche de la limite basse. Pour conclure avec rigueur, il faudrait connaître l'incertitude sur V_{2E} : une lecture à 11,0 mL donnerait une masse inférieure à 1,0 g.

À LA CALCULATRICE



2.1 Écrire l'équation de la réaction qui se produit lors du mélange. Quelles caractéristiques doit-elle présenter pour être adaptée à un dosage ?

L'acide lactique HA cède un ion H^+ à la base HO^- :

$$\text{HA (aq)} + \text{HO}^- \text{(aq)} \longrightarrow \text{A}^- \text{(aq)} + \text{H}_2\text{O (l)}$$

Pour servir de support à un dosage, la réaction doit être totale, rapide et unique.

COMPRENDRE
« Unique » signifie que le réactif titrant ne réagit qu'avec l'espèce dosée. C'est pourquoi l'énoncé précise que l'acide lactique est le seul acide du lait.

2.2 Exprimer puis calculer la constante de réaction K correspondante. Conclure.

Données utiles $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-$: $\text{p}K_{A1} = 14{,}0$; HA/A^- : $\text{p}K_{A3} = 3{,}9$

$$K = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HA}]_{\text{éq}}\,[\text{HO}^-]_{\text{éq}}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur par $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$:

$$K = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}\,[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HA}]_{\text{éq}}} \times \frac{1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}\,[\text{HO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{K_{A3}}{K_{A1}}$$

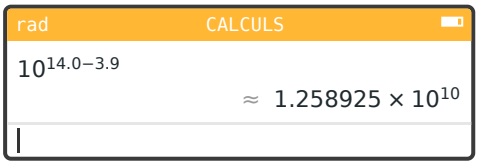
$$K = \frac{10^{-\text{p}K_{A3}}}{10^{-\text{p}K_{A1}}} = 10^{\text{p}K_{A1} - \text{p}K_{A3}} = 10^{14{,}0 - 3{,}9} = 10^{10{,}1}$$

$K = 1{,}3 \times 10^{10}$: K est très supérieure à 10^4, la réaction est totale, donc adaptée à un dosage.

PIÈGE
Inverser le quotient et trouver $K = 10^{-10{,}1}$. Un acide qui réagit avec une base forte donne toujours une constante très grande.

MÉTHODE
Pour une réaction entre l'acide d'un couple et la base d'un autre : $K = 10^{\text{p}K_A(\text{base}) - \text{p}K_A(\text{acide})}$, où chaque $\text{p}K_A$ est celui du couple de l'espèce nommée.

À LA CALCULATRICE



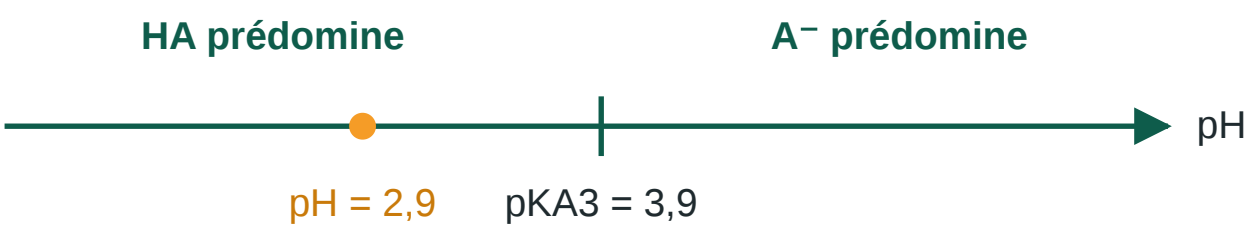
2.3 En utilisant un diagramme de prédominance, déterminer quelle est, entre HA et $\mathrm{A^-}$, l'espèce prédominante au début du dosage.

Données utiles $\mathrm{p}K_{A3} = 3{,}9$; tableau : $\mathrm{pH} = 2{,}9$ pour $V_B = 0$

La forme acide HA prédomine si $\mathrm{pH} < \mathrm{p}K_{A3}$, la forme basique $\mathrm{A^-}$ si $\mathrm{pH} > \mathrm{p}K_{A3}$ (voir le diagramme).

Au début du dosage ($V_B = 0$), $\mathrm{pH} = 2{,}9 < 3{,}9$.

Au début du dosage, l'espèce prédominante est l'acide lactique HA.



2.3 · Diagramme de prédominance du couple HA / A⁻

2.4 Pour quel volume de soude versé HA et $\mathrm{A^-}$ sont-elles présentes en quantités égales ?

Données utiles $\mathrm{p}K_{A3} = 3{,}9$; tableau : $\mathrm{pH} = 3{,}9$ pour $V_B = 6{,}0$ mL

$\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{A3} + \log \dfrac{[\mathrm{A^-}]}{[\mathrm{HA}]}$. Si les deux espèces sont en quantités égales, $\dfrac{[\mathrm{A^-}]}{[\mathrm{HA}]} = 1$ et $\log 1 = 0$, donc $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{A3} = 3{,}9$.

D'après le tableau, cette valeur du pH est atteinte pour $V_B = 6{,}0$ mL.

$V_B = 6{,}0$ mL

COMPRENDRE
C'est la demi-équivalence : $6{,}0$ mL est la moitié de $V_{BE} = 12{,}0$ mL. La moitié de l'acide a été transformée en $\mathrm{A^-}$, il en reste autant sous forme HA.

2.5 L'équivalence est atteinte pour $V_B = 12{,}0$ mL. En déduire la quantité de matière d'acide lactique présente dans le volume V_A de lait.

Données utiles $C_B = 5{,}00 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V_{BE} = 12{,}0$ mL

À l'équivalence, les réactifs sont dans les proportions stœchiométriques (une mole de $\mathrm{HO^-}$ pour une mole de HA) :

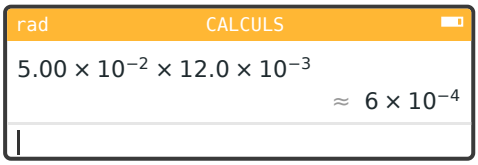
$n(\mathrm{HA})_{\text{initial}} = n(\mathrm{HO^-})_{\text{versé}} = C_B\, V_{BE}$.

$$n(\mathrm{HA}) = 5{,}00 \times 10^{-2} \times 12{,}0 \times 10^{-3} = 6{,}00 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}$$

$n(\mathrm{HA}) = 6{,}00 \times 10^{-4}$ mol dans $V_A = 20{,}0$ mL de lait.

PIÈGE
Laisser V_{BE} en mL : avec C_B en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, le volume se convertit en litres, sinon le résultat est mille fois trop grand.

À LA CALCULATRICE



2.6 Un lait frais a une concentration en acide lactique inférieure à $1{,}8\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$. Quelle est la masse d'acide lactique présente dans un litre de lait ? Conclure.

Données utiles $n(\text{HA}) = 6{,}00\times10^{-4}$ mol (2.5) ; $V_A = 20{,}0$ mL ; $M(\text{HA}) = 90\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Concentration en masse de l'acide lactique dans le lait : $t = \dfrac{m(\text{HA})}{V_A} = \dfrac{n(\text{HA})\,M(\text{HA})}{V_A}$.

$$t = \frac{6{,}00\times10^{-4}\times90}{20{,}0\times10^{-3}} = 2{,}7\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$$

Un litre de lait contient donc $2{,}7$ g d'acide lactique, et $2{,}7 > 1{,}8$.

$m = 2{,}7$ g d'acide lactique par litre : le lait étudié n'est pas frais.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs seulement, car $M(\text{HA}) = 90\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ n'en a que deux.

À LA CALCULATRICE

